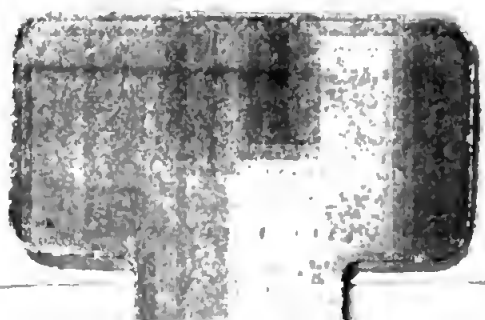
BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III

LXI
B
34
NAPOLI



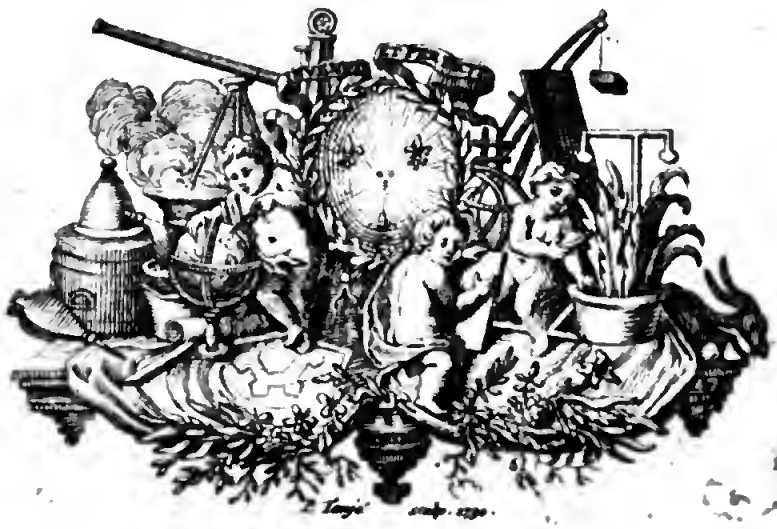
LXI. P. 34.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES,

ANNÉE M DCCXXVI

Avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique, pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Friſe.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en Weſt-Frieſland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by PIERRE MORTIER, Burger, en Boekverkoper binnen Amſterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, tirés des Regiſtres de cette Academie, commencée avec l'année 1699, juſques à preſent*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunſtig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytſluyting van alle andere geduurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goet vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geeindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, tirés des Regiſtres de cette Accademie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences dont il eſt parlé dans l'Hiſtoire & dans les Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, enrichies de plus de* 200 *fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix propoſés par l'Academie Royale des Sciences*; benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Hiſtoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans ſon ordre.* En eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Phyſique & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis ſon commencement juſques à l'année* 1698 *incluſivement*; wel verſtaande van het laaſt-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en Weſt-Frieſland nooyt waren gedrukt geweeſt; waar toe hy Suppliant zeer groote koſte en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menſchen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote ſchade van hem Suppliant; en om daar in te wezen geſecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoedigly verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunſtig geliefden te verleenen ſpeciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerſtkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l Academie Royale des Sciences*, *avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique tirés des Regiſtres de cette Academie*, met alle de nog volgende deelen en ſtukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences*, *dont il eſt parlé dans l'Hiſtoire & Memoires de cette Academie & autres*, *avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, *Enrichies de plus de* 200 *fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix propoſés par Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Hiſtoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences*, *publiées dans ſon ordre*; en Eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique*, *de Phyſique*, *& autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences*, *depuis ſon commencement juſques a l'année* 1698. *incluſivement*; wel verſtaende van het laeſt-genoemde Werk maer alleen alle die ſtukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of Weſt-Frieſland nooyt waren gedrukt geweeſt; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met ſpeciaal verbod aen alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttrekſels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve ſouden mogen zyn, te moogen maaken ofte doen maaken drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duyſent Guldens, ofte ſoo veel het ons ſoude goed dunken tot meer afſchrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alſoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22 January 1706, tegens de Overtreders geſtipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menſchen van haer voorneemen tot merkelyke ſchade van den Suppliant af te ſchrikken, en de boyengemelde

de Werken voor den Suppliant van de grootſte aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake en de het voorſz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onſe regte wetenſchap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconſenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, conſenreeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerſt agter een volgende Jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is verſogt, en hier vooren uytgedrukt ſtaat, binnen den voorſz. Onſen Lande alleen ſal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duyſent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen ſal, een derde part voor den Armen der plaetſe daer her Caſus voorvallen zal, ende het reſterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve ſullen werden agrerhaeld. Alles in dien verſtaande, dat wy den Suppliant met deſen onſen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne ſchaade door het nadrukken van de voorſz. Werken, daer door in geenigen deelen verſtaen, den innehouden van dien te authoriſeeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onſe protecte ende beſcherminge eenig meerder credit, aanſien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laſte zal gehouden weſen te verantwoorden; tot dien eynde wel expreſſelyk begeerende dat by aldien hy deſen onſen Octroye voor dezelve Werken ſal willen ſtellen, daer van geene geabrevieerde ofte gecontraheerde mentie ſal mogen maaken, nemaer gehouden weſen het zelve Octroy in 't geheel en ſonder eenige omiſſie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden ſal zyn een Exemplaer van de voorſz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onſe Univerſiteit te Leyden, binnen

den tyd van ſes weeken, na dat hy Suppliant de voorſz. Werken ſal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ſes hondert Guldens, na expiratie der voorſz. ſes weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytſe Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat verſteeken te zyn van het effect van deeſen Octroye: dat ook den Suppliant, ſchoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorſz. onſe Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige obſervatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden ſal zyn wederom een ander Exemplaar van deſelve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorſz. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als voorſz. Ende ten einde den Suppliant deſen Onſen Conſente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, laſten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van deſen doen, laaten, ende gedoogen, ruſtelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, ceſſeerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onſen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onſes Heeren ende Zaligmaakers, Duyſent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. BOETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand geſtelt by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Reſolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om ſig daar na te reguleeren.

TA-

TABLE

POUR

L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR le Plomb sonnant. Page 1
Sur la Lumiere Septentrionale. 4
Sur une proprieté singuliere du Fer. 10
Diverses Observations de Physique générale. 14

ANATOMIE.

Sur les Yeux de l'Homme & de différens Animaux. 29
Diverses Observations Anatomiques. 34

CHIMIE.

Sur l'Inflammation de certaines Liqueurs Huileuses ou Sulphureuses par les Acides. 39
Sur les Eaux de Passy. 42

TABLE.

BOTANIQUE.

Observation Botanique. 48

ARITHMETIQUE.

Sur une nouvelle proprieté du Nombre 9. 49

GEOMETRIE.

Sur des Courbes Paraboliques qui auront des Aires données correſpondantes à des Abſciſſes données. 56

ASTRONOMIE. 62

GEOGRAPHIE. 62

CATOPTRIQUE.

Sur les Miroirs brûlans. 63

MECHANIQUE.

Sur le Choc des Corps à Reſſort. 71

Sur

TABLE.

Sur la force des Revêtemens qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digues, Chauſſées, Remparts, &c. 78

Sur la force des Ceintres. 88

Machines ou Inventions approuvées en 1726. 93

Eloge de M. Deliſle. 103

TABLE

POUR LES

MEMOIRES.

Observations Météorologiques de l'année 1725. Par M. MARALDI. Page 1

Explication physique & méchanique du choc des Corps à Ressort. Par M. l'Abbé DE MOLIERES. 10

Mémoire sur plusieurs découvertes faites dans les Yeux de l'Homme, des Animaux à quatre pieds, des Oiseaux & des Poissons. Par M. PETIT, Medecin. 96

Sur une Question de Maximis & Minimis. Par M. DE MAUPERTUIS. 116

Differens moyens d'enflammer, non-seulement les Huiles essentielles, mais même les Baumes naturels, par les Esprits acides. Par M. GEOFFROY le Cadet. 132

De la poussée des Terres contre leurs Revêtemens, & la force des Revêtemens qu'on leur doit opposer. Par M. COUPLET. 147

Sur quelques Expériences de Catoptrique. Par M. DU FAY. 237

Ob-

TABLE.

Observations nouvelles sur les mouvemens ordinaires de l'Epaule. Par M. WINSLOW. 252

Description de l'Aurore Boreale du 26 Septembre, & de celle du 19 Octobre, observées au Château de Breuillepont, Village entre Pacy & Ivry, Dioceſe d'Evreux. Par M. DE MAIRAN. 283

Examen de la force qu'il faut donner aux Cintres dont on ſe ſert dans la conſtruction des grandes Voutes, des Arches des Ponts, &c. Par M. PITOT. 308

Obſervations faites à Pequin, & comparées avec celles qui ont été faites à Paris. Par M. MARALDI. 337

Sur le Son que rend le Plomb en quelques circonſtances. Par M. DE REAUMUR. 345

Sur la Longitude de l'embouchure de la Riviere Saint Louis, nommée communément le fleuve Miſſiſipi. Par M. DELISLE. 353

Obſervations Aſtronomiques faites à Berlin dans l'Obſervatoire. Par M. DELISLE. 366

Obſervations de l'Eclipſe de Mars par la Lune, faite à l'Obſervatoire Royal le 18 Janvier 1726. Par M. CASSINI. 368

Mémoire dans lequel on détermine l'endroit où il faut piquer l'œil dans l'operation de la Cataracte. Par M. PETIT, Medecin. 370

Que

TABLE.

Que le Fer eſt de tous les Métaux celui qui ſe moule le plus parfaitement; & quelle en eſt la cauſe. Par M. DE REAUMUR. 385

Sur le Météore qui a paru le 19 Octobre de cette Année. Par M. GODIN. 405

Remarques ſur la Plante appellée à la Chine Hia tſao tom tchom, *ou Plante-Ver.* Par M. DE REAUMUR. 426

Eſſai d'Analyſe en général des nouvelles Eaux Minerales de Paſſy. Par M. BOULDUC le Fils. 431

Obſervation de l'Eclipſe du Soleil, faite à Thury près de Clermont en Beauvoiſis, le 25 Septembre 1726. Par M. CASSINI. 461

Obſervation de l'Eclipſe de Soleil, du 26 *Septembre* 1726, *faite à l'Obſervatoire Royal.* Par M. GODIN. 464

Obſervations Météorologiques de l'an 1726. Par M. MARALDI. 466

HIS-

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXVI.

PHYSIQUE GENERALE.

*SUR LE PLOMB SONNANT.**

ON ſait qu'afin qu'un Corps rende du ſon, il faut que ſes parties ayent des tremouſſemens vifs, faſſent des vibrations preſtes, & que de plus elles s'accordent les unes avec les autres dans ces tremouſſemens, & dans ces vibrations, deſorte que le tout enſemble prenne un certain branle reglé; car ſi les mouvemens ſe détruiſoient, ſe troubloient, ou enfin ne s'accordoient pas, il n'y auroit point de ſon. La vivacité & la preſteſſe des mouvemens demande de la fermeté & de la roideur dans les parties; l'accord des mouvemens y demande une certaine liaiſon, un arran-

* V. les M. p. 345.

rangement qui les diſpoſe en des eſpeces de filets ou fibres aſſés homogenes. Selon ces principes, quand on a vû que le Plomb ne rendoit point de ſon, on n'en a point été ſurpris; la molleſſe ſenſible de ſes parties, leur peu de liaiſon qui le rend ſi aiſément fuſible, annonçoient qu'il ne devoit pas être ſonore.

Il l'eſt cependant, & à tel point, & les occaſions de s'en appercevoir ſont ſi frequentes, que toute la merveille eſt que cette proprieté ait été ſi longtems inconnue. M. Lémery la découvrit par hazard dans un Culot de Plomb qui avoit été fondu, & M. de Reaumur la verifia enſuite très facilement. Il n'y a qu'à fondre dans une Cuillier de fer une petite quantité de Plomb, qui ne puiſſe prendre la figure que du fond de la Cuillier: ce Culot, qui eſt un ſegment ſpherique à peu près, ou elliptique, rendra ſûrement un ſon aſſés clair, & aſſés agreable.

Sans doute la figure du Culot contribue beaucoup à l'effet. Si au lieu d'être plane d'un côté & convexe de l'autre, elle étoit convexe des deux côtés, le morceau de Plomb, quoique de même poids, ſeroit très ſourd. Il faut même que les bords du Culot, plus minces que le reſte, ne le ſoient que juſqu'à un certain point; au-delà, il les faudroit retrancher pour rendre le Culot ſonore. Tout indique qu'il y a une certaine figure préciſe, des proportions entre les dimenſions du Culot, de certaines courbures, plus propres que toutes les autres à produire le ſon; la figure groſſiere qu'on a trouvée d'abord ſans

la

la chercher n'eſt qu'un échantillon fort imparfait de ce qu'on trouveroit en cherchant, & on arriveroit par là à une connoiſſance plus exacte de la figure qu'il faut donner aux inſtrumens de métal uniquement deſtinés à rendre du ſon, comme les Cloches & les Timbres d'Horloges: car, ſelon toutes les apparences, la figure qui conviendroit le mieux au moins ſonore de tous les Metaux, conviendroit à plus forte raiſon aux autres. Mais M. de Reaumur n'entreprend pas ce travail, il avertit ſeulement qu'on le peut faire; & c'eſt ſouvent beaucoup en ces matieres, que d'être averti qu'il y a quelque choſe à voir d'un certain côté.

Une choſe auſſi eſſentielle au Plomb pour être ſonore que la figure, c'eſt qu'il ait été ſimplement fondu, & non pas enſuite forgé, ou trop battu par le Marteau; il perdroit abſolument le ſon: apparemment parce que les grains métalliques, auparavant arrangés aſſés regulierement par le refroidiſſement ſucceſſif & gradué du métal fondu, ne conſerveroient plus cet arrangement; ou parce que leur reſſort, naturellement foible, auroit été encore trop affoibli par le Marteau.

SUR LA LUMIERE SEPTENTRIONALE.

LA Lumiere Septentrionale, qui avoit été fort rare, du moins pour nous, dans tout le ſiecle précédent, & dans tout le commencement de celui-ci, n'a point manqué de paroître tous les ans depuis 1716; & tant parce qu'elle devenoit commune ſans aucun changement conſidérable, que parce qu'elle paroiſſoit s'affoiblir, l'Académie n'en a guere parlé dans ſes derniers Volumes. Mais ce Phénomene, dont on n'attendoit que l'entiere ceſſation, s'eſt remontré cette année avec plus d'éclat, plus de force, plus de durée que jamais, & avec quelques circonſtances toutes nouvelles : ç'a été le plus beau ſpectacle que le Theatre du Ciel nous eût encore donné; & s'il n'eût été preparé depuis dix ans par des ſcenes moins brillantes, la ſurpriſe des Phyſiciens, & la terreur du Peuple, auroient été au plus haut point.

* M. de Mairan & M. Godin ont donné chacun une deſcription exacte de cette magnifique repreſentation de la nuit du 19 Octobre au 20. Un grand Arc, ou plûtôt un grand ſegment de cercle obſcur, au travers duquel cependant on voyoit quelquefois les Etoiles, poſé ſur l'Horiſon du côté du Nord, étoit la baſe, & comme le Reſervoir de Lumiere, d'où naiſſoit une Zone concentrique lumineuſe, & d'où s'élançoient des colomnes verticales, de la clarté ordinaire de

* V. les M. pag. 283, & 405.

de ce phénomene. Mais de plus elles s'élançoient de preſque toute la circonférence de l'Horiſon, juſqu'aſſés près du Midi, étendue qu'elles n'ont pas coutume d'occuper; & ce qui fut encore plus ſingulier, elles s'élevoient juſqu'aſſés près du Zenith, mais aucune n'y alloit, & toutes laiſſoient vers le Zenith un eſpace circulaire vuide, où elles n'entroient point: deſorte que comme elles ſe ſuccedoient rapidement les unes aux autres, & par là faiſoient un effet à peu près continu, il ſembloit que tout le Ciel fût une Voute ſoûtenue ou formée par des Arcs circulaires lumineux, qui tendoient tous à un centre, mais s'arrêtoient alentour, & lui faiſoient une Couronne. C'eût été là l'ouverture de la Coupole d'un Dome. Le phénomene, qui commença avant 8 heures du ſoir, dura pluſieurs heures dans cette grande force, & quelques Obſervateurs ont pretendu qu'il n'étoit pas tout à fait effacé à la naiſſance du jour.

M. de Mairan, qui s'eſt extrêmement appliqué à toutes les circonſtances du ſujet, remarqua avec ſoin quelle étoit la poſition de la Couronne par rapport aux Etoiles fixes; car ſi heureuſement quelque autre Obſervateur éloigné eût remarqué auſſi cette même poſition, & qu'il l'eût trouvée différente, comme il y a toute apparence, cette différence de poſition de la Couronne pour les deux Obſervateurs eût été une Parallaxe, d'où l'on auroit tiré la hauteur du Phénomene au-deſſus de la Terre, la diſtance des Lieux des deux Obſervations étant connue. Que s'il ne s'étoit point trouvé de Parallaxe, on auroit ſû du moins que la diſtan-

ce des deux Lieux auroit été nulle par rapport à la hauteur du Phénomene. Mais on n'a pas eû juſqu'à preſent cette 2de Obſervation neceſſaire. En attendant, M. de Mairan conjecture par d'autres Obſervations, qui ne ſont pas tout à fait ſuffiſantes, que le Phénomene étoit élevé de plus de 50 lieues, ce qui augmenteroit de plus du double la hauteur de l'Athmoſphere déterminée par le Barometre. Suppoſé que le Phénomene indiquât neceſſairement une plus grande élevation de l'Athmoſphere, ce ſeroit un nouvel embarras dans la Phyſique, mais apparemment cet embarras produiroit de nouvelles connoiſſances.

Preſentement que l'on eſt fourni d'un aſſés grand nombre d'Obſervations, peut-être ſera-t-il permis de hazarder quelques conjectures, & une eſpece de petit Syſtême ſur la figure apparente, & les principales circonſtances de cette Lumiere. L'air étant certainement plus denſe & plus peſant ſous le Pole, il doit par ſon poids faire monter plus haut les matieres légeres, qui ſont les exhalaiſons de la Terre, ſulphureuſes, nitreuſes, ferrugineuſes, enfin toutes celles qui ſont propres à s'enflammer. Elles peuvent former un aſſés grand amas, avant qu'il s'y excite une fermentation qui les allume. Cela poſé, que l'on conçoive ſous le Pole un pareil amas dans l'Athmoſphere, qui, parce qu'il en prend neceſſairement la figure, ſera une Zone ſpherique, dont le Pole ſera le ſommet. On lui concevra une étendue plus ou moins grande, ſelon les faits obſervés. Si l'amas d'exhalaiſons prend feu, & ſi les flâmes ſortent tant par la partie inférieure que par la ſuperieure de la Zone,

ne, les Habitants du Pole verront ſur leurs têtes pendant la nuit une Lumiere & des Eclairs pareils à ceux de nos Tonnerres. Mais ſi, ces Phénomenes demeurant les mêmes, le ſpectateur s'éloigne du Pole, il verra le ſommet de la Zone s'abaiſſer toûjours vers l'Horiſon, & la Zone ſpherique, qu'il voyoit entiere, ne lui paroîtra plus que comme un Arc, ou plûtôt comme une Zone circulaire, qui aura un point du milieu plus élevé, & ſes deux extremités appuyées ſur l'Horiſon. L'aire apparente de cette Zone circulaire ſera d'un certain degré d'obſcurité, à cauſe de la quantité d'exhalaiſons. En même tems le ſpectateur verra les flâmes qui s'éleveront de la partie ſuperieure ou convexe de la Zone ſpherique, au lieu qu'il ne les auroit pas vûes ſous le Pole, & il n'en verra pas moins celles qui s'élanceront de la partie inférieure ou concave, s'il y en a qui ſortent par là.

Plus eſt grande la Zone ſpherique, dont le ſommet eſt ſuppoſé au Pole, plus elle embraſſe une grande partie de l'Horiſon du ſpectateur, placé hors de deſſous le Pole. Et il ne faut pas entendre ici l'Horiſon *intelligible*, qui eſt un grand Cercle, il s'agit de l'Horiſon *ſenſible*, petit Cercle parallele à l'autre, & plus élevé de 1500 lieues, qui ſont une grandeur très conſidérable par rapport à la hauteur de l'Athmoſphere, ce qui fait que la Zone circulaire apparente peut quelquefois être aſſés grande pour embraſſer une grande partie de l'Horiſon. Sa grandeur réelle étant poſée, le plus ou le moins qu'elle paroît embraſſer de l'Horiſon ſenſible dépend de l'éloignement où le ſpecta-

teur ſera du Pole: il eſt fort poſſible qu'il la voye terminée à deux points de l'Horiſon, où réellement elle ne l'eſt pas, & alors il voit des colonnes lumineuſes qui partent de différens points de l'Horizon, ſans paroître partir de la Zone obſcure

Il n'eſt nullement neceſſaire que le ſommet de la Zone ſoit au Pole, il doit être très rare au contraire qu'il y ſoit, un amas fortuit d'exhalaiſons ne ſouffre pas tant de regularité; mais il faut du moins concevoir qu'il s'eſt formé dans une Region de l'Athmoſphere fort Septentrionale, puiſque ſelon toutes les Obſervations le fort de la Lumiere, & la plus grande hauteur de la baſe obſcure d'où elle ſort le plus ſouvent, ſont toûjours vers le Septentrion, & que la Phyſique en peut donner des raiſons très vraiſemblables. La premiere connoiſſance qu'on a eûe de cette Lumiere, ç'a été qu'elle paroiſſoit dans les Païs Septentrionaux, tels que l'Iſlande, la Norvege.

Quoi-que ſon origine, quoi-que le reſervoir d'où elle ſort, ſoit en ces Païs-là, il eſt poſſible qu'elle n'y paroiſſe point, tandis qu'elle ſeroit vûe de nos Climats. On la voit ici en Avril, en Août, & il eſt certain que ſous le Pole on ne la verroit point à cauſe de la preſence continuelle du Soleil. Les longs Crepuſcules du Pole peuvent auſſi l'effacer, lorſqu'ils ſont d'une certaine force. Cela ſuffira pour faire juger du reſte.

Comme on ne la voit guere ici en Mai, Juin, Juillet, il y a apparence que le Soleil, qui eſt alors preſque continuellement ſur l'Horiſon des Païs Septentrionaux, y attenue trop les exhalaiſons

ſons, & tient leurs particules trop écartées les unes des autres. Il faut qu'une moindre agitation leur permette de ſe rapprocher, de s'unir, de ſe mêler plus intimement ; c'eſt dans cet état qu'elles fermentent & s'enflâment.

Selon ces idées, tout paroît dépendre de ce qui ſe paſſe dans l'Athmoſphere du Septentrion, & nullement de la conſtitution de la nôtre. Cependant le Phénomene ſemble avoir quelque rapport à cette conſtitution de notre Athmoſphere, puiſque les 10 années conſécutives dans leſquelles il a paru ont toutes été aſſés ſéches, & que même il n'a guere paru qu'après des tems ſecs. Mais il ſe peut bien que l'incendie ayant commencé dans l'Athmoſphere Septentrionale, il ſe communique à la nôtre, quand elle eſt dans les diſpoſitions néceſſaires, ſans quoi le Phénomene originaire auroit peut-être été trop foible pour être apperçû. Il eſt même poſſible que nous ne voyions rien du Phénomene originaire, mais ſeulement quelques feux qu'il aura allumés dans les exhalaiſons de notre Climat. L'année 1716 peut devenir une Epoque d'où nous compterons une augmentation conſidérable de connoiſſances ſur le ſujet des Meteores.

*SUR UNE PROPRIETÉ SINGULIERE DU FER.**

JUSQU'ICI on a crû communément, que le Fer ne pouvoit prendre que groſſierement la forme d'un Moule, où il étoit jetté en fonte, & qu'il n'en ſortiroit jamais avec la netteté & la vivacité des Ouvrages faits des autres Metaux fondus, d'Argent ou de Cuivre, par exemple. En effet il ne ſe met jamais, ou preſque jamais en fuſion auſſi-bien que ces autres Metaux, & il ne paroît pas douteux qu'une plus grande liquidité ne ſoit neceſſaire pour s'inſinuer plus exactement juſque dans les plus petits recoins d'un Moule. Cependant M. de Reaumur a vû le contraire par des experiences réiterées, auxquelles il a longtems réſiſté en faveur du préjugé établi, & ſe défiant, comme il l'avoue, de ſes diſpoſitions trop avantageuſes pour le Fer, qu'il a tant manié. Il a vérifié que le Fer ſe moule plus parfaitement même que les autres Métaux.

La raiſon en ſera bien évidente, s'il eſt averé que le Fer ſe dilate en ſe refroidiſſant, & que les autres Métaux ne le faſſent pas; car alors on concevra aiſément & neceſſairement que le Fer qui ſe refroidira dans le Moule & en même tems s'y étendra, en ira chercher les moindres traits pour s'y appliquer avec toute la force de

* V. les M. p. 385.

de ſon extenſion, & par conſéquent en recevra très vivement l'empreinte: au lieu que l'effet contraire arrivera dans les Métaux qui ſe reſſerreront.

Mais qu'un Corps ſe dilate en ſe refroidiſſant, c'eſt une choſe preſque paradoxe, du moins ſinguliere, & dont on n'a qu'un ſeul exemple, celui de l'Eau, qui conſtamment a plus de volume étant glacée. On ne peut donc pas ſuppoſer hardiment cette proprieté dans le Fer, il en faut des preuves; il faut voir ſi ce qui arrive à l'Eau qui ſe glace, & qui marque ſa dilatation, arrive auſſi au Fer, lorſqu'il paſſe de l'état où il eſt en fonte, à ſon état ordinaire de dureté & de ſolidité.

Si l'Eau ſe gele dans un vaſe étroit, ſa ſurface s'éleve ſenſiblement, & de plus devient convexe. La raiſon de la convexité, car celle de l'élevation ſaute aux yeux, eſt que les parties de l'eau, qui touchent les parois du vaſe, ſont les premieres refroidies ou arrêtées par cet attouchement, elles s'attachent à ces parois par leur viſcoſité naturelle, tandis que les autres ont encore leur mouvement de liquidité; & comme celles-ci ne commencent à le perdre qu'après que les premieres l'ont perdu tout à fait, & qu'en le perdant elles ſe dilatent, elles ont plus de facilité à élever le milieu de la ſurface de l'Eau que ſes bords, & n'élevent que ce milieu. Il eſt viſible que ſi l'Eau ſe reſſerroit en ſe glaçant, ſa ſurface dans ces mêmes vaſes ſeroit concave par la raiſon contraire, le milieu de l'Eau ſe retireroit en bas, tandis que ſes bords demeureroient attachés & collés plus haut.

Tout le monde ſait qu'un Glacon nage ſur l'Eau liquide, ou que ſi ſur un Glaçon mis au fond d'un vaiſſeau on verſe de l'Eau liquide, il remonte auſſi-tôt: preuves inconteſtables que le Glaçon a moins de peſanteur ſpecifique, & par conſéquent moins de matiere propre ſous un même volume, ou en un mot, plus d'extenſion, & que c'eſt de l'Eau dilatée.

On jugera aiſément que M. de Reaumur a tranſporté au Fer toutes ces experiences connues ſur l'Eau. Elles lui ont toûjours prouvé que le Fer étoit de même condition que l'Eau à l'égard de la congelation; & de plus, quand il les a appliquées aux autres Métaux, elles lui ont prouvé que le Fer étoit le ſeul ainſi conditionné.

Nous ne parlons que des Métaux parfaits. M. de Reaumur, qui trouvoit dans le Fer une proprieté que l'on croyoit n'appartenir qu'à l'Eau, quoi-qu'il ne ſoit guere vrai-ſemblable qu'il y ait des proprietés ſi uniques, ne manqua pas de conjecturer que celle-là pourroit bien s'étendre plus loin; & comme le Fer en l'état de fonte a peu de qualités métalliques & ſe rapproche des Mineraux, & que d'ailleurs quelques Mineraux ont aſſés de qualités métalliques, il conçut que le Fer dont il s'agit étant dans une eſpece de paſſage du Métal au Mineral, la proprieté cherchée pourroit reparoître en quelque Corps placé à peu près dans ce paſſage. Il fit ſes experiences ſur le Zinc, l'Etain de glace, ou Biſmuth, & l'Antimoine; & elles lui apprirent que l'Etain de glace, & l'Antimoine, devoient être rangés avec le Fer & l'Eau.

Nous

Nous n'entrons point dans le détail, quoique curieux & inſtructif, des experiences de M. de Reaumur. Elles donnent plus ou moins ſûrement les concluſions qu'on en attend, ſelon qu'on a pris une route ou une autre, par rapport cependant au même but ; elles peuvent quelquefois faire illuſion, à moins qu'on n'y apporte des yeux bien attentifs, & bien éclairés par d'autres connoiſſances, &c. Mais il ne faut pas oublier une remarque qu'il a faite. Quelques faits indiquoient que le Fer a dû s'étendre dans le Moule où il s'eſt figé ; par exemple, on voyoit que les Ouvrages de Fer fondu étoient ou égaux aux Modeles ſur leſquels ils avoient été faits, ou même plus grands, & ceux des autres Métaux au contraire plus petits. Le Fer avoit donc plus exactement preſſé ſon moule, ou l'avoit fait un peu ceder. Mais on s'appercevoit peu de cette différence de grandeur des Ouvrages de différens Métaux par rapport à leurs Modeles, parce qu'on ne ſongeoit point à ce qu'elle pouvoit prouver ; & maintenant qu'on ſait que le Fer s'eſt étendu, elle ſera plus curieuſement obſervée, parce qu'elle prouve cette extenſion. Les obſervations font naître les connoiſſances, & ſouvent auſſi les connoiſſances font naître les Obſervations.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

M. De Gentien, Capitaine de Vaiſſeau du Roi, avoit fait doubler de Plomb le Coffre de Stribord du Vaiſſeau qu'il montoit, pour éprouver ſi la Poudre & les Gargouſſes de Parchemin s'y conſerveroient mieux que dans les Coffres doublés de Planches, dont l'humidité pourrit preſque toûjours une partie des Gargouſſes, & affoiblit la Poudre. Un jour le Vaiſſeau ayant été extrêmement agité par une groſſe Mer, & les Eaux qui croupiſſent dans les Façons de derriere ayant exhalé une très mauvaiſe odeur, cette exhalaiſon, qui paſſa par le Coffre doublé de Plomb, porta avec elle une couleur de plomb, qui couvrit une grande partie de la Ste. Barbe, & de la Barre du Gouvernail, le ſecond Pont, & les Volets de la Chambre du Capitaine. Trois mois après, le Vaiſſeau étant arrivé à Breſt, cette couleur ſe trouva encore empreinte en pluſieurs endroits. Du reſte, l'experience apprit à M. de Gentien qu'il étoit à propos de doubler les Coffres de Plomb. Dans celui qui l'étoit, il n'y eut de Gargouſſes gâtées que le tiers de ce qu'il y en

en avoit dans les Coffres doublés de Planches. C'eſt de M. du Fay que l'on tient cette Relation.

II.

M. Bouguer, Profeſſeur en Hydrographie au Croiſic, habile Mathematicien, dont nous avons déja parlé en 1721 *, ayant lû les Memoires donnés par M. de Mairan en 1719 & 1721 ſur le chaud & le froid de l'Eté & de l'Hyver, chercha les moyens de découvrir par experience le rapport des différens degrés de lumiere du Soleil à différentes élevations, ce qui entroit naturellement dans la Theorie de M. de Mairan, & donnoit la ſolution d'un Problême qu'il avoit indiqué. Pour cela M. Bouguer avoit beſoin de comparer la lumiere du Soleil à quelque autre Lumiere dont on pût diſpoſer, c'eſt-à-dire, dont on pût faire varier la force ſelon des diſtances connues. Mais la Lumiere du Soleil eſt trop vive pour être aiſément comparée à quelque autre lumiere dont nous diſpoſions, & M. Bouguer conçut avec raiſon qu'il ſuffiroit de ſe ſervir de celle de la Lune, qui dans ſes différentes élevations doit varier ſelon le même rapport. Il éut encore l'attention de prendre la Lune dans deux élevations qui fuſſent les mêmes que les deux élevations Meridiennes du Soleil au ſolſtice d'Hyver, & à celui d'Eté, & cela dans deux nuits conſécutives, afin que la Phaſe de la Lu-

* p. 64.

Lune n'étant que très peu différente, elle ne fût pas ſenſiblement plus lumineuſe à une obſervation qu'à l'autre.

Le 23 Nov. 1725. vers les 10 heures ½ du ſoir, il reçut perpendiculairement ſur un papier la lumiere de la Lune élevée de 19° 16′, & en même tems il fit tomber perpendiculairement auſſi ſur un autre papier la lumiere de 4 Chandelles, qu'on éloignoit ou qu'on approchoit du papier, juſqu'à ce qu'on jugeât leur lumiere égale à celle de la Lune. Pour arriver à cette égalité il fallut mettre les Chandelles à 50 pieds de leur papier. Le lendemain il repeta la même operation la Lune étant élevée de 66° 11′, & il ne fallut mettre les Chandelles qu'à 41 pieds. Or on ſait que la force d'une même Lumiere diminue ſelon les quarrés des diſtances où elle eſt reçue, c'eſt-à-dire, que reçue 2 fois, 3 fois plus loin, &c. elle eſt 4 fois, 9 fois, &c. plus foible. Donc la lumiere de la Lune ayant été dans les deux obſervations égale à celle des Chandelles, la Lune élevée de 66° ou de 19° étoit dans les mêmes cas à l'égard de la force de ſa lumiere, que ſi ſon éloignement avoit été ſucceſſivement 41 & 50. Donc la lumiere de la Lune élevée de 66° ayant été repreſentée par le quarré de 50 ou 2500, celle de la Lune élevée de 19° le ſeroit par le quarré de 41 ou 1631, ce qui eſt environ le rapport de 3 à 2. Ces deux élevations de la Lune étant celles du Soleil dans les deux ſolſtices pour notre Climat, on ſait donc que la lumiere, ou, ce qui en eſt une ſuite, la chaleur du ſolſtice d'Eté eſt à celle du ſolſtice d'Hyver, environ

viron comme 3 à 2, à n'y conſidérer rien de plus.

M. Bouguer a trouvé par la même Méthode, qu'au moment que la Lune ſe couche, & que ſon bord inférieur touche l'Horizon, ſa lumiere eſt environ 400 fois plus foible, que quand elle eſt élevée de 66°. Ce ſera la même choſe pour le Soleil.

Il a découvert auſſi le rapport de la Lumiere du Soleil à celle de la Lune. Le Soleil étant élevé de 31°, il en a reçû la Lumiere dans une Chambre obſcure par un trou de 1 ligne de diametre, auquel étoit appliqué un Verre concave, qui en vertu de ſa figure écartoit les Rayons & les rendoit divergens. Ces Rayons reçûs ſur un papier à 6 pieds de diſtance, où leur divergence étoit de 9 pouces, étoient, ainſi qu'il eſt aiſé de le calculer, 11664 fois plus diſperſés, & par conſéquent plus foibles, que lorſqu'ils paſſoient par le trou de 1 ligne. Pris dans cet état, leur lumiere étoit égale à celle d'une Bougie placée à 16 pouces de diſtance d'un papier qu'elle éclairoit. Voilà à quoi il faut comparer la lumiere de la Lune dans les mêmes circonſtances. M. Bouguer fit donc paſſer par le même trou, & par le même Verre, la lumiere de la Lune en ſon plein, élevée de 31°. Mais cette lumiere étant reçûe ſi proche du Verre que la divergence des Rayons n'étoit que de 8 lignes, & que par conſéquent la lumiere n'étoit affoiblie que 64 fois, elle l'étoit déja tant, que pour l'égaler en foibleſſe, il falloit mettre la Bougie à 50 pieds de ſon papier. De-là M. Bouguer

a conclu par calcul, que ſi on avoit affoibli cette lumiere autant que l'avoit été celle du Soleil, c'eſt-à-dire 11664 fois, il faudroit pour lui égaler enſuite la lumiere de la Bougie, mettre la Bougie à 675 pieds du papier. Or la Bougie qui égaloit la lumiere du Soleil 11664 fois affoiblie étoit à 16 pouces ou à 1 pied $\frac{1}{3}$ de diſtance. Donc les quarrés des nombres 675 & 1 $\frac{1}{3}$ repreſenteront la lumiere du Soleil & celle de la Lune. Par pluſieurs autres experiences, toûjours faites en pleine Lune, M. Bouguer a trouvé en prenant un nombre moyen, que la lumiere du Soleil a 300000 fois plus de force que celle de la Lune. Il eſt aiſé de voir combien tout le Phyſique, qui entrera dans cette matiere, y portera de varietés; mais c'eſt beaucoup que d'en avoir le Géometrique, que l'on n'eût peut-être pas eſperé qui ſe fût laiſſé découvrir d'une maniere ſi ſimple, & ſi ſenſible

III.

M. Coulon l'aîné, Citoyen de Beſançon, a écrit à M. l'Abbé Bignon le fait ſuivant. Un Fermier qu'il a, s'apperçut qu'il venoit une tumeur à l'Epaule gauche d'une jeune Vache de 3 ans. Quand il jugea la tumeur aſſés mûre, il la perça, & en tira du pus, mais il fut bien étonné quelques jours, après de voir ſortir le bout de la lame d'un petit Couteau, qui naturellement avançoit toûjours de plus. On voulut l'arracher, mais quand elle étoit entierement dehors, on ſentoit

toit qu'elle étoit arrêtée par quelque choſe, comme par un manche, & c'en étoit effectivement un, ainſi qu'on l'a vû depuis. On ceſſa de faire des efforts ſur cela, & la Vache en cet état portant cette lame tantôt plus, tantôt moins ſortie, ne laiſſa pas de faire deux Veaux. Quelque tems après le ſecond, le Couteau ayant entierement diſparu, on ne ſut s'il étoit tombé, ou rentré tout à fait dans le corps de la bête qui ſe ſeroit couchée deſſus, ou auroit été heurtée en cet endroit. Mais l'incertitude ne dura pas long-tems, on vit la Vache maigrir peu à peu, & enfin elle mourut. On a gardé le Couteau par curioſité, mais il n'eſt point dit en quel endroit du corps il a été trouve après la mort. On ſait ſeulement que la lame ſortoit entre deux côtes de la bête vivante. Tout ce qu'on a pu conjecturer auſſi ſur l'origine de l'accident, c'eſt qu'un petit Berger qui portoit toûjours du ſel dans ſa poche, y aura mis ce couteau dont le manche ſe ſera chargé de Sel, qu'il l'aura laiſſé tomber dans l'Etable, & que la Vache friande de Sel l'aura avalé.

IV.

Nous avons donné en 1725 * quelques Obſervations de M. Deſlandes ſur la conſtitution particuliere de cette année-là, tant en Bretagne qu'en quelques endroits de l'Amerique. L'Académie en a reçû depuis du même M. Deſlandes une Relation plus ample. Les

* p. 1. & 2.

Les Vents de Sud, & de Sud-Oueſt ont regné pendant preſque toute l'année 1725 ſur les Côtes de Poitou, de Bretagne, & d'une partie de la Normandie, ce qui a beaucoup dérangé le *Cabotage*, c'eſt-à-dire, la petite Navigation qui ſe fait d'un lieu ou Cap à un autre peu éloigné. On a ſouvent manqué du Vent, qui auroit été neceſſaire pour ſortir d'un Port.

Ces Vents, qui ont dominé, ont amené des Pluyes continuelles, parce qu'ils n'arrivoient ſur les terres qu'après avoir parcouru une grande étendue de Mer. Les Pluyes, ſi neceſſaires dans toute la baſſe Bretagne, y ont été trop abondantes. C'a été un Déluge, qui inondoit tout. Les Antilles ont ſouffert de terribles coups de Vent. On y a vû des Montagnes s'écrouler, en pouſſant une fumée épaiſſe, & des flâmes. Pluſieurs Habitations ont été ſubmergées à la Martinique, à St. Domingue, à la Jamaïque, à la Barbade, &c. & preſque toutes les Cannes de Sucre noyées.

L'Amerique plus Septentrionale a encore plus ſouffert. Le Ciel y a toûjours été *embrumé*, & à peine dans toute l'année a-t-on vû le Soleil 10 ou 12 fois. Les Vaiſſeaux François & Anglois, qui ont navigé dans cette partie de l'Amerique, n'ont pu que rarement prendre hauteur, & reconnoître les Terres qu'ils vouloient approcher. D'ailleurs les Courans ont été plus forts que jamais, & plus irreguliers. Ils ont, ſelon toutes les apparences, cauſé la perte de la Flûte du Roi, *le Chameau*.

On

On a vû des Glaces pendant la plus grande partie de l'année juſque par les 58 degrés de latitude Nord. Nous avions déja dit qu'on en avoit vû par les 45 le 15 Juin, & que les Sauvages de la Côte tirent un fort mauvais augure de ces Glaces, qui paroiſſent ſi tard. Ils ſont ſi perſuadés que l'année ſera mauvaiſe, qu'ils ſe renferment dans leurs Cabanes, ſans ſe mettre en peine de Chaſſe, ni de Pêche. Il ſemble qu'ils ſaiſiſſent avec plaiſir ce pretexte de ſe livrer à leur pareſſe naturelle, reſolus à ſouffrir courageuſement la faim.

M. Deſlandes a fait une obſervation ſinguliere ſur le Barometre. Il en avoit deux à Breſt, dont le Mercure lui a toûjours paru ſenſiblement fixe à 26 pouces 4 lignes, depuis 2. Fev. juſqu'au 1er Septembre qu'il monta tout d'un coup à 28 pouces 2 lignes, & varia enſuite à l'ordinaire. Voilà une immobilité de ſept mois entiers, un étonnant repos dans l'Athmoſphere de baſſe Bretagne.

Le mois d'Août, le plus favorable de tous pour la navigation, & celui où les Grecs diſoient, ſelon la traduction de M. Deſlandes, que Neptune *prend ſes vacances*, a été le plus mauvais à la Mer, & celui où il eſt arrivé le plus de naufrages. Pendant tout ce mois les Vents ont été *fous*, c'eſt-à-dire qu'en moins de 24 heures ils faiſoient le tour du Compas. Ils retomboient toûjours au Sud.

A Breſt, & dans pluſieurs Ports de Bretagne & de Normandie, on a ſouvent remarqué qu'environ à une lieue de la Côte l'eau de la Mer étoit douce, bonne à boire & d'une cou-

couleur différente du reſte ; effet des continuelles & abondantes Pluyes. La même cauſe produiſit apparemment la douceur des eaux du Port de Siracuſe l'année de la mort de Denis le Tiran ; mais Pline n'en eût peut-être pas parlé, ſi cela n'eût paru avoir quelque rapport myſterieux & agreable avec l'évenement qui s'y joignit.

La Pêche a été très mauvaiſe. On peut croire que la grande agitation de la Mer presque continuelle a empêché le Poiſſon de frayer, ou qu'elle a du moins empêché les œufs de ſe coller à des corps ſolides, où il falloit qu'ils s'attachaſſent pour éclorre. Il eſt certain que dans les lieux où la Mer eſt fort battue, comme dans le Pas de Calais, on ne voit point de Poiſſons, quoi-que les Côtes en regorgent. Nous ne repeterons point ce que nous avons déja dit ſur les nouveaux Poiſſons qui parurent à Breſt.

V.

Nous avons parlé en 1712 * d'une Grotte à 5 lieues de Beſançon, qui eſt une eſpece de Glaciere perpetuelle. Sa ſingularité étoit, qu'il y fait réellement plus froid en Eté qu'en Hyver ; on voit bien que ce *reellement* eſt ajoûté pour les Phyſiciens, car tous ceux qui ne jugeroient de ce fait que par leur ſentiment naturel, n'en ſeroient aucunement ſurpris Cette ſingularité fondée ſur les obſervations de M. Billerez, habile Profeſſeur dans

* p. 27. & ſuiv.

dans l'Univerſité de Beſançon, devient maintenant douteuſe par celles que M. des Boz Ingenieur du Roi, & Correſpondant de M. Maraldi, a envoyées à l'Académie.

Il a fait quatre voyages à la Grotte, le 15 Mai & le 8 Nov. 1725, le 8 Mars & le 20 Août 1726, c'eſt-à-dire, dans les quatre ſaiſons de l'année, & il a toûjours trouvé par le Thermometre l'air beaucoup plus froid dans la Grotte qu'au dehors, mais plus chaud dans les tems plus chauds. Enfin elle ſuit la regle ordinaire des Caves, & de tous les lieux où l'air n'a pas une liberté entiere de ſe reſſentir de la variation generale de la chaleur.

La cauſe du grand froid, quoi-que moindre en Eté, qui s'entretient toûjours dans la Grotte, eſt fort naturelle. Son ouverture, ainſi que M. des Boz l'a trouvé par la Bouſſole, eſt directement expoſée au Nord-Nord-Eſt, & répond ſur cette ligne à une gorge de Montagnes, qui ne laiſſe paſſer qu'un Vent très froid par lui-même, & dont elle augmente encore la froideur en retreciſſant ſon paſſage. Un Rocher en ſaillie couvre encore une partie de l'ouverture de la Grotte, & la défend de l'air exterieur; à la reſerve d'un petit Pré qui eſt au-deſſus de ce Rocher, tout le reſte de la Montagne eſt couvert de grands Hêtres, dont le pied eſt environné d'Arbriſſeaux ou de Brouſſailles, & par conſéquent les rayons du Soleil ne peuvent guere penetrer juſqu'à terre, & encore moins juſqu'au Rocher qui eſt au-deſſous, & qui fait la voute de la Grotte. Des perſonnes dignes de foi ont aſſûré M. des Boz,

Boz, que depuis qu'on avoit coupé quelques-uns de ces grands Arbres du deſſus de la Grotte, elle ne fourniſſoit plus autant de Glace qu'auparavant.

Pour éprouver s'il y avoit quelques Sels, qui fuſſent la cauſe de la congelation, il a fait fondre & évaporer entierement une grande quantité de glace de la Grotte, & il eſt reſté au fond du vaiſſeau de petits graviers, qui n'avoient d'autre goût que celui des Pierres d'Ecreviſſe miſes en poudre.

Au reſte, il n'y a dans la Grotte aucunes ſources, comme quelques-uns l'ont avancé. La glace ne vient que des Pluyes, & des Neiges fondues, qui ſe filtrant peu à peu au travers du terrein, & des fentes du Rocher, juſque dans la Grotte, s'y congelent tant à la voute qu'aux parois, & cela, preſque ſûrement en toute ſaiſon de quelque année que ce ſoit.

CEtte année l'Académie reçut du R. P. Dominique Parennin, Miſſionnaire de la Compagnie de Jeſus à la Chine, un preſent conſidérable, très conforme à ſon goût; accompagné de deux Lettres, l'une du mois d'Août, l'autre du mois d'Octobre 1723. Elle ne peut mieux marquer ſa reconnoiſſance qu'en expoſant au Public la valeur de ce preſent, quoiqu'elle ne le puiſſe faire que d'une maniere aſſés ſuccinte.

Cam-hi Empereur de la Chine, mort en 1722, qui à une grande connoiſſance des Sciences

ces Chinoiſes joignoit une grande curioſité des Européennes, dont il ſentoit bien les avantages, & une extrême facilité de s'en inſtruire, ordonna au P. Parennin de lui faire un Traité general d'Anatomie dans la langue des Tartares *Mantcheu*, ou Orientaux, qui ont conquis la Chine il y a plus de 80 ans. Entre tous les Livres d'Anatomie que le P. Parennin avoit portés avec lui, il jugea que le plus clair & le plus intelligible étoit celui de M. Dionis, & il entreprit de le mettre en Tartare, ayant d'ailleurs tous les ſecours poſſibles, qu'il n'avoit pas eu ſeulement la peine de demander à l'Empereur.

Il fait dans une de ſes Lettres des remarques très curieuſes ſur cette langue Tartare, ſur ſon extrême différence d'avec les nôtres; &, ce qu'on ne ſoupçonneroit peut-être pas ici, ſur ſa richeſſe, ſur ſon élegance, ſur ſa netteté, & ſur le ſoin ſcrupuleux que les Tartares, maîtres de la Chine, prennent pour la rendre invariable & éternelle, & ſur-tout pour l'empêcher de ſe mêler avec la Chinoiſe. C'eſt encore un détail très agreable que celui de l'exactitude preſque ſuperſtitieuſe, avec laquelle furent écrits ces Livres deſtinés pour l'Empereur ſeul: non ſeulement le moindre renvoi, la moindre taute d'écriture, n'étoient pas permis; mais pour un trait d'un caractére trop ou trop peu marqué, on recommençoit la feuille. Il n'y en a aucune qui n'ait été écrite 15 ou 20 fois, & le tout contenoit 8 volumes aſſés gros, dont le P. Parennin a eû la bonté de donner une Copie à l'Académie,

mie, un peu moins belle ſeulement que l'original de l'Empereur.

Il eſt à remarquer qu'au rapport du P. Parennin, les Medecins Chinois connoiſſoient la circulation du Sang, ou plutôt la ſuppoſoient dans leur Theorie ſans la connoître, car ils n'avoient nulle idée de la maniere dont elle s'execute. Apparemment elle leur étoit connue de la maniere confuſe & inintelligible don elle l'aura été de quelques Anciens, ſi elle l'a été.

L'Académie a l'obligation au P. Parennin d'avoir porté ſon nom juſqu'à l'Empereur de la Chine, dans toutes les occaſions qu'il trouvoit de faire valoir ſes travaux & ſes découvertes ſur des ſujets qui pouvoient intereſſer la curioſité de ce grand Prince. Il étoit ſurpris de ce que les Obſervations & les recherches s'étendoient juſqu'aux choſes les plus viles en apparence, & les plus dignes d'être negligées, aux Araignées, par exemple. Il voulut que le P. Parennin lui mît en Tartare tout ce que Mrs. Bon & de Reaumur avoient fait ſur cette matiere, & que trois des Princes ſes fils l'étudiaſſent avec ſoin, & lui en rendiſſent compte. Ils convinrent que pour avoir une ſi grande ardeur de découvrir, *il falloit être Européen.*

Aux 8 Volumes de l'Anatomie en Tartare, le P. Parennin a joint pluſieurs Drogues medicinales de la Chine, ſoit vegetales, ſoit animales, dont il donne les deſcriptions, ou les préparations; quelquefois il ajoûte des exemples de Cures conſidérables qu'il en a vûes,

vûes, qui avoient été manquées par nos Remedes d'Europe. Nous ne parlerons que de deux de ces Drogues, & le Public n'y perdra rien, puiſque tout ce qu'a écrit ce ſavant Miſſionnaire ſera imprimé dans un Ouvrage qui appartient à ſa Compagnie, dont nous reſpectons le droit legitime.

La Rhubarbe, ſi connue depuis long-tems par ſon uſage, a été juſqu'à preſent inconnue en elle-même; on ne ſait ni en quel Pays préciſément vient la Plante, ni quelle elle eſt. Le P. Parennin fait ceſſer entierement cette ignorance. La Rhubarbe croît en pluſieurs endroits de la Chine: celle de la Province de Tie-chouen eſt la meilleure; celle de la Province de Xenſi, & celle du Royaume de Tibet ſont inférieures; on ne fait nul cas & nul uſage des autres à la Chine. Le P. Parennin fait une deſcription de la Rhubarbe, d'après laquelle on la pourroit deſſiner. Il traite au long de la maniere dont les Chinois préparent la Racine, qui eſt la partie medicinale.

* La ſeconde Drogue, dont nous parlerons, ſeroit fort ſinguliere, & fort étonnante, ſi, ſelon ce qu'on en dit à la Chine, elle étoit Plante en Eté, & Ver en Hiver. Son nom Chinois *Hia-tſao-tom-tchom* ſignifie cette merveilleuſe proprieté. C'eſt effectivement une Racine de l'extremité de laquelle ſort une figure parfaite d'un Ver, ſec & jaunâtre, de 9 lignes, où l'on diſtingue très ſenſiblement la tête, les pieds, le ventre de l'Animal, & juſ-

* V. les M. p. 426.

juſqu'à ſes yeux, & aux plis de ſon dos. Mais cela même qui fait la merveille pour les Chinois, & la feroit bien auſſi pour le commun des François, la détruiſit pour l'Académie; on s'apperçut bien vîte que c'étoit une vraye dépouille de quelque Chenille, & M. de Reaumur s'en aſſûra pleinement par un examen plus particulier. On prend la figure de Ver pour une partie & un prolongement de la Racine, parce qu'en effet elle y tient étroitement, & par-là on croit que cette portion de la Racine eſt devenue Ver; mais en y regardant de plus près M. de Reaumur a fort bien vû que la ſubſtance de la Racine, ligneuſe à l'ordinaire, étoit toute différente de celle qui reſte du Ver. Il juge que la Chenille, prête à ſe métamorphoſer en Nimphe, ou *Aurelie*, ronge l'extremité de la Racine, y fait une cavité où elle introduit ſa queue, qui s'y peut attacher encore par quelque viſcoſité du corps de l'Animal, & qu'ainſi elle ſe menage un point fixe, un appui, pour ſe débaraſſer plus aiſément de l'enveloppe qu'elle doit quitter. Il n'eſt point ſingulier qu'un Ver, qui ſe transformera, vive juſque là ſous terre; on en a pluſieurs exemples: il y en a auſſi qui ne ſe cachent ſous terre que pour ſe transformer; la Chenille de la Chine ſera dans l'un ou l'autre cas.

Le P. Parennin nous a donné une idée generale de la Botanique de la Chine & de la Tartarie Orientale, conforme en partie à la nôtre, & en partie abſolument différente. Quel vaſte champ pour her-

herboriſer ! Mais les Miſſionnaires n'en ont pas la commodité qu'on s'imagineroit ici. Il ne faut pas s'arrêter à des regrets ſur un ſujet ſi particulier ; toutes les Sciences Européennes vont être étouffées à la Chine dans leur naiſſance, puiſqu'on n'y veut plus recevoir les habiles gens qui y portoient la double lumiere de ces Sciences & de la Religion.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* Le Journal des Obſervations de M. Maraldi pour l'année 1725.

ANATOMIE.

SUR LES YEUX DE L'HOMME

ET

DE DIFFERENS ANIMAUX. †

IL n'y a encore rien qui ait été aſſés examiné, & peut-être rien ne le ſera-t-il jamais aſſés. Tout eſt infini dans la Nature. M. Petit le Medecin, qui a beaucoup étudié les Yeux, principalement par rapport aux Cataractes, a fait

* V. les M. page 1. † V. les M. p. 96.

fait ſur ce ſujet, qui devroit être ſi connu, un grand nombre d'Obſervations nouvelles qu'il annonce, & qu'il traitera plus au long les unes après les autres. Nous ne parlerons ici que de quelques-unes des principales, ou qui ont merité qu'il les accompagnât d'avance de quelques réflexions, & de quelques raiſonnemens.

1°. Il a trouvé que les Yeux de Mouton, de Bœuf, de Cheval ont moins de convexité à leur partie poſtérieure, qu'à l'antérieure; ceux des Oiſeaux au contraire; que ceux des Poiſſons ſont aplatis tant à la partie anterieure qu'à la poſterieure; que ceux de l'Homme ſont à peu près ronds, auſſi-bien que ceux du Singe, du Chien, du Chat, du Loup. Tout cela doit avoir quelque effet par rapport aux différentes circonſtances, & aux différens beſoins de la Viſion.

2°. En conſiderant avec beaucoup d'attention la Cornée d'un Negre mort, il y apperçut quelques lignes rougeâtres, qui ſe croiſoient, s'entrelaſſoient, & formoient quelquefois de petits Polygones. Ayant enlevé la Cornée, il ne les voyoit point en la regardant contre le jour, mais ſeulement en la tournant vers un lieu obſcur. La raiſon en eſt bien évidente. Dans la premiere poſition de la Cornée, ces lignes très deliées & très fines ne pouvoient être vûes que par des rayons qu'elles avoient reçûs d'un lieu peu éclairé, & qui par conſéquent étoient trop foibles pour ſe faire ſentir en preſence de ceux qui venoient du grand jour. C'étoit le contraire dans la ſeconde poſition de la Cor-

Cornée. M. Petit n'a pu voir ces lignes ſur la Cornée d'aucun Negre vivant.

Il n'a pu même les appercevoir ſur la Cornée d'aucun Blanc après la mort, excepté ſur celle d'un homme de 20 ans, où il les trouva de la même couleur, formant les mêmes figures, mais plus groſſes. Il les voyoit mieux en regardant cette Cornée du côté convexe, que du concave, & pour en trouver la raiſon par une experience ſemblable, il étendit des fils très fins tant ſur le côté convexe que ſur le concave d'un Verre ordinaire de Montre, & il vit que les fils qui étoient de l'un ou de l'autre côté lui paroiſſoient plus gros, lorſqu'il les regardoit du côté où ils étoient; ce qui eſt fort naturel, & conforme aux raiſons d'Optique. De-là il conclut que les lignes de la Cornée du jeune homme étoient plus du côté de la convexité que de la concavité.

Mais qu'étoit-ce que les lignes rouges de ces deux Cornées? étoient-ce des Vaiſſeaux ſanguins? la Conjonctive en a certainement, mais il ne paroît pas que la Cornée en ait; on n'en a jamais pu découvrir avec le Microſcope. M. Petit aſſûre qu'il n'a jamais vû aucune rougeur, & par conſéquent aucuns Vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée des Fœtus, quoique d'ailleurs la Sclerotique, & la Choroïde qui eſt ſi déliée, y ſoient ordinairement rouges, & que la Membrane, qui enveloppe le Criſtallin, ſoit quelquefois rougeâtre: enfin des Injections fort fines paſſent dans ces deux dernieres Membranes, mais non dans la Cornée; marque qu'elle a des Vaiſſeaux plus fins, & qui lui ſont particuliers. Lorſqu'il y paroît de la rougeur, il

faut que ces Vaiſſeaux-là ayent été dilatés par quelque inflammation, quelque contuſion, qui aura forcé quelques gouttes de Sang à y entrer, & c'eſt à de pareils accidens que M. Petit conjecture qu'il faut rapporter les lignes rouges de la Cornée du Negre, & du jeune homme.

3°. Tout le monde croit que la Choroïde eſt noire dans l'Homme, & l'on n'a pas encore remarqué qu'il faut diſtinguer les âges. Elle eſt tout à fait brune ſous la Retine dans les Enfans, enſuite elle s'éclaircit toujours & conſidérablement juſqu'à une vieilleſſe avancée. Cette obſervation doit du moins modifier beaucoup les uſages qu'on a tirés de la noirceur de cette Membrane par rapport à la Viſion.

4°. Le Criſtallin eſt ſujet auſſi pendant le cours de la vie de l'Homme, à un changement perpetuel, quoique très lent. Il ne ceſſe de varier & par la couleur, & par la conſiſtence. Il ne paroît avoir aucune couleur juſqu'à 25 ou 30 ans, qu'il commence à ſe teindre d'un jaune très leger. Dans la ſuite ce jaune devient toûjours plus fort, juſqu'à être enfin celui de l'Ambre. De même le Criſtallin eſt très mou dans l'enfance, & également mou par-tout; il ſe durcit enſuite, mais inégalement, plus vers le centre que vers la circonférence; & dans la vieilleſſe il a acquis ſa plus grande dureté, & une dureté par-tout égale.

Les Criſtallins des Animaux à quatre pieds, des Oiſeaux, & des Poiſſons n'ont point de couleur, mais ils ſont plus durs ſelon que l'Animal eſt plus âgé, & toujours plus durs au centre. Jamais la dureté

reté du Criſtallin de l'Homme n'égale celle que M. Petit a obſervée dans quelques Oiſeaux, comme les Dindons. Les Quadrupedes ſurpaſſent encore les Dindons ſur ce point, & les Poiſſons ſurpaſſent tout. Leur Criſtallin eſt quelquefois comme de la Corne. Combien de Rayons ſe perdent là, & combien la Viſion doit elle être plus foible, à moins qu'elle ne trouve d'ailleurs des compenſations!

5°. Le Criſtallin de l'Homme paroît toujours plus tranſparent par ſa partie poſtérieure, que par l'antérieure, & M. Petit a trouvé que cela venoit de la Membrane ou Capſule qui l'enveloppe, toûjours plus épaiſſe dans ſa partie antérieure. Si on l'enleve, le Criſtallin eſt partout d'une tranſparence égale. Il eſt à remarquer que M. Petit n'a jamais trouvé cette Membrane opaque dans aucune Cataracte.

Tous ces ſujets, & pluſieurs autres annoncés par M. Petit, ſeront traités en détail; & il eſt aiſé de voir quel prodigieux nombre de réflexions & de raiſonnemens doivent fournir tant de parties différentes, les rapports de leurs configurations, leurs uſages, ſur-tout dans une Anatomie comparée, où l'on fera entrer les Yeux de pluſieurs ſortes d'Animaux.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

IL n'eſt pas fort rare que des Membranes, des Tuniques d'Arteres, des Tendons, des Cartilages, prennent la conſiſtence d'Os, ſurtout dans les Vieillards; on en a vû pluſieurs exemples dans les Volumes précédens : mais il n'étoit pas encore connu des Anatomiſtes, du moins que l'on ſache, que des Chairs muſculeuſes fuſſent ſujettes à cette alteration, ſi ce n'eſt lorſque la fracture de quelques Os donne lieu à l'épanchement du ſuc oſſeux dans les interſtices des fibres charnues voiſines, & que ce ſuc a la force de les oſſifier. C'eſt-là un accident, & ces fibres ne ſe ſont pas oſſifiées d'elles-mêmes : mais voici un cas où elles l'ont fait, & on en doit la connoiſſance à M. Croiſſant de Garengeol, Chirurgien de Paris.

On a trouvé un Os long de 4 ½ pouces, large de plus de 1 pouce en quelques endroits, d'une figure ſemilunaire & torſe, convexe dans ſon milieu, & plat ſur ſa ſurface exterieure, entierement enfermé dans la ſubſtance du Cœur d'un R. P. Jéſuite, mort à l'âge de 72 ans. Il n'en ſortoit aucune partie au dehors, & il ne penetroit point dans les Ventricules. Pour mieux comprendre ſa poſition, il faut ſe ſouvenir que le Cœur eſt formé de 3 grands Muſcles,

cles, ou portions charnues très distinctes. Deux de ces portions sont deux Vaſes musculeux, c'est-à dire les deux Ventricules, adossés l'un contre l'autre; & la 3me portion est une enveloppe pareillement musculeuse, qui s'élevant de la pointe du Cœur va couvrir les deux Ventricules. L'Os passoit entre cette enveloppe commune & les deux Ventricules, desorte qu'il n'entroit dans aucun, & les embrassoit par dehors comme une espece de Baudrier. Il montoit obliquement en passant sur le Ventricule droit, sur le gauche, & s'étendoit jusqu'à l'Oreillette gauche.

Des fibres charnues étoient de tous côtés si fortement attachées à cet Os, qu'elles sembloient y prendre naissance. C'étoit au contraire l'Os qui naissoit d'elles. Les fibres exterieures des Ventricules, & les interieures du grand Muscle qui les couvre, qui dans l'état naturel ne faisoient que se toucher, s'étoient confondues ensemble en se durcissant, & avoient formé cet Os si extraordinaire. Les fibres qui y étoient si adhérentes alloient encore augmenter sa substance.

Malgré cela, les gros Vaisseaux qui partent de la base du Cœur n'étoient point ossifiés, quoiqu'ils le soient assés souvent dans les Vieillards, seulement approchoient-ils un peu de la consistence de Cartilage.

Il est aisé d'imaginer les maux que devoit produire la difficulté, la gêne qu'apportoit aux mouvemens du Cœur cette ceinture osseuse, & l'on ne peut que s'étonner du long âge où le Malade n'a pas laissé de parvenir.

II.

Le froid de notre Climat interdit la generation à quelques Animaux, tels que les Singes & les Perroquets, venus de Païs beaucoup plus chauds. Cependant un Perroquet a pondu ici, & M. d'Isnard s'en est assûré par lui-même. Ce Perroquet est assés gros, son plumage est varié de Verd de pré, de Verd jaunâtre, de Rouge ponceau, de Bleu céleste, & de Violet. Il parle très distinctement, & chante fort bien. Il étoit depuis 33 ans dans une Maison que l'on connoît, & on comptoit qu'il avoit bien 40 ans. On le croyoit mâle, & tout d'un coup il tomba dans un état de souffrance, où l'on ne l'avoit point encore vû. Le détail n'en seroit pas fort necessaire. On le secourut au hazard, & enfin un Chirurgien même s'en mêla, qui s'étant apperçû que l'Animal avoit le fondement dur & gros, le pressa, & en fit sortir un Oeuf, long de 16 $\frac{1}{4}$ lignes sur 14 de diametre dans le fort de son épaisseur, pesant 5 Gros. La Coquille est incrustée d'une matiere, qui ressemble à du Plâtre, & par-là rend la surface de l'Oeuf inégale & raboteuse. Cette matiere est, selon toutes les apparences, la même dont se forme la Coquille. Comme il ne paroissoit pas que le mal fût entierement passé, on continua les secours qui avoient réussi, & au bout d'un quart d'heure, vinrent deux autres Oeufs recouverts seulement d'une membrane sans coquille. Après cette ponte, il s'étoit presque toûjours endormi, tenant sa tête cachée sous ses aîles. Il lui survint un dévoyement qui dura un mois, &

& l'affoiblit beaucoup; il avoit perdu la parole, & le chant; mais il ſe rétablit enſuite, & les reprit.

M. d'Iſnard ayant ouvert le premier Oeuf pondu, trouva ſa coquille entierement tapiſſée d'une ſimple membrane, fine, blanche, & tranſparente. Le Blanc en étoit très tranſparent, & liquide comme du Blanc d'Oeuf de Poule filtré. Il avoit une eſpece de Germe, quoi qu'aſſûrément aucun Perroquet mâle n'y pût avoir eû part. Le Jaune étoit très bien conditionné. Il eſt étonnant non ſeulement que le Perroquet ait pondu à Paris, mais encore au grand âge qu'il avoit, & après une ſi longue ſterilité.

III.

Toutes les Machines Animales d'une même eſpece ne ſont pas exactement ſemblables, & elles le ſont quelquefois ſi peu, qu'il ſembleroit qu'il y a eû différentes conformations primitives. M. du Puy, Medecin du Roi à Rochefort, & Beaufrere de M. de Lagni, lui a envoyé pour l'Académie l'obſervation qu'il a faite de deux Muſcles qu'il ne croit pas qu'on ait encore vûs dans aucun ſujet.

Ils ſont tous deux couchés ſur le grand Pectoral de chaque côté, & gros ſeulement comme des tuyaux de Plume à écrire. Celui du côté droit nait par un Tendon très fin du bord inferieur du premier Os du Sternum, & deſcendant obliquement ſur le grand Pectoral va s'attacher par une Aponeuroſe large d'un doigt au bord ſuperieur du Cartilage de la 7me

Côte vraye, à deux doigts du Cartilage Xiphoïde. Celui du côté gauche nait auſſi par un Tendon rond du bord inférieur du Cartilage de la 2me Côte vraye auprès du Sternum, & ſortant parmi les fibres du grand Pectoral deſcend comme l'autre couché ſur ce Muſcle, & s'inſere auſſi au bord ſuperieur du Cartilage de la 7me Côte vraye de ſon côté, un peu plus loin du Cartilage Xiphoïde que l'autre, mais comme lui par une Aponeuroſe large d'un doigt.

Les deux Muſcles Palmaires manquoient dans ce ſujet. M. du Pui demande ſi la Nature les auroit tranſportés ſur la Poitrine. Du moins ces deux petits Muſcles les remplaçoient pour le nombre, & à peu près pour le volume, & ce qui eſt plus ſingulier, pour l'expanſion aponeurotique de leur attache inférieure.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de M. Winſlow ſur les Mouvemens de l'Epaule.

† Celui de M. Petit le Medecin ſur l'endroit où il faut percer l'Oeil dans l'operation de la Cataracte.

CHI-

* V. les M. p. 252. † V. les M. p. 370.

CHIMIE.

SUR L'INFLAMMATION DE CERTAINES LIQUEURS HUILEUSES OU SULPHURUSES PAR LES ACIDES. *

ON a déja vû dans l'Hiſt. de 1701 † que l'Inflammation de certaines Huiles par des Acides eſt une découverte nouvelle de la Chimie. Beccher l'a donnée le premier, & Borrichius, Chimiſte Danois, qu'on en croyoit l'inventeur, n'eſt venu qu'après lui, ce qui ne l'empêche pas de pouvoir être encore inventeur. Aucun des deux n'a donné des connoiſſances ſuffiſantes ſur cette operation, & les plus habiles Chimiſtes, qui l'avoient tentée, l'avoient fait ſans ſuccès. Nous avons dit que M. Homberg en avoit enfin trouvé le principe general.

Ce n'étoit en effet rien de plus, car quoique par un Eſprit de Nitre bien déflegmé il enflammât toutes les Huiles eſſentielles des Plantes aromatiques des Indes, il n'enflammoit pas l'Huile

* V. les M. p. 133. † p. 83. & ſuiv.

le de Terebenthine qui étoit la ſeule ſur laquelle Beccher & Borrichius euſſent operé. Comme c'eſt une Reſine ſortie d'un Arbre, qui croît dans l'Iſle de Chio, en Eſpagne, en Languedoc, en Dauphiné, Pays moins chauds que les Indes, elle n'a pas ou aſſés de ſoufres, ou des ſoufres aſſés purs, & aſſés exaltés.

Cette difficulté de ramener une très belle operation à ſon inſtitution primitive, & de reduire l'Huile de Terebenthine à ſe laiſſer enflammer par des Acides auſſi-bien que d'autres Huiles de Climats plus favorables, a piqué la curioſité de M. Geoffroy le cadet, & après bien des tentatives il a enfin parfaitement réuſſi. Ces ſortes d'operations demandent un choix ſi juſte des matieres, & des doſes ſi préciſes, qu'on ne doit pas être ſurpris des peines & du tems qu'elles coutent. De l'Huile de Vitriol concentrée & de l'Eſprit de Nitre fumant, employés par portions égales, ſont les Acides avec leſquels M. Geoffroy allume l'Huile de Terebenthine. Il ſort tout à coup, & avec une grande exploſion, une très belle flamme, accompagnée d'un Tourbillon de fumée fort épaiſſe. Ce n'eſt point un feu de quelques inſtans, il dure tant qu'il y a de la matiere dans le Vaiſſeau, il conſume tout, à une très petite quantité près d'un Charbon fort leger qu'il laiſſe.

Il eſt à remarquer que ces Acides ſi vifs, & qui ſont une eſpece d'Eau-fôrte, ne diſſoudroient cependant aucun Métal. La raiſon en eſt qu'ils ſont trop vifs, leur extrême ſubtilité les rend trop diſproportionnés à la groſſiereté des parties métalliques.

M. Geoffroy allume auſſi les Baumes naturels,

rels, tels que ceux de Copaü & de la Meque. Ils répandent dans l'air, après avoir brûlé, un parfum qui affoibli à un certain point devient doux, s'étend loin, & dure aſſés long tems. Le Baume de Copaü principalement a cette agreable proprieté.

L'Huile blanche de Petrole ne s'eſt point encore laiſſée enflammer, mais en recompenſe elle jette une vapeur qui ſur la fin a une odeur de Muſc, ou d'Ambre gris, auſſi bien que la matiere qui reſte dans le Vaiſſeau après la fermentation. Cette matiere parfume tout ce qui y touche, & le parfume pour longtems.

Mais ce qu'on n'eût jamais oté eſperer, c'eſt que les Plantes aromatiques de nos Climats, le Thin, le Genievre, la Menthe, &c. auſſi foiblement aromatiques qu'elles le ſont, puſſent donner des Huiles qui s'allumaſſent; car effectivement ces Huiles ſont extrêmement légeres, *ténues*, très peu chargées de ſubſtance en comparaiſon de celles des Plantes étrangeres. Elles s'allument cependant par l'operation de M. Geoffroy. Les premiers auteurs de cette découverte n'en ont peut-être pas trop été crus d'abord, on la regardoit comme une merveille douteuſe; & la voilà devenue ſi commune qu'elle va ceſſer d'être une merveille.

SUR

SUR LES EAUX DE PASSY. *

IL eſt bien difficile de ſavoir quand on eſt au bout d'un ſujet, & peut-être eſt-il impoſſible de le ſavoir, parce qu'on n'y eſt jamais. Les Eaux de Paſſy, déja ſi examinées, comme on a vû en 1701 †, 1720 ‡, 1724 §, l'ont encore été par M. Boulduc le fils, & d'une maniere nouvelle.

Les nouvelles Eaux de Paſſy, car ce ſont les ſeules dont il eſt queſtion, conſiſtent en 4 Sources, toutes ſenſiblement ferrugineuſes, quoiqu'à différens degrés, & c'eſt par-là qu'on les diſtingue. On appelle la 1re celle qui l'eſt le plus, la 2de celle qui l'eſt le plus après elle &c. Le goût de fer qu'elles ont toutes quatre eſt mêlé d'une legere aſtriction, & de quelque choſe de piquant. Elles ſont fort claires, & conſervent pendant pluſieurs mois leur limpidité & leur goût dans les tems froids, & dans des vaiſſeaux bien bouchés. La chaleur du Soleil en Eté, & plus encore celle du feu, quelque douce qu'elle ſoit, les trouble, y cauſe une effervescence lente qui fait précipiter le fer en forme d'une rouille, après quoi les eaux redeviennent claires, n'ont plus de goût de fer, & n'en ont plus qu'un légerement ſalé.

Pour connoître à fond les matieres qui entrent dans leur compoſition, & produiſent leurs ver-

* V. les M. p. 431. † p. 78. & ſuiv.
‡ p. 56. & ſuiv. § p. 72. & ſuiv.

vertus, M. Boulduc a diſtillé une grande quantité de ces Eaux, afin de groſſir juſqu'au point qu'il jugeoit neceſſaire pour ſes recherches la réudence, qui devoit reſter dans les Vaiſſeaux. Cet amas de réſidence s'eſt trouvé formé de 3 ou de 4 matieres différentes, diſpoſées à peu près par lits, le fer en forme de rouille au fond du Vaiſſeau; au deſſus pour les Eaux de la 3me & 4me Source ſeulement une pouſſiere blanche très fine; enſuite des Criſtaux tranſparens & brillans; enfin une maſſe confuſe, blanchâtre, & ſaline au goût, qui expoſée quelque tems à l'air s'humecte, & devient en partie fluide.

M. Boulduc a ſéparé ces 4 matieres, & les a examinées chacune à part, pour voir non ſeulement ce qu'elles étoient, mais ce qu'elles devoient être dans les Eaux; car l'action du feu doit les avoir alterées, du moins quelques-unes, il peut en avoir fait de nouveaux compoſés: & c'eſt leur état naturel qu'il faut connoître, en démêlant tous les changemens qu'il aura ſoufferts.

Puiſque les Eaux étoient naturellement limpides, le fer qu'elles contenoient n'y pouvoit être inviſible que par être très finement diſſous; il l'étoit donc par quelque diſſolvant, par quelque Eſprit ou Acide, qui le rendoit inviſible, comme il l'eſt dans le Vitriol, & formoit même un Vitriol: en effet, dès que le mouvement de la fermentation excitée par la chaleur, l'a détaché de cet Acide, il tombe au fond du Vaiſſeau en forme de rouille.

Mais la fermentation ne ſe fait que par un com-

combat d'Acides & d'Alkalis, & la précipitation d'une matiere ne ſe fait que parce que des Acides qui la tenoient diſſoute l'ont abandonnée pour ſe joindre à de nouveaux Alkalis, avec leſquels ils avoient plus de rapport, plus d'affinité. Quels Alkalis ſont entrés dans ces effets ? c'eſt cette pouſſiere blanche & fine, que les Eaux des deux dernieres Sources tourniſſent dans leur réſidence. M. Boulduc l'a reconnue pour très certainement alkaline. Il eſt vrai que les Eaux des deux premieres Sources ne la donnent pas, & que les fermentations & les précipitations ne laiſſent pas de s'y faire comme dans les autres; mais il eſt très naturel, & presque neceſſaire de concevoir qu'elle étoit en moindre quantité dans ces premieres Sources, puiſqu'elles ne different toutes que par les doſes, & non par la qualité des matieres.

Le mouvement excité dans les Eaux par la chaleur fait donc que les petites molécules de fer diſſous, & ces Alkalis, ſe rencontrant & ſe choquant avec une certaine force, l'Acide, qui avoit diſſous le fer, l'abandonne pour ſe ſaiſir de ces nouveaux Alkalis plus convenables; & voilà la fermentation & la précipitation.

De-là il ſuit que le Diſſolvant Acide du fer uni aux nouveaux Alkalis doit faire un nouveau Sel moyen, que les Eaux dans leur état naturel ne contenoient pas, & qui ne naît que de la décompoſition du Vitriol qu'elles contenoient. M. Boulduc appelle ce Sel *ſulphureux*, à cauſe de la reſſemblance qu'il lui trouve avec un Sel que l'illuſtre M. Stahl

Stahl forme par la vapeur du Soufre allumé, & par le Sel de Tartre.

Lorſque ce Sel ſulphureux eſt diſtillé ſans addition à une chaleur mediocre, ſon Acide s'éleve pur dans le Recipient, & laiſſe dans le Vaiſſeau une poudre blanche, que M. Boulduc a reconnue aiſément pour être encore ſaline. Il en a retiré de vrai Sel de Glauber, qui exiſtoit donc veritablement dans les Eaux, car quoi-que le Sel ſulphureux fût un compoſé nouveau, qui n'y exiſtoit pas, les matieres dont il eſt compoſé y exiſtoient. On croyoit, & on devoit croire que le Sel de Glauber étoit un ouvrage de l'Art, dû à cet habile Chimiſte, & il ſe trouve enfin qu'il peut être un ouvrage de la Nature. On a cet avantage, parce qu'il eſt auſſi ouvrage de l'Art, qu'on ſait ce que la Nature a mis dans ſa compoſition. C'eſt un Acide Vitriolique tranſporté ſur la baſe ou matrice terreuſe du Sel Marin.

Cela même a fait ſoupçonner à M. Boulduc, qu'il pourroit entrer du Sel Marin dans les Eaux de Paſſy, & il y en a trouvé effectivement, quoi-qu'avec beaucoup de peine, & par des moyens qu'il n'étoit pas facile d'imaginer. Ce Sel étoit renfermé dans les Eaux naturelles, par la même raiſon que celui de Glauber.

Après que M. Boulduc en a eû retiré le Sel Marin, & pouſſé les operations juſqu'où elles pouvoient aller, il lui eſt reſté une Huile, ou Bitume liquide, que les Eaux devoient renfermer auſſi.

Voilà juſqu'où il a été conduit de recherche

che en recherche, en commençant par la ſimple décompoſition du Vitriol des Eaux. Il reſtoit une curioſité, qu'il n'étoit pas trop vrai-ſemblable qu'on pût ſatisfaire, ſur l'Eſprit Acide qui tient le fer diſſous dans le Vitriol. On avoit ſoutenu que cet Eſprit, très volatil de ſa nature, s'échapoit des Vaiſſeaux où ces Eaux ſont tranſportées, quelque bien bouchés qu'ils fuſſent; il pouvoit auſſi ſe perdre dans les operations, & il n'y avoit guere lieu d'eſperer qu'on le pût rendre ſenſible. M. Boulduc l'a fait cependant; il lui a trouvé une odeur de Soufre allumé très penetrante. Cet Eſprit eſt auſſi vif dans le genre des Acides, que celui de Sel Armoniac l'eſt dans le genre des Alkalis.

Par tout ce qui a été dit, il eſt aiſé de voir que des 4 matieres differentes qui compoſoient la réſidence des Eaux, la 1re, la 2de, & la 4me ont été examinées: il reſte la 3me, les Criſtaux transparens & brillans, qu'il faut faire auſſi connoître.

Ils ont une figure reguliere & conſtante, ils ſont plus longs que larges, & leurs grands côtés ſont aſſés exactement des Rhomboïdes. Comme les Sels moyens affectent tous certaines figures, particulieres à chacun, c'eſt-là un indice aſſés fort qu'ils ſont de ce genre. Il eſt vrai qu'ils paroiſſent d'abord indiſſolubles à l'eau, ce qui ſeroit bien contraire à la nature de Sel; mais M. Boulduc a éprouvé qu'ils ne le ſont pas réellement, & qu'ils contiennent ſeulement beaucoup de terre, qui les rend difficiles à diſſoudre.

Il y a apparence que ces Criſtaux viennent de

de la pierre Selenite, qui ſe trouve en grande quantité dans le Côteau de Paſſy, & aux environs des Eaux. Nous avons dit en 1724*, que M. Geoffroi le cadet y a trouvé beaucoup de Talc.

En raſſemblant tout, les Eaux de Paſſy dans leur état naturel contiennent donc du Vitriol, du Sel de Glauber, du Sel Marin, de la Terre alkaline, du Bitume liquide, & de la Selenite.

Et afin qu'il n'y ait pas le plus foible moyen de ſoupçonner qu'aucune de ces matieres pût être l'effet du feu, M. Boulduc a trouvé après pluſieurs tentatives un ſecret fort ſimple de tirer ſans feu toutes celles qui pouvoient être ſuſpectes. Il n'employe pour cela que de l'Eſprit de Vin très bien rectifié, qui étant verſé ſur les Eaux à différentes repriſes, fait paroître ſucceſſivement toutes les matieres ſalines qu'on cherchoit.

Ces matieres, excepté la Selenite, ont des effets connus en Medecine, & de-là M. Boulduc juge que les Eaux de Paſſy en général doivent être rafraîchiſſantes, émollientes, apéritives, & en même tems fortifiantes, diuretiques, & purgatives. Quant à la Selenite, comme elle eſt difficile à diſſoudre, & par-là propre à penetrer en ſon entier juſque dans les plus petits Vaiſſeaux, que d'ailleurs ſes Criſtaux ont des angles pointus, il conjecture qu'elle peut par un grand nombre de petits chocs redoublés ranimer le reſſort de ces Vaiſſeaux relâchés, & les mettre en état de reprendre leurs vibrations ordinaires.

* p. 75.

res. On eſt preſentement plus que jamais en état de juger, autant qu'on le peut par le raiſonnement, à quelles maladies conviendra un Remede, qui ſort tout préparé des Laboratoires de la Nature; & l'experience, qui ne laiſſera pas de décider toûjours, ſera moins aveugle, & moins perilleuſe.

BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

LE Hêtre, Fau, Fouteau, ou Fayant, donne des fruits qui ſe nomment *Fayſnes*. On en fait de l'Huile, dont le petit-peuple ſe ſert au lieu de Beurre, ou d'autre Huile, dans quelques Païs abondans en Hêtres. Mais la plûpart de ceux qui en font beaucoup d'uſage, ſe plaignent de douleurs & de peſanteur d'eſtomac. M. Danty d'Iſnard a donné un moyen de prévenir ces incommodités. Il faut verſer l'Huile de Fayſnes, nouvellement exprimée, dans des cruches de grais bouchées bien exactement, les mettre en terre, & les y laiſſer un an; après quoi l'Huile aura perdu toute ſa mauvaiſe qualité.

M.

M. Marchant a lû la Deſcription de l'*Angelique*, *Angelica ſativa Caſp. Bauh.* Pin. 155.

Et celle de l'*Angelica Acadienſis*, *flore luteo.* Acad. Reg. Par. 55.

Avec la Critique des Auteurs Botaniſtes ſur l'Angelique.

ARITHMETIQUE.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETÉ DU NOMBRE 9.

IL y a long-tems qu'on a remarqué que tous les multiples de 9, qui ſont 18, 27, 36, &c. 108, 117, &c. 1008, 1017, &c. à l'infini, ſont tels, que les Chiffres qui les expriment étant additionnés, ils ſont toûjours 9, ou un multiple de 9 moindre que le nombre propoſé ſur lequel on a operé.

M. de Mairan a découvert encore une propriété ſinguliere de 9. Si l'on change l'ordre des Chiffres qui expriment un nombre, par exemple, de ceux qui expriment 21, ce qui ſera 12, de ceux qui expriment 52, ce qui

fera 25, &c. il ſe trouvera toûjours que la différence de 21 & de 12, de 52 & de 25, &c. ſera 9, ou un multiple de 9. La même proprieté ſubſiſte, quoi-que l'on prenne de plus grands nombres, ſuſceptibles par conſéquent d'un plus grand nombre de changemens dans l'ordre de leurs Chiffres, & elle ſubſiſte dans tous ces changemens. Tenons-nous-en d'abord aux plus petits nombres.

Ceux qui ont une certaine habitude avec les Nombres, ſavent que ces ſortes de proprietés qui tiennent, non à la nature veritable, & à l'eſſence des nombres, mais aux Chiffres par leſquels ils ſont exprimés, naiſſent du rang, de la place qu'ils ont dans la progreſſion periodique, qu'on a établie pour leur retour. Celle dont nous nous ſervons eſt la progreſſion décuple, qui exprime tout avec 10 Chiffres. Elle eſt arbitraire, & n'eſt peut-être pas la mieux choiſie qu'elle pût être; mais il n'importe, elle produit neceſſairement certaines proprietés, qui ne ſe ſeroient pas trouvées dans d'autres progreſſions. On a démontré que la premiere proprieté de 9, dont nous avons parlé, vient de ce qu'il eſt le penultieme terme de la progreſſion décuple; & ſelon toutes les apparences, il en doit être de même de la proprieté dont il s'agit ici.

Mais il ſe preſente une grande difficulté. M. de Mairan a remarqué que cette proprieté qui ſe trouve entre deux nombres tels que 21, & 12, 52 & 25 ſe trouve auſſi entre leurs puiſſances quelconques, c'eſt à-dire que les différences de ces puiſſances ſont des multiples de 9: ainſi les quarrés de 21, & de

12

12, étant 441, & 144, leur différence 297 eſt un multiple de 9, ce que l'on voit d'un coup d'œil par la 1re proprieté de 9. 441 & & 144 ſont formés des mêmes Chiffres, & ſi on précipitoit beaucoup ſon jugement, on pourroit croire que c'eſt par-là qu'ils appartiennent à la regle générale; mais 9261, & 1728, cubes de 21 & de 12, appartiennent encore à la regle, leur différence 7533 eſt un multiple de 9, & cependant ils ne ſont point formés des mêmes Chiffres. Les autres puiſſances de 21 & de 12, toutes celles de 52 & de 25, &c. ne le ſeront pas non plus, & cependant leurs différences ſuivront la regle. D'où cela vient-il? il ne paroit plus que les Chiffres y entrent pour rien.

Nous ſommes effectivement obligés de remonter plus haut, & voici, ſelon notre penſée, la premiere ſource de tout. Un nombre quelconque étant poſé, 7, par exemple, je prens arbitrairement un autre nombre, 11, par exemple, dont la différence à 7 eſt 4. Enſuite je prens un multiple quelconque de 7, 35 par exemple, & au-deſſus de ce nombre un nombre plus grand de la difference 4, déja déterminée; ce nombre ſera par conſéquent 39; & je dis que la différence de 39 & de 11 ſera multiple de 7. En effet elle eſt 28. Il ſera très aiſé de le prouver cela à ſoi-même par Algebre, & en général.

Maintenant, que j'éleve au quarré 11 ſous la forme de 7 plus 4, & 39 ſous la forme de 5 fois 7 plus 4, & qu'enſuite j'ôte le petit quarré du grand, je verrai qu'il ne me reſte que des multiples de 7, parce que les ter-

mes, où la différence 4 étoit ſeule, ſe détruiſent, & par conſéquent la différence des quarrés ne peut être qu'un multiple de 7. Il en ira de même par la même raiſon de toutes les autres puiſſances de 11 & de 39, & cela exprimé en Lettres fera une démonſtration générale, ou un Théoreme.

Il y a donc une infinité de nombres tels que 7, 11, & 39, pourvû qu'ils obſervent les mêmes conditions, c'eſt-à-dire que le 1er étant poſé, & une différence quelconque du 1er au 2d, il faut que le 3me ſoit un multiple quelconque du 1er, plus cette même différence. Moyennant cela, les différences du 2d & du 3me, & celles de toutes leurs puiſſances, ſeront des multiples du 1er. Cette proprieté vient de l'eſſence des nombres, indépendamment des Chiffres arbitraires qui les expriment.

Je puis donc prendre 9 pour le 1er des 3 nombres, 9 plus 3 ou 12 pour le 2d, & 2 fois 9 plus 3 ou 21 pour le 3me, ou 9 plus 4 ou 13 pour le 2d, & 3 fois 9 plus 4, ou 31 pour le 3me, ou 9 plus 5 ou 14 pour le 2d, & 4 fois 9 plus 5 ou 41 pour le troiſieme, &c.

Mais je m'apperçoi qu'en operant ainſi, 9 étant toûjours poſé pour 1er terme; j'ai pour les deux autres, 12 & 21, 13 & 31, 14 & 41. Et comme en pouſſant l'operation plus loin par l'augmentation continuelle & uniforme de la différence conſtante, & du nombre qui multiplie 9, j'aurai 15 & 51, 16 & 61, 17 & 71, &c. je voi que les deux nombres qui ſuivent de la poſition perpetuelle de 9, 1er terme, ſont toûjours formés des mêmes Chiffres tranſpoſés. Or il n'en va pas ainſi, lorſque tout autre nombre,

bre, comme 7, a été posé pour 1er terme. Il est bien vrai que les deux nombres qui suivront seront toûjours tels que la différence de leurs puissances quelconques sera un multiple du 1er terme, mais ils ne seront plus formés des mêmes Chiffres. Cette proprieté singuliére appartient donc à 9 en vertu de notre expression arbitraire des Nombres, ou de la progression décuple; & le tout de la proprieté considerée dans 9, peut être appellé *mixte*, parce qu'il vient en partie du réel, en partie de l'arbitraire des Nombres.

Toutes les dixaines qui forment notre progression décuple étant conçûes disposées de suite jusqu'a 90, le nombre 9, parce qu'il est le penultieme de cette progression, est tel que sa différence à 10, terme de la 1re dixaine, est 1, que celle de son 1er multiple à 20 est 2, celle de son 2d multiple à 30 est 3, &c. de sorte que le nombre qui exprime le quantieme de la dixaine, est aussi la différence de 9, ou de son multiple enfermé dans une dixaine au dernier & plus grand terme de cette dixaine. Cela posé, quand de 12, qui est 1 dixaine plus 2 unités, je fais 21, je change les unités de 12 en dixaines, & la dixaine de 12 en 1 unité. La différence de 9 à 12 a necessairement 1 unité, à cause de 10 1re dixaine; & de plus elle a 2, à cause des 2 unités de 12. Dans 21, qui a 2 dixaines, il y a un multiple de 9, dont la différence à la 2de dixaine ou à 20 est égale à 2, nombre des dixaines; & de plus cette différence a 1 unité, à cause de l'unité qui est dans 21. Donc la différence de 9 à 12 est la même que celle du multiple de 9 contenu dans 21 à 21. Or l'éga-

lité de ces deux différences en quoi consiſte tout le fin de la proprieté propoſée, eſt une ſuite neceſſaire de la tranſpoſition des Chiffres de 12: donc en renverſant 12 pour en faire 21, j'ai fait la même choſe que ſi ayant poſé 9 pour 1er terme, & 12 qui a une certaine différence à 9, j'avois pris un 3me nombre, qui eût la même différence à un multiple de 9.

Mais je n'ai pas eû beſoin de poſer 9 pour 1er terme ni même d'y penſer, parce que la ſeule tranſpoſition des Chiffres a fait le même effet; & comme cette tranſpoſition ne fait cet effet que pour 9, elle ne fait appercevoir que dans ce nombre une proprieté generale cachée dans tous les autres.

Ce n'eſt que pour rendre notre explication plus facile, que nous avons terminé la ſuite des dixaines à 90. Si on veut la pouſſer plus loin, on trouvera que les différences des multiples de 9 aux derniers termes des dixaines recommencent à être 1, 2, 3, &c. & toûjours ainſi de 9 dixaines en 9 dixaines: deſorte que le raiſonnement que nous avons fait ſur les petits nombres 12 & 21, ſubſiſtera pour les plus grands formés de 2 Chiffres, comme 89 & 98.

Ce qui ſubſiſtera toûjours auſſi, c'eſt l'égalité des deux différences dont nous avons tant parlé. Car ces différences ſont la même quantité que les deux ſommes des nombres qui expriment combien il y a d'unités & de dixaines dans les deux nombres que l'on conſidére. Or ces deux nombres étant formés des mêmes Chiffres, le nombre des unités du 1er eſt le nombre des dixaines du 2d, & le nombre des diſaines du 2d eſt celu des unités du 1er; d'où il ſuit que les ſom-

ſommes de ces quantiemes ſont égales, & par conſéquent les deux différences.

Et comme les ſommes de ces quantiemes ſeront encore égales, quand le nombre dont on veut tranſpoſer les Chiffres ſera par exemple 235, dont on fera 325, parce qu'il y aura d'un côté 2 centaines, 3 dixaines, 5 unités, & de l'autre 3 centaines, 2 dixaines, 5 unités, dont les quantiemes font la même ſomme, & que ce ſera encore la même choſe pour 523, pour 532, pour 235, &c; que de plus cela ſe trouvera encore neceſſairement dans les nombres qui iront au-delà des centaines, & ſi loin qu'on voudra; il s'enſuit que la proprieté de 9, dont il s'agit, eſt ſans exception; & l'on verra, du moins d'une vûe generale, que les démonſtrations que nous en avons données pour de petits nombres, doivent s'étendre à tous.

Nous ne ſuivrons pas cette matiere plus loin, quoi-que M. de Mairan ait fait quelques autres réflexions. Par exemple, ſi l'on prend 12 & 21, les deux plus petits nombres par où l'on puiſſe commencer, enſuite 13 & 31, 14 & 41, &c. on verra que les différences ſont 9 multiplié ſucceſſivement par 1, par 2, par, 3, &c. ce qui va juſqu'à 20 excluſivement, & recommence à 23, & 32, car 20 ne ſe renverſe point; 21 & 12 ſont la même choſe que 12 & 21, & 22 ne ſe renverſe point. 23 & 32 ont pour différence 1 fois 9, 24 & 42 ont 2 fois 9, &c. En general M. de Mairan a trouvé que pour les nombres de deux Chiffres, le nombre qui doit multiplier 9 eſt toûjours la différence de ces Chiffres; ainſi pour 25 & 52 c'eſt 3, & en effet leur différence eſt 27. Lorſqu'il y a plu-

ſieurs Chiffres, ce multiple de 9 ſuit encore certaines loix tirées de la différence particuliere de ces Chiffres. M. de Mairan remarque encore que le Zero introduit ne change pas la proprieté; qu'elle peut être utile dans le calcul des Logarithmes, comme l'ancienne proprieté l'eſt quelquefois pour faire reconnoître tout d'un coup un grand nombre multiple de 9, &c. mais il n'a pas lui même prétendu pouſſer cette Théorie juſqu'au bout. Il ſuffit preſque dans ces ſortes de ſujets, d'indiquer aux Lecteurs de quel côté ils doivent tourner leur vûe; ils y verront, s'ils veulent, tout ce qu'il y a à voir, ou ſe contenteront de ſavoir qu'il y a là quelque choſe qui les attend, & qui ne leur échappera pas quand ils voudront le chercher.

GEOMETRIE.

SUR DES COURBES PARABOLIQUES QUI AURONT DES AIRES DONNE'ES CORRESPONDANTES À DES ABSCISSES DONNE'ES.

SI l'on trace, ou qu'on ſupoſe l'Axe d'une Courbe; que depuis ſon origine on en détermine des parties ou Abſciſſes toûjours croiſſantes, & d'une grandeur connue; que l'on détermine auſſi arbitrairement des grandeurs d'Ai-

d'Aires curvilignes qui répondroient à ces Abſciſſes, il eſt certain que dans le nombre infini, & infiniment infini de Courbes poſſibles, il y en aura quelqu'une telle que ſes Aires curvilignes correſpondantes aux Abſciſſes déterminées ſeront celles qu'on a ſuppoſées. Mais pour reſoudre ce Problême, il eſt évident qu'il faut d'abord le reſtraindre à des Courbes quarrables, car en vain chercheroit-on des aires égales aux données dans des Courbes dont on ne pourroit déterminer les aires.

On ſait ce que c'eſt que les Paraboles de tous les degrés. Leur nature conſiſte en ce que leur Ordonnée indéterminée élevée à une puiſſance quelconque faiſant ſeule un membre de leur Equation, l'autre membre eſt un produit de la même dimenſion fait de l'Abſciſſe & d'une grandeur conſtante combinées comme l'on veut. Les Paraboles de tous les degrés ſont quarrables.

Mais il y a d'autres Courbes, qui, ſans être exactement Paraboles ſelon l'idée précédente, ſont du genre Parabolique. L'Ordonnée indéterminée élevée à une puiſſance quelconque eſt auſſi toûjours ſeule dans un membre de l'Equation; mais l'autre eſt compoſé de pluſieurs termes, où entre l'Abſciſſe élevée à différentes puiſſances, & combinée avec des Coëfficiens, qui ſont les dimenſions neceſſaires. Toutes ces Courbes Paraboliques ſont quarrables auſſi, & on a la formule generale de leur quadrature. Elles ont encore cela de commun avec les vrayes Paraboles, qu'elles n'ont jamais d'Aſimptotes.

Ce ſont ces Courbes que M. de Maupertuis

employe dans la réſolution du Problême des Aires & des Abſciſſes, qu'il a imaginé, & qu'il s'eſt propoſé. Plus il faut trouver un grand nombre d'Aires données correſpondantes à des Abſciſſes données, plus l'Equation de la Courbe Parabolique, qui ſatisfera, ſe compoſe, c'eſt-à-dire que la puiſſance de l'Ordonnée en monte plus haut, & que les termes où ſe trouve l'Abſciſſe élevée à toutes les puiſſances depuis 1, juſqu'à celle de l'Ordonnée moins 1, en ſont en plus grand nombre. Cette Abſciſſe doit être affectée en même tems de certains Coëfficiens, qui faſſent le ſupplément de la dimenſion, où tous ces termes doivent monter.

L'Artifice de la ſolution conſiſte à laiſſer indéterminés ces Coëfficiens dans l'Equation de la Courbe, qui montera au degré neceſſaire, & à déterminer enſuite par les valeurs des Aires données celles de ces Coëfficients, ce qui donne auſſi-tôt l'Equation particuliere de la Courbe cherchée. C'eſt-là une application de l'utile & ingénieuſe Méthode des *Indéterminées*, inventée par Deſcartes. Cette application eſt ſouvent longue & penible, comme elle l'eſt ici dans un Exemple de 3 Aires ſeulement.

Si la Queſtion étoit que pour 2 Abſciſſes, dont la premiere ſeroit neceſſairement moindre que la 2de, on trouvât 2 Aires égales, il ſemble d'abord que le Problême ſeroit impoſſible, car la 2de Aire, dont la 1re ne ſera qu'une partie, doit neceſſairement être plus grande. Mais il ne faut pas décider vîte ſur les impoſſibilités. La Courbe parvenue à l'extremité de la 1re Abſciſſe y coupera ſon Axe, & comme on ſuppoſe qu'elle avoit pris d'abord ſon cours au-deſſus,

où

où elle a formé une Aire ſuperieure, elle deſcendra au-deſſous, & y formera une Aire inférieure, & par conſéquent negative, ou retranchée, qui détruira ce que l'Aire ſuperieure & poſitive auroit de trop.

En ſuivant cette idée, à l'égard d'une Aire, qui ſoit toûjours la même pour tant d'Abſciſſes données qu'on voudra, il eſt viſible qu'on fera ſerpenter la Courbe autour de ſon axe à l'infini.

Il eſt clair auſſi qu'il n'eſt pas neceſſaire pour cette égalité des Aires que les Abſciſſes croiſſent en progreſſion arithmetique, auquel cas ſeulement toutes les Aires égales curvilignes ont des baſes droites égales, comme des demi-Cercles d'un diametre égal. Les Aires égales pourront avoir des baſes droites ſi inégales qu'on voudra.

Une Courbe égale & ſemblable à celle qui ſerpenteroit ainſi autour de ſon axe, & poſée à contreſens, rempliroit tous les vuides alternatifs que laiſſe la premiere, & il ſe formeroit, comme dit M. de Maupertuis, une eſpece de Caducée. Il ne faudroit que quarrer tous les membres de l'Equation de la premiere Courbe, pour avoir le Caducée, ou la Courbe totale.

Puiſque malgré la ſuppoſition des Abſciſſes toûjours croiſſantes, on peut avoir des Aires toûjours égales, on pourra même les avoir décroiſſantes ſelon telle raiſon qu'on voudra. Des Aires negatives détruiront ce qu'il y auroit eû de trop dans les poſitives.

Ce Problême de M. de Maupertuis a du rapport avec un beau Problême de M. Newton,

qui a enſeigné à faire paſſer une Courbe Parabolique par autant de points donnés qu'on voudra, ce qui eſt la même choſe que de trouver des Ordonnées de Courbes Paraboliques correſpondantes à des Abſciſſes données. Par-là on peut changer en Courbe Parabolique à peu près, & ſi près que l'on veut, une autre Courbe, par exemple le Cercle; car ſi une de ces Courbes paſſe par 20, par 30, par 100 points, &c. d'un Cercle, elle ſe confond d'autant plus avec lui, & comme elle eſt toûjours quarrable, elle donne une quadrature du Cercle toûjours plus approchée. Il en ira de même de toute autre Courbe non quarrable, qui par ce moyen le deviendra toûjours, pour ainſi dire, de plus en plus, & autant qu'il eſt poſſible qu'elle le devienne.

CEtte année M. l'Abbé de Molieres publia un *Premier Recueil des Leçons de Mathematique* qu'il avoit *dictées au College Royal.* Ce ſont des Elémens d'Arithmetique & d'Algebre déduits avec l'ordre & la clarté neceſſaires à ceux qui commencent, & qu'on leur refuſe pourtant aſſés ſouvent. Il ne laiſſe pas de ſe trouver parmi ces matieres élémentaires des morceaux que les Savans mêmes pourront remarquer, par exemple, une Theorie nouvelle des Nombres premiers, & la démonſtration de la formule generale pour l'élevation des Polynomes quelconques à des puiſſances quelconques.

M.

M. Clairaut, fils de M. Clairaut dont nous avons parlé en 1725; * lut à l'Académie un Memoire aſſés ample qu'il avoit fait ſur quatre nouvelles Courbes Géometriques de ſon invention, ſur la maniere dont elles ſe forment, ſur leurs proprietés, ſur leurs uſages. Le principal eſt qu'elles fourniſſent un moyen facile de trouver deux & tel nombre qu'on voudra de moyennes proportionnelles entre deux lignes données. L'Auteur déterminoit par le Calcul Différentiel les Tangentes de ces Courbes, leurs points d'Inflexion, leurs plus grandes ou plus petites Ordonnées, & par le Calcul Integral leurs Eſpaces quarrables, lorſqu'ils l'étoient, le tout avec beaucoup de netteté & d'élégance. Cet Auteur étoit alors âgé de 12 ans 8 mois. Autrefois de pareilles productions auroient fait honneur aux plus habiles Géometres; & aujourd'hui la louange en eſt à partager entre l'excellence des nouvelles Méthodes, & le genie ſingulier d'un Enfant.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

L'Ecrit de M. de Maupertuis ſur une Queſtion de *Maximis & Minimis*. †

ASTRO-

* p. 64. † V. les M. p. 116.

ASTRONOMIE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

La Comparaiſon d'Obſervations faites à Pekin avec les correſpondantes faites à Paris, par M. Maraldi. *

L'Obſervation d'une Eclipſe de Mars par la Lune, de M. Caſſini. †

Et celles de l'Eclipſe ſolaire du 25 Sept. par Mrs. Caſſini, Maraldi, & Godin. ‡

GEOGRAPHIE.

M. Danville preſenta à l'Académie une nouvelle Carte générale de la France, qu'il avoit dreſſée. On la trouva auſſi conforme aux Obſervations dans la détermination des Latitudes & Longitudes obſervées, qu'une Carte générale le puiſſe être. Elle a paru correctement & proprement deſſinée, le détail des Côtes précis, & le choix des poſitions fait avec connoiſſance & jugement.

Nous

* V. les M. p. 337. † V. les M. p. 368.
‡ V. les M. p. 461. & 464.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires
L'Ecrit de M. Deliſle ſur la longitude de l'embouchure du fleuve Miſiſſipi. *

CATOPTRIQUE.

SUR LES MIROIRS BRULANS. †

IL y a eû un grand nombre de Siecles, où la propoſition de mettre en feu un Corps combuſtible par le moyen d'un Charbon qui en ſeroit à 20 pieds de diſtance, par exemple, auroit paſſé pour Magique, & il y a encore un très grand nombre de Nations où elle paſſeroit pour ſurnaturelle, ou pour extravagante. Nous-mêmes aujourd'hui nous ne laiſſons pas d'en voir l'execution avec quelque petite ſurpriſe, quoique tous les Géometres ſachent les principes d'où elle dépend. Il eſt démontré que tous les rayons qui étant paralleles à l'axe d'une Parabole vont frapper ſa concavité en quelques points que ce ſoit, ſe réfléchiſſent à ſon Foyer, & ſe raſſemblent tous en ce ſeul point; & reciproquement s'ils partent tous du foyer, comme ils feront lorſqu'un point lumineux y eſt placé, & qu'ils aillent frapper la concavité de la Parabo-

* V. les M. p. 353. † V. les M. p. 237.

bole, ils ſe réfléchiront tous parallelement à l'axe. De-là il ſuit que comme ce paralléliſme s'étend à l'infini, ſi on plaçoit une 2de Parabole à une diſtance infinie de la 1re, de maniere ſeulement que leur axe fût le même, les rayons réfléchis parallelement par la 1ere, iroient après avoir frappé la 2de s'aſſembler tous à ſon foyer, deſorte qu'étant partis d'un point ils ſe réuniroient dans un autre point infiniment éloigné; & comme la lumiere & la chaleur ſont la même choſe, ſi le foyer de la 1ere Parabole étoit occupé par un Corps bien chaud tel qu'un Charbon enflammé, toute ſa chaleur ſe feroit ſentir au foyer de la 2de Parabole, quoi-qu'infiniment diſtant. Voilà le pur Géometrique, beaucoup plus merveilleux que ce que nous avons propoſé d'abord: mais il eſt clair que le Phyſique doit en rabattre beaucoup, & même infiniment, & que des rayons ne s'étendroient pas à l'infini dans l'Air, ni dans aucun Milieu, ſans perdre abſolument leur force & leur chaleur. On n'aura donc un effet ſenſible qu'en plaçant les deux Paraboles à quelque diſtance l'une de l'autre. On entend bien auſſi que ce que nous appellons deux Paraboles, parce que c'eſt dans cette Courbe ſimple que ſe trouve la proprieté du foyer, doivent être deux Paraboloïdes, ou Segmens concaves d'un Solide formé par la révolution d'une Parabole autour de ſon axe. Ce ſeront deux Miroirs de figure Parabolique. Plus ils ſont grands, ou, ce qui eſt le même, de grands ſegmens de leurs Paraboloïdes, plus l'un réfléchit parallelement un grand nombre de rayons partis de ſon foyer, & plus l'autre en raſſemble un grand nombre au ſien. On me-

meſure leur grandeur par le diametre de leur ouverture, qui eſt circulaire. Puiſqu'il s'agit de réflexion, il faut que leur ſurface concave qui réfléchit, ſoit la plus polie qu'il ſe puiſſe.

La Parabole peut être conſiderée comme une Ellipſe infinie, dont un des foyers ſeroit infiniment éloigné de celui qui eſt toûjours au quart de ſon parametre. Le point lumineux placé à ce 2d foyer de cette Ellipſe infinie, n'envoyeroit ſur toute ſa concavité que des rayons paralleles à cauſe de l'éloignement infini; & par conſéquent lorſqu'une vraye Parabole rend paralleles les rayons qui ſont partis de ſon vrai foyer, elle leur donne la même direction que s'ils étoient venus de ſon autre foyer infiniment éloigné, ou, ce qui eſt le même, les fait tendre à ce foyer, deſorte qu'ils y arriveroient par un chemin infini. Donc ſelon cette analogie de la Parabole, & de l'Ellipſe, la vraye Ellipſe doit renvoyer à un de ſes foyers les rayons d'un point lumineux placé à l'autre; & c'eſt auſſi une proprieté qu'on démontre qui lui appartient.

L'Hyperbole, ou plûtôt les deux Hyperboles oppoſées, ſont une Ellipſe infinie coupée en deux moitiés égales poſées à quelque diſtance l'une de l'autre, & de maniere que leurs convexités ſe regardent; & de-là vient que les rayons d'un point lumineux placé au foyer d'une Hyperbole, & réfléchis par ſa concavité, y prennent la même direction que s'ils venoient tous du foyer de l'Hyperbole oppoſée; ou, ce qui eſt le même, les rayons qui tendroient tous au foyer d'une Hyperbole, & iroient avec cette direction frap-

per

per la concavité de l'Hyperbole oppoſée, ſe réfléchiroient dans ſon foyer.

Toutes ces Courbes ont des foyers proprement dits, des points uniques où ſe réuniſſent exactement tous les rayons d'une certaine direction. Il n'en eſt pas de même du Cercle, ſi ce n'eſt qu'on ſuppoſât tous les rayons partis de ſon centre, & allant frapper ſa circonférence, car alors ils retourneroient tous au centre; mais c'eſt là un cas preſque entierement inutile. Si des rayons paralleles à l'axe d'un demi-Cercle vont frapper ſa concavité, la réflexion ne les raſſemble pas tous en un point, mais ſeulement dans une ligne Courbe d'une certaine étendue, qu'on appelle Cauſtique, moindre que la circonférence du demi-Cercle ſur laquelle les rayons étoient répandus avant la reflexion. Vers le ſommet de cette Cauſtique, qui eſt au quart du diametre du demi-Cercle, les rayons ſont plus raſſemblés, & plus ſerrés que dans tout le reſte de la Cauſtique *; & par cette raiſon on dit que le foyer du demi-Cercle, ou de la demi-Sphere, qui en ſeroit formée, ou d'un Segment quelconque de cette demi Sphere, ou enfin du Miroir concave qui ſeroit ce Segment, eſt au quart de ſon diametre.

Voilà toute la Théorie neceſſaire pour entendre les experiences de M. du Fay ſur les Miroirs brûlans. Il apprit que les Jeſuites de Prague en avoient deux Paraboliques concaves, qui produiſoient l'effet dont nous avons parlé d'abord. Ils étoient de bois, qu'on avoit doré pour leur donner le poli. On l'avoit ſeulement aſſû-

* V. l'Hiſt. de 1700, p. 164, & celle de 1703, p. 84 & ſuiv.

aſſûré qu'en plaçant deux pareils Miroirs à 3 pieds l'un de l'autre, l'experience réuſſiſſoit. Il la repeta, & elle lui réuſſit avec les Miroirs qu'il fit, juſqu'à 18 pieds de diſtance, ce qui eſt aſſés conſidérable, quoi-que certainement ce ne ſoit pas le plus grand Terme poſſible.

Il ſubſtitua aux Miroirs Paraboliques deux Miroirs Spheriques, l'un de 20 pouces de diametre, l'autre de 17, & trouva qu'ils brûloient éloignés l'un de l'autre de 50 pieds, c'eſt-à-dire preſque 3 fois plus que les Paraboliques. On entend aſſés qu'un Charbon ardent étant placé au foyer d'un de ces Mirois ſphériques, les rayons qui étoient réfléchis & rendus paralleles par ſa ſurface concave, alloient frapper ſous cette direction la ſurface de l'autre Miroir, & en étoient réfléchis à ſon foyer, où ils brûloient quelques matieres combuſtibles.

On peut conjecturer que cette grande ſuperiorité des Miroirs Sphériques ſur les Paraboliques vient d'un endroit qui paroît deſavantageux pour les Sphériques. Ils n'ont pas comme les Paraboliques un foyer exact, qui ne ſoit qu'un point; mais auſſi le Charbon qu'on met à un foyer quelconque, n'eſt pas un point. Si ce foyer eſt celui d'un Miroir Parabolique, tous les rayons qui ne ſont pas partis du ſeul point du Charbon placé au foyer, ne ſe réfléchiſſent point parallelement à l'axe, ne tombent point ſous cette direction ſur l'autre Miroir, & par conſéquent n'étant point bien réunis à ſon foyer, ils brûlent peu, ou, ce qui revient au même, les deux Mirois ont beſoin pour bien brûler d'être peu éloignés. Mais

ſi

ſi le foyer où eſt le Charbon eſt celui d'un Miroir ſphérique, l'eſpace qu'occupe le Charbon peut être en grande partie le même que celui de la Cauſtique du Miroir ; or tout ce qui part de la Cauſtique ſe réfléchit exactement parallele.

M. du Fay a conçû qu'en interpoſant entre ſes deux Miroirs Sphériques différens Milieux que traverſeroient les rayons envoyés par l'un ſur l'autre, & en obſervant de combien il faudroit rapprocher les Miroirs pour leur faire produire le même effet qu'avant cette interpoſition, il auroit une eſpece de meſure de l'affoibliſſement que les Milieux cauſeroient aux rayons. Il a trouvé que les Miroirs ayant fait un certain effet à la diſtance de 18 pieds, ſi enſuite on interpoſoit une Glace plane des deux côtés, il falloit les rapprocher de 10 pieds, ce qui marque une grande perte ou un grand affoibliſſement de rayons cauſé par la Glace. Son épaiſſeur augmente très peu cet effet, & par conſéquent il vient beaucoup plus de la perte des rayons réfléchis à la rencontre de la Glace, que de leur affoibliſſement par leur paſſage au travers de ſon épaiſſeur.

De la Paille allumée entre les deux Miroirs en diminue conſidérablement l'action ; ce qui revient à l'obſervation de feu M. Homberg ſur le grand Miroir ardent du Palais Royal, qui agiſſoit beaucoup moins pendant de grandes chaleurs, que quand l'air venoit d'être rafraîchi par la pluye. Une partie des rayons réunis par le Miroir ardent étoient abſorbés ou détournés de leurs directions par les Soufres répandus dans l'air pendant les grandes chaleurs ; il leur arri-

arrive la même choſe dans le cas de M. du Fay, par les Soutres allumés qui ſont la flamme de la Paille.

Le Vent, même violent, ne diminue point ſenſiblement l'action des Miroirs, ſoit que ſa direction ſoit directement contraire à celle des rayons qui vont d'un Miroir à l'autre, ſoit que les deux directions ſe coupent à angles droits.

Un Charbon étant placé au foyer d'un Verre convexe des deux côtés, d'où les rayons qui l'ont traverſé en s'y rompant ſortent paralleles, & tombent ſur la ſurface d'un Miroir concave qui les réunit à ſon foyer, ces rayons n'ont pu brûler que quand le Verre & le Miroir n'ont été éloignés que de $\frac{1}{4}$ pieds, tant les rayons ſe ſont affoiblis en paſſant au travers du Verre; & il faut bien remarquer que ces rayons ſont ceux d'un Charbon, car ceux du Soleil ou ne s'affoibliſſent pas ainſi, ou s'affoibliſſent beaucoup moins: d'où M. du Fay conclud une grande différence entre eux & nos feux ordinaires, dont les particules doivent être beaucoup plus maſſives, & plus ſujettes à s'embarraſſer dans des paſſages étroits.

La principale experience de M. du Fay eſt celle par laquelle il a voulu voir juſqu'où les rayons du Soleil réfléchis pouvoient s'étendre dans l'air, en conſervant encore aſſés de force pour brûler lorſqu'ils ſeroient réunis. Il a reçû ſur un Miroir plan d'un pied quarré l'image du Soleil, & l'a dirigée de façon qu'elle allât tomber ſur un Miroir Sphérique concave éloigné, qui réuniſſoit à ſon foyer tous

tous les rayons qu'il recevoit paralleles, ou preſque paralleles, & ces rayons devoient allumer quelque matiere combuſtible. Le Miroir Sphérique a été porté juſqu'à la diſtance de 600 pieds, & ſon foyer a été encore brûlant. Cependant le Miroir plan, qui recevoit le premier les Rayons du Soleil, étoit aſſés petit, les inégalités inévitables de ſa ſurface faiſoient perdre beaucoup de rayons ; ceux qui portoient l'image du Soleil du Miroir plan ſur le concave étoient ſi divergens, que cette image étoit peut-être 10 fois plus grande ſur le concave que ſur le plan, & par conſéquent ces rayons étoient fort éloignés du paralléliſme; enfin ils étoient tous affoiblis par deux réflexions conſécutives.

Il paroît par-là que les rayons du Soleil, tels qu'ils ſont répandus dans l'air, conſervent une grande force malgré un grand nombre de circonſtances deſavantageuſes ; & peut-être ne ſeroit-il pas tout-à-fait impoſſible d'appeller du jugement que Deſcartes a porté contre la célébre hiſtoire d'Archimede. Il eſt vrai qu'afin qu'un Miroir fût capable de brûler à une grande diſtance, il faudroit, s'il étoit Parabolique, que ſa Parabole fût d'une grandeur énorme & impratiquable, puiſque le quart de ſon parametre devroit être égal à cette diſtance; & ſi le Miroir étoit Sphérique, il auroit outre cet inconvenient celui d'une grande Cauſtique proportionnée à la grandeur de ſa Sphere. Mais l'expérience de M. du Fay prouve qu'on peut porter avec un Miroir plan, à une aſſés grande diſtance, l'image du Soleil dont les rayons ſeront peu af-

affoiblis ; & ſi pluſieurs Miroirs plans étoient tous poſés ou tournés de façon qu'ils portaſſent cette image vers un même point, il s'y pourroit faire une eſpece de foyer artificiel qui auroit de la force. Ce fut ainſi, au rapport de Tzetzés, Poëte Grec, mais fort postérieur à Archimede, que ce grand Mathématicien brûla les Vaiſſeaux des Romains.

Quoi qu'il en ſoit, il eſt aiſé de voir que les experiences de M. du Fay peuvent avoir leur utilité, & pour les operations curieuſes de Phyſique, & dans la pratique ordinaire de la vie. M. Gauger a déja fait voir l'uſage de ſes Contre-cœurs de Cheminée Paraboliques. Il n'y a qu'à obſerver, qu'à raiſonner ſur les obſervations, & tout s'étend.

MECHANIQUE.

SUR LE CHOC DES CORPS A RESSORT. *

ON ſera peut-être ſurpris de voir que cette matiere, déja traitée en 1706 †, 1721 ‡, & 1723 § avec aſſés d'étendue, le ſoit encore ici. Mais tout ce qu'on en a dit ne va qu'à donner par différentes voyes des for-

* V. les M. p. 10.
† p. 156. & ſuiv.
‡ p. 109. & ſuiv.
§ p. 139. & ſuiv.

formules generales de ce que doit produire le Choc des Corps à Reſſort, fondées ſur des experiences reconnues de tous les Phyſiciens. Il reſte au fond de toute cette matiere une difficulté phyſique très conſidérable, qui à la verité n'a pas dû empêcher que l'on ne profitât toûjours des formules inconteſtables & démontrées, mais qui demandoit un éclairciſſement, que l'on n'a pas encore donné, quoi-qu'on en ſentît aſſés le beſoin.

Nous avons dit en 1706 * que ſi un corps infiniment petit, ayant une vîteſſe finie, choque un corps fini en repos (on les ſuppoſe tous deux à Reſſort parfait) le corps infiniment petit conſerve après le choc la même quantité de mouvement ou force, qu'il avoit auparavant; & le corps fini, qui n'en avoit aucune, en prend une double de celle de l'infiniment petit: deſorte que la quantité totale de mouvement eſt triplée par le choc. D'où vient une augmentation ſi conſidérable? d'où naît après le choc cette nouvelle force?

Et qu'on ne s'imagine pas que c'eſt la ſuppoſition de l'infini, ou de l'infiniment-petit, qui produit ici un effet bizarre. Elle fait ſeulement que la quantité de mouvement eſt précisément triplée après le choc; car ſi les deux corps ſont finis, elle ſera moins que triplée, mais toûjours fort augmentée. Si un corps ayant 1 de maſſe & 11 de vîteſſe, & par conſéquent 11 de force ou de quantité de mouvement, choque un corps en repos

* p. 171.

pos qui ait 10 de maſſe, la force totale ou des deux corps après le choc, ſera non pas 33, mais 29; & plus, les deux corps étant finis, le choquant ſera petit par rapport au choqué en repos, plus la force totale après le choc approchera d'être triple de ce qu'elle étoit.

On ſentira encore mieux la difficulté, en conſidérant de plus près ce qui ſe paſſe entre les deux corps finis, que nous venons de ſuppoſer. Il n'exiſte avant leur choc que 11 degrés de force; s'ils étoient parfaitement durs, le petit qui eſt le choquant donneroit au grand dans l'inſtant de leur choc, ou plus préciſément de leur contact, un degré de vîteſſe, & par conſéquent le grand auroit 10 degrés de force, le petit de ſon côté n'auroit plus qu'un degré de vîteſſe, avec laquelle ils iroient enſemble, & ce petit n'auroit donc plus qu'un degré de force. Voilà 11 degrés de force totale après le choc comme auparavant, il n'y a là nulle ombre de difficulté.

Mais les corps étant à reſſort parfait, le petit n'en donne pas moins au grand le même degré de vîteſſe qu'il lui eût donnée dans le cas de la dureté parfaite; & de plus, comme c'eſt en lui ſeul que réſide la force, puiſque l'autre eſt en repos, c'eſt lui ſeul qui fait la compreſſion & le bandement des deux reſſorts qu'ils ont chacun, ou ſi l'on veut, du reſſort qui eſt ſeulement dans le choqué, car cela revient abſolument au même. Or cette compreſſion eſt une action différente de celle par laquelle le petit corps eût donné au grand dans l'inſtant du contact 1 degré de vî-

vîteſſe, ou 10 de force: il eſt même certain par les Regles établies que le reſſort du grand corps eſt comprimé avec 10 degrés de force, ainſi le petit, qui n'a que 11 degrés de force, fait deux actions dont chacune en demande 10 degrés. Nous pouvons ne pas pouſſer plus loin cette conſidération, & ne la pas ſuivre juſqu'après le choc, car ſi ce que nous venons d'expoſer peut être bien éclairci, le reſte s'enſuivra ſans peine. Voici comment M. l'Abbé de Molieres développe ce myſtere de la Nature, ſans y employer que les principes les plus communément reçûs en Mechanique.

Une force capable d'imprimer à un corps une certane vîteſſe, celle de 1 pied, par exemple en 1 Seconde, peut agir de deux manieres; ou elle ne fera que le choquer dans un ſeul inſtant, que lui donner un ſeul coup, ainſi que l'on conçoit que les corps durs agiroient les uns ſur les autres; ou elle pourſuivra toûjours le corps pendant un certain tems, en lui donnant toûjours plus de vîteſſe. De la 1ere maniere, dans la Seconde qui ſuit l'inſtant du choc le corps parcourt un pied; de la 2de, il faut, afin que le corps puiſſe parcourir un pied, que la force lui ait été appliquée pendant 1 Seconde, & lui ait fait parcourir $\frac{1}{2}$ pied, après quoi elle n'a qu'à l'abandonner, & il parcourra 1 pied dans la Seconde ſuivante. Cela eſt connu de tout le monde par le ſyſtême de Galilée ſur les mouvemens accelerés.

La même force agiſſant de la 1ere maniere fait dans la Seconde qui ſuit l'inſtant du choc, tout

tout l'effet dont elle eſt capable, puiſqu'elle fait parcourir 1 pied; mais agiſſant de la 2de maniere, elle ne fait dans la même Seconde que la moité de l'effet dont elle eſt capable, puiſqu'elle ne fait parcourir que $\frac{1}{2}$ pied. Elle pourroit donc dans cette même Seconde produire encore un effet égal à celui-là.

On voit bien que cette idée va s'appliquer au choc des corps à reſſort parfait. Le petit corps ſuppoſé pourſuit toûjours le grand en l'applatiſſant, & en comprimant le reſſort que l'on conçoit n'être qu'en lui, & ſi le degré de vîteſſe qu'il lui doit imprimer eſt de 1 pied en 1 Seconde, il ſuffira pour le lui imprimer qu'il le pourſuive ſeulement pendant la 1ere Seconde qui ſuit l'inſtant du choc, & lui faſſe parcourir $\frac{1}{2}$ pied en le pourſuivant. Il lui reſte donc encore la moitié de ſa force qu'il employe à la compreſſion du reſſort du grand corps, effet égal au premier.

Mais il ſe preſente encore ici une difficulté qui renverſeroit tout ce qu'on vient d'établir. Un corps qui a parcouru un certain eſpace par un mouvement acceleré, qu'a produit une force toûjours appliquée, ne peut parcourir enſuite dans le même tems un eſpace double, lorſqu'il eſt abandonné par cette force, que dans la ſuppoſition que la force pendant tout le tems qu'elle a été appliquée, ait été conſtante, & toûjours égale. Or ici c'eſt le contraire, la force du petit corps qui pourſuit le grand eſt toûjours décroiſſante, puiſque ce petit corps perd toûjours de ſa viteſſe à meſure qu'il en communique au grand.

M. l'Abbé de Molieres en approfondiſſant davantage le ſujet trouve une ſolution, qui non ſeulement doit ſatisfaire, mais devient un principe neceſſaire dans cette Theorie. Il eſt vrai que la vîteſſe abſolue du petit corps choquant diminue toûjours tant qu'il pourſuit le grand, mais ſa vîteſſe reſpective peut demeurer la même, il ſuffit pour cela que la vîteſſe abſolue croiſſante du cops choqué croiſſe moins à chaque inſtant par les mêmes degrés que celle du corps choquant décroît; car alors puiſque le choquant pourſuit moins le choqué qui fuit moins auſſi, & d'autant moins, la vîteſſe dont ils s'approchent, ou la vîteſſe reſpective eſt toûjours égale. Or il eſt plus que vrai ſemblable que la choſe ſoit ainſi. Il eſt conſtant par l'experience que plus un reſſort eſt déja compriné par une certaine force, plus il reſiſte à une nouvelle compreſſion que la même force tendroit à produire, & il eſt naturel que cette reſiſtance augmente par des degrés égaux. Le corps choqué ou ſon centre n'avance & ne fuit qu'autant que ſon reſſort eſt comprimé par le choquant, & il fuira toûjours moins à meſure que le reſſort plus comprimé reſiſtera davantage. La vîteſſe reſpective ſera donc toûjours la même pendant tout le tems que le corps choquant agira ſur le choqué, & par conſéquent une force conſtante appliquée au choqué lui imprimera un mouvement acceleré conforme au ſyſtême de Galilée, & la moitié de cette force ſuffira pour donner au corps choqué toute la vîteſſe qu'il eût prise en un inſtant dans le cas de la dureté parfaite, & qu'il doit

doit prendre encore dans celui-ci, mais par degrés.

Il eſt évident que l'autre moitié de la force du corps choquant, cette moitié qui n'eſt pas employée à donner au corps choqué la vîteſſe qu'il doit avoir, ne demeurera pas inutile. C'eſt elle qui comprime le reſſort, effet égal au précédent, & elle le comprime auſſi par une application continuelle, d'où naît le même avantage qu'à l'egard de la vîteſſe imprimée au corps choqué. Tout le monde convient que c'eſt la ſeule vîteſſe reſpective qui comprime le reſſort, & que cette compreſſion lui eſt toûjours proportionnée.

Voilà donc la ſeule force du corps choquant, qui par la maniere dont ſon action a été conduite, a produit deux effets dont elle n'eût pu produire qu'un ſeul, ſi elle eût agi autrement. Mais il entre encore dans ce choc une autre force différente, & dont il faut tenir compte. M. l'Abbé de Molieres diſtingue la compreſſion du reſſort, & ſon bandement. La compreſſion conſiſte en ce que des parties ſe ſont approchées; & le bandement, en ce qu'elles ont par-là acquis une certaine roideur, une réſiſtance à s'approcher davantage, une tendance à ſe remettre dans leur premier état. C'eſt la vîteſſe reſpective des deux corps qui fait la compreſſion, mais le bandement ne vient que de la cauſe du reſſort, cauſe encore inconnue, & que M. l'Abbé de Molieres ſuppoſe ſans prétendre l'expliquer. Il eſt clair que cette même cauſe doit faire enſuite le débandement. En prenant ces idées, on verra aiſément quels ſont, pour ainſi dire,

les fonds que M. l'Abbé de Molieres a trouvés pour cette ſurprenante augmentation de force ou de quantité de mouvement dans le cas du choc propoſé. Les autres cas ſe déduiront des mêmes principes, & de-là naiſſent des formules Algebriques, qui, avec des expreſſions différentes de celles des formules déja établies, donnent les mêmes reſultats.

Il ſeroit inutile de parler des cas du reſſort imparfait, après ce que nous en avons dit en 1723. D'ailleurs il ſuffit preſque toûjours de mettre les Theories dans le cas de la perfection ou de la préciſion géometrique, & l'on voit aſſés enſuite ce que la Phyſique en rabattra neceſſairement.

SUR LA FORCE DES REVETEMENS QU'IL FAUT DONNER AUX LEVÉES DE TERRES, DIGUES, CHAUSSÉES, REMPARTS, &c.

SI l'on éleve des Terres, comme pour faire une Chauſſée, une Digue, un Rempart, ces Terres, que je ſuppoſe qui auront la figure d'un Parallélepipede, ne ſe ſoutiendront point en cet état, mais s'ébouleront, deſorte

* V. les M. p. 147.

te que leurs 4 côtés verticaux posés sur le plan horizontal, & qui étoient des parallélogrammes, deviendront de figure triangulaire, ou à peu près, parce que la pesanteur des terres, jointe à la facilité qu'avoient leurs parties à rouler les unes sur les autres, les a obligées à se faire une base plus large que celle du Parallelépipede primitif. Pour empêcher cet effet, on les soûtient par des *Revêtemens*, qui sont ordinairement de Maçonnerie.

Comme c'est par une certaine force que les terres élevées en Parallelépipede élargissent leur base, il faut que cette force qu'on appelle leur *poussée*, soit combattue & reprimée par celle du Revêtement, qui par conséquent doit être du moins égale. Pour proceder par regles dans la construction d'un Revêtement, il faudroit avoir déterminé cette égalité, ou cet Equilibre; mais jusqu'ici on n'a point eû cette connoissance dans la pratique de l'Architecture, & l'on s'est conduit assés au hazard. Seulement deux Auteurs François ont écrit sur cette matiere; mais M. Couplet fait voir que non seulement ils se sont trompés chacun dans leur Theorie, mais même dans le calcul des forces qu'ils prétendoient trouver. Il est vrai qu'ici les vrais principes sont assés difficiles à découvrir; on possedera bien toute la Mechanique speculative, & on se trouvera embarrassé dans l'application qu'on en voudra faire à un sujet particulier, où les différentes Puissances, leurs actions, leurs directions ne se montreront pas à découvert, comme dans les figu-

res qu'on traçoit, & ſeront au contraire très cachées, & très enveloppées. Voici comment M. Couplet demêle celles dont il s'agit preſentement.

Il faut connoître d'abord la force de la pouſſée des Terres. Il ſuffit de conſidérer dans le Parallelépipede une ſeule face ou côté qui s'éboule, & prend une figure triangulaire, ou forme un *talut*, ligne inclinée à l'horizon, dont la baſe s'appelle *fruit* chés les Architectes. Il eſt viſible que moins les parties de la terre ſont liées les unes aux autres, ou plus leurs ſurfaces ſont polies, plus elles ont de facilité à s'ébouler, ou plus le talut qu'elles prennent a un grand fruit. M. Couplet ſuppoſe cette facilité à ſon plus haut point, telle qu'elle eſt dans des Boulets de Canon tous égaux, ou dans des Balles de Mouſquet; ainſi quand il connoîtra la pouſſée de Terres conditionnées de la même maniere, il connoîtra la plus grande force poſſible en ce genre, une force plus grande qu'il ne la pourra trouver dans la réalité. Les Revêtemens qui lui reſiſteront, reſiſteront donc à tout.

Quand on ſoûtient des Terres par des Revêtemens, on veut empêcher, & on empêche ce talut, ce triangle de ſe former. C'eſt donc à ce Triangle qu'on a affaire, & il eſt beſoin de connoître quel il eſt, quelles en ſont les conditions.

Puiſqu'on a ſuppoſé que les parties des Terres étoient comme des Boulets de Canon, il faut voir quel ſera l'arrangement de Boulets poſés les uns ſur les autres, de maniere qu'ils

qu'ils ſe ſoûtiennent d'eux-mêmes en faiſant un talut. On poſera, par exemple, un Boulet ſur 3 autres. Ils feront 3 taluts naturels, qui n'auront aucun beſoin de Revêtement. Si du centre du Boulet ſuperieur on tire des droites aux centres des 3 inférieurs, il ſe formera à cauſe de l'égalité des 4 Boulets, 4 Triangles équilateraux & & égaux, dont 3 auront leurs ſommets concourans en un point qui ſera le centre du Boulet ſuperieur, & le 4eme ſera couché ſur le plan horizontal, & portera ſur ſes 3 côtés les baſes des 3 autres. Cette figure eſt un *Tetraëdre*, ou Piramide reguliere, dont toutes les faces, & la baſe ſont égales.

Soit que des 3 Boulets qui portent le Boulet ſuperieur, on en ôte 1 ou 2, ce ſuperieur s'éboulera, ou tombera: il eſt ſeulement à propos de remarquer que ſi on ôte 2 Boulets inférieurs, on les aura ôtés du côté d'une des faces du Tetraëdre, & que ſi on n'en ôte que 1, ce ſera à la pointe d'un de ſes angles, ou *arrêtes*. Dans l'un & l'autre cas, on ne peut empêcher le Boulet ſuperieur de tomber que par un Revêtement, ou plus generalement par quelque puiſſance qui le retienne, & il eſt clair que pour cela cette puiſſance doit agir contre lui ſelon une direction horizontale, ou, ce qui eſt le même, quand elle lui ſera appliquée il agira contre elle ſelon cette direction.

Maintenant pour meſurer cet effort horizontal du Boulet, ou trouver ſon rapport à ſa peſanteur, la ſeule force connue, il faut imaginer que du ſommet du Tetraëdre il tom-

be une perpendiculaire ſur ſa baſe. Elle ne peut tomber que ſur un point de la ligne qui partage en deux moitiés égales cette baſe triangulaire, & de plus ce point eſt aux $\frac{2}{3}$ de cette ligne, à compter du ſommet de l'angle d'où elle part. Si l'on conçoit que la perpendiculaire qui tombe du ſommet du Tetraëdre repreſente la peſanteur du Boulet, les deux parties inégales de la ligne de la baſe ſur laquelle elle tombe, repreſenteront neceſſairement deux efforts horizontaux du Boulet, l'un par lequel il pouſſeroit du côté des 2 Boulets inférieurs, s'il n'étoit pas ſoûtenu par eux, & l'autre par lequel il pouſſeroit du côté du 3eme, s'il n'étoit abandonné que par ce 3eme. Or comme la ligne dont les deux parties repreſentent ces deux efforts, eſt partagée par la perpendiculaire qui y tombe en $\frac{1}{3}$, & $\frac{2}{3}$, ou deſorte que ſes deux parties ſont entre elles comme 1 & 2, il ſe trouve neceſſairement que la partie 1 eſt du côté des deux Boulets inférieurs, & d'une face du Tetraëdre, la partie 2 du côté du ſeul Boulet, ou d'une arrête, d'où il ſuit que l'effort horizontal 1 du Boulet ſuperieur pouſſant 2 Boulets, & ſon effort horizontal 2 n'en pouſſant que 1, l'effort total de part & d'autre eſt le même, & que s'il faut un Revêtement ou une puiſſance pour ſoûtenir le Boulet ſuperieur, auquel on aura ôté l'appui ou de deux Boulets inferieurs du côté d'une face du Tetraëdre, ou d'un ſeul du côté de l'arrête, cette puiſſance ne devra être que la même.

Si l'on conçoit un plus grand nombre quelconque de Boulets, mais dont l'arrangement

faſſe

faſſe toujours une figure ſemblable à celle des 4 premiers, ce ſera encore le même rapport de la peſanteur aux efforts horizontaux, puiſque les deux figures ſont ſemblables, & encore ce même rapport, ſi au lieu de Boulets ce ſont des terres dont les particules ſoient rondes, égales & polies. Il eſt clair que de tout le Tetraëdre ſolide il ſuffit d'en conſidérer une lame qui ſera le Triangle, dans le plan duquel ſont la perpendiculaire que nous avons déja tirée du ſommet du Tetraëdre, & la ligne de la baſe ſur laquelle elle tombe. Cette même ligne eſt auſſi la baſe de ce nouveau Triangle, un de ſes côtés fait l'arrête du Tetraëdre, & l'autre côté eſt une ligne qui part du ſommet du Tetraëdre, & en coupe une face en deux parties égales. Comme la baſe de ce Triangle eſt diviſée par la perpendiculaire en deux parties, dont l'une eſt double de l'autre, ſi l'on prend la petite partie pour 1, ce qui rend l'autre 2, on trouvera aiſément que la perpendiculaire tirée du ſommet du Triangle ou du Tetraëdre, eſt la racine de 8, c'eſt-à-dire un peu moindre que 3, deſorte que le rapport de la peſanteur de la lame triangulaire de terre à l'effort horizontal dont elle pouſſe, eſt comme la racine de 8 à 1 d'un côté, & à 2 de l'autre, propoſition fondamentale de toute la Théorie de M. Couplet, & dont les conſéquences ſont extrêmement différentes de tout ce qu'on avoit imaginé juſqu'à preſent.

Soit un Priſme triangulaire de terre poſé horizontalement ſelon ſa longueur, & tel que ſa dimenſion verticale ſoit à l'horizontale,

comme la racine de 8 eſt à 1, il eſt viſible qu'il ne s'éboulera point, & qu'il n'a nul beſoin de Revêtement qui le ſoûtienne, puiſque tout ſon effort horizontal pour s'ébouler eſt déja ſatisfait & rempli par l'étendue que ſa baſe ou ſon fruit a par rapport à ſa hauteur. Mais ſi à ce Priſme triangulaire de terre on en ajoûte un égal & ſemblable, deſorte que le tout faſſe un Parallelépipede, il eſt certain que le 2d Priſme triangulaire, renverſé par rapport au 1er, ne ſe ſoûtiendra pas en cet état, & qu'il faudra l'empêcher de s'ébouler. C'eſt aſſés de conſidérer une lame parallélogrammique du Parallelépipede. La moitié de cette lame dont la baſe eſt en bas, ſe ſoûtient ſeule en vertu de ſes deux dimenſions; l'autre moitié dont la baſe eſt en haut, ne ſe ſoûtient pas, & elle a pour s'ébouler un effort horizontal qui eſt à ſa peſanteur, comme 1 à la racine de 8.

Ici il peut ſembler d'abord que ſi on avoit un Parallelépipede, ou une lame parallélogrammique dans d'autres dimenſions, ce ne ſeroit plus la même choſe. Mais tout ſe réduira aiſément au cas propoſé. Si la baſe eſt trop petite, c'eſt-à-dire plus petite que n'eſt 1 par rapport à la racine de 8, on concevra la hauteur du parallélogramme diminuée, deſorte que ſa hauteur ſoit à ſa baſe comme la racine de 8 à 1, & il reſtera un petit parallélogramme que l'on conſidérera comme un poids étranger, dont ſera chargé tout le parallélogramme formé dans le rapport requis, & on aura égard à ce poids dans l'eſtimation des forces. Si au contraire la baſe eſt trop gran-

grande, cela n'empêchera pas qu'on ne puisse toûjours former ſelon le rapport requis le triangle qui ſera à ſoûtenir, & ce triangle étant retranché du parallélogramme total, il y reſtera un Trapeze que l'on verra évidemment, qui ſe ſoûtiendra ſeul. Il faut donc toûjours compter que l'on a à ſoûtenir un Triangle renverſé qui eſt dans le rapport poſé.

La peſanteur des terres étant connue, on a en termes connus par la proportion trouvée l'effort horizontal ou la pouſſée du Triangle à ſoûtenir: mais ce n'eſt pas aſſés, il faut ſavoir contre quoi cet effort doit s'exercer, ce qu'il tendra à faire, & comment il y tendra.

On oppoſe au paralélogramme, ou au Triangle renverſé de terre, un Revêtement vertical, dont la hauteur eſt ordinairement égale à celle du Triangle. La pouſſée du Triangle tend à renverſer ce Revêtement, c'eſt à-dire à le faire tourner ſur ſon extremité inférieure, ou ſur ſon pied, deſorte qu'il ſe jette & tombe de l'autre côté. Ce pied du Revêtement doit être conſidéré comme le point d'appui d'un Levier, & tout l'effort du Triangle qui pouſſe étant réuni dans ſon Centre de gravité, l'action de ce Centre doit être conſidérée par rapport au point fixe du Levier, car plus elle s'appliquera à un point qui en ſera éloigné, plus elle ſera forte.

Le Centre de gravité d'un Triangle eſt aux $\frac{2}{3}$ de ſa hauteur comptés depuis ſon ſommet. Le Triangle dont il s'agit étant renverſé, une ligne horizontale tirée de ſon Centre de gravité ſur le Revêtement y détermine un point

dont la distance au point fixe du Levier est les $\frac{2}{3}$ de la hauteur du Triangle ou du Revêtement, & les $\frac{2}{3}$ de cette hauteur sont donc le bras de Levier par lequel le Triangle qui pousse agit contre le Revêtement. Il faut multiplier par ce bras l'effort horizontal déja trouvé, & ce produit égal à la 12eme partie du Cube de la hauteur des terres, est toute l'*énergie* du Triangle ou des terres, car c'est ainsi que M. Couplet avec quelques autres Mathématiciens appelle une action, un effort, considéré avec la maniere dont il est appliqué; considération necessaire & indispensable.

Cela fait, il ne faut plus que trouver l'énergie du Revêtement, égale à celle des terres que l'on connoît; car le Revêtement a aussi une certaine force, appliquée d'une certaine maniere par rapport au point fixe commun, ou à certaine distance de ce point. Ces bras de Levier avoient été absolument oubliés par les deux Auteurs qui ont traité cette matiere.

Comme l'on n'a consideré qu'une lame de terre qui pousse, il ne faut considerer qu'une lame du Revêtement qui résiste. La force absolue de cette lame sera le poids de la matiere dont elle sera faite, comparé au poids de la terre, & la grandeur de sa surface; mais de plus cette force étant réunie dans le Centre de gravité de la lame, agira par un bras de Levier, qui sera la distance de la direction horizontale de ce Centre au point fixe. Or on voit que ces déterminations dépendent de la hauteur, & de la figure de la

lame du Revêtement. La hauteur eſt ordinairement égale à celle des terres qu'on veut ſoûtenir, & la figure eſt celle d'un parallélogramme ou d'un triangle, dont on a ſans peine les aires, & les Centres de gravité, & par conſéquent les bras de Levier dans le ſujet preſent.

Cependant les Problêmes que l'on a à reſoudre, & que M. Couplet reſout ſur l'énergie du Revêtement, celle des terres étant toûjours connue, ne laiſſent pas d'être en grand nombre, & aſſés ſouvent difficiles & compliqués. La hauteur du Revêtement devant être égale à celle des terres, il ſera ou parallélogrammique, & en ce cas il faut déterminer ſa largeur; ou triangulaire, & il faut déterminer ſa baſe; ou fruit, ou parallélogrammique & triangulaire en même tems, c'eſt-à-dire qu'un triangle ſera appuyé contre un parallélogramme, & alors il faut déterminer ou la baſe totale, ou ſeulement celle du parallélogramme, ou ſeulement celle du triangle. Le Revêtement parallélogrammique & triangulaire en même tems peut ne pas commencer dès le haut à être triangulaire, mais ſeulement à une certaine hauteur, & il faudra déterminer la baſe, ſoit du parallélogramme, ſoit du triangle, ou la largeur du parallélogramme une des baſes étant donnée. Enfin le Revêtement peut être plus haut que les terres, ce qui doit diminuer ſa baſe à un certain point. Tout cela demande beaucoup d'application des Méthodes que la Géometrie fournit pour réſoudre les Problêmes, ou pour déterminer en lignes les grandeurs dont

l'Al-

l'Algebre ne donne que des expreſſions aſſés enveloppées. Les Architectes trouveront ici quantité de déterminations préciſes, qui manquoient à leur Art, ſi cependant il n'arrive pas encore que l'on préfére des Regles faites au hazard, qui ont l'avantage d'être établies.

Dans toute cette Recherche M. Couplet a ſuppoſé que les Revêtemens avoient des ſurfaces verticales parfaitement planes & polies, où les terres trouvent des appuis horizontaux, & c'eſt ainſi que ce ſujet a été pris par les Auteurs précédens. Mais les Revêtemens réels ont des ſurfaces graveleuſes & inégales, ce qui apporte dans la Theorie des changemens, dont M. Couplet traitera dans la ſuite.

SUR LA FORCE DES CEINTRES. *

QUAND on conſtruit une Voute, une Arche de Pont, &c. il eſt évident qu'il la faut commencer par poſer de chaque côté les Pierres ou *Vouſſoirs*, qui doivent être ſur les deux *Piédroits*. On pourroit continuer ainſi juſqu'à une certaine hauteur, parce que le premier Vouſſoir n'étant nullement incliné à l'Horizon, & ne faiſant nul effort pour tomber, & les ſuivans qui commencent à être inclinés, l'étant encore peu, ainſi qu'il a été dit en 1704 †, ils ſe ſoûtiendroient ſans peine, ou par la force du Ciment, ou par celle du frottement ſeul qui les arrêteroit. Mais cela ne

* V. les M. p. 303. † p. 114 & ſuiv.

ne pourroit pas aller loin, & les Vouſſoirs ſeroient bientôt ſi inclinés, qu'il ſeroit impoſſible qu'ils ſe ſoûtinſent, & que la conſtruction avançât. L'expedient qu'on a trouvé eſt de conſtruire un Ceintre de Charpente de la même figure ou courbure par ſa convexité, dont la Voute doit être par ſa concavité, & d'élever la Voute ſur ce Ceintre qui la porte & la ſoûtient toûjours, juſqu'à ce qu'enfin la Clef, ou dernier Vouſſoir du milieu étant poſé, elle ſe ſoûtienne par ſa conſtruction ſeule & ſans Ceintre.

Un Ceintre ſeul ne porte pas toute la Voute. On en conſtruit pluſieurs ſelon ſa largeur, tous égaux & ſemblables, diſpoſés parallélement les uns aux autres à diſtances égales, qui ſont ordinairement de 6 pieds, deſorte que le poids eſt également partagé entre eux. S'il y en a 5, chacun n'en porte que la 5eme partie. La force neceſſaire à un Ceintre, c'eſt ce que M. Pitot a entrepris d'examiner & de calculer géometriquement.

Il faut d'abord connoître la valeur du poids qu'on a à ſoûtenir, la peſanteur de la Voute, ce qui dépend & de ſa figure, & des materiaux dont elle eſt faite.

Une Voute peut être en demi-Cercle, ce qu'on appelle *plein ceintre*, ou n'étant point en demi-Cercle, elle ſera plus ou moins haute que ſelon cette figure, ce qu'on appelle Voute *ſurhauſſée*, ou *ſurbaiſſée*. M. Pitot ne traite que des Voutes en plein ceintre, ou ſurbaiſſées, qui ſont les plus ordinaires.

Il donne à cette occaſion une Méthode géometrique qu'il a trouvée de tracer une

eſ-

eſpece particuliere de Voute ſurbaiſſée, qui merite qu'on la prefere aux autres, parce qu'elle eſt fort agreable à la vûe, & ne fait point de *jarret*, c'eſt-à-dire que tout ſon contour eſt doux & aſſés uniforme, & n'a point d'endroit qui ſoit marqué par une courbure plus ſenſible & plus rude que les autres. Elle eſt formée de 3 arcs circulaires qui ont chacun 60 degrés, celui du milieu eſt pris dans un certain Cercle à volonté, les deux autres ſont pris dans deux Cercles égaux différens du premier, & qui ont d'autres centres. M. Pitot avoit remarqué que dans la pratique commune, qui eſt fort ſujette à être aveugle, & mal reglée, on prenoit mal les centres de ces deux 2ds Cercles. Il en donne une autre exactement démontrée. C'eſt cette Voute ſurbaiſſée ainſi décrite que M. Pitot compare toûjours à la Voute en plein ceintre.

Selon que la Voute aura l'une ou l'autre figure, ſa ſolidité ou peſanteur ſera différente. Mais il faut faire attention à ce que, ſelon ce qui a été dit en 1704, les Vouſſoirs ne tendent pas par toute leur peſanteur abſolue à tomber; ils ſont ſoûtenus en partie les uns par les autres, & le Ceintre n'eſt chargé que du reſte de leur effort qui ſera déterminé par les Regles de Mechanique. Après cela, la peſanteur de la Voute ſera différente auſſi, ſelon la Pierre qu'on employera. Il y a un moyen fort aiſé de trouver la peſanteur de toute ſorte de Pierre, ou de Corps plus peſant que l'eau. On en peſe un morceau quelconque dans l'air, enſuite dans l'eau. Il

peſe

peſe moins dans l'eau, & ce moins eſt le poids d'un volume d'eau égal au morceau peſé. On a donc le rapport de ſa peſanteur à celle de l'eau, dont on ſait qu'un pied cube peſe 72 liv.

Le poids de la Voute étant connu, reſte à connoître la force du Ceintre, qu'il faudroit géometriquement qui fût égale, mais qui dans la pratique doit être ſuperieure.

Le Ceintre eſt un aſſemblage de Charpente, dont nous n'entreprendrons pas la deſcription, & d'autant moins que la conſtruction en peut être différente ſelon le genie ou les habitudes des Architectes. En general, ce ſont des pieces de bois, qui ayant à ſoûtenir le poids de la Voute dont elles ſont preſſées & pouſſées en embas, doivent être diſpoſées entre elles de façon qu'elles s'appuyent les unes les autres, ſe *contrebutent*, & ne puiſſent ceder. Cela dépend de la force abſolue des bois, & de la poſition des pieces.

Une piece de bois étant poſée verticalement, ſi on attache à ſon bout inférieur un poids dont l'effet ſera de tirer ſes fibres en embas, & de tendre à les ſéparer les unes des autres, de façon que la piece rompe, elle ſoûtiendra un très grand poids avant que cet effet arrive. La longueur de la piece n'y fait rien, il n'y a que ſa groſſeur ou baſe. M. Pitot a éprouvé que le bois de Chêne ſoûtient environ 60 liv. par ligne quarrée de ſa baſe, & c'eſt le bois de Chêne dont on ſe ſert le plus ſouvent dans la Charpente. Les pieces dont un Ceintre eſt compoſé n'ont pas à ſoûtenir un effort qui les tire de haut en bas,

mais

mais au contraire un effort qui les pouſſe de haut en bas, & tend à les écraſer, ou à les faire plier. M. Pitot a trouvé qu'elles ſont encore une réſiſtance un peu plus grande à ce ſecond effort, & ne prend les deux réſiſtances que pour égales, car il vaut toujours mieux ſe tromper en ſuppoſant trop peu de force au Ceintre.

Quant à la poſition des pieces, dont la plûpart ſont neceſſairement inclinées, ce qui modifie & affoiblit leurs réſiſtances abſolues ſelon que les angles d'inclinaiſon ſont différens, M. Pitot en fait le calcul par la Théorie des Mouvemens compoſés, ou, ce qui eſt la même choſe, par les Diagonales de feu M. Varignon. Ces Diagonales ſont en nombre d'autant plus grand, & ſe compliquent d'autant plus les unes avec les autres, qu'il y a plus de pieces dans le Ceintre. Au moyen de cette Théorie, la peſanteur de la Voute étant toujours connue, ſi de plus les groſſeurs & les poſitions des pieces du Ceintre, c'eſt-à-dire ſi la conſtruction du Ceintre, ou plutôt le Ceintre même eſt donné, on trouvera le rapport de ſa force à celle de la Voute, & cela tant pour la Voute demi-circulaire, que pour la ſurbaiſſée telle que nous l'avons décrite.

On voit aſſés par-là combien la certitude & la préciſion que M. Pitot met dans cette matiere, l'emportent ſur de ſimples uſages, toujours incertains, & ſouvent faux, que ſuivent les Ouvriers, & même leurs Maîtres.

M. Pitot inſinue que tout l'Art de la Charpente

pente eſt encore très peu connu : un ſeul Auteur en a traité, encore n'a ce été que pour donner les noms & les définitions des différentes pieces. Il ſeroit à ſouhaiter que la Géometrie s'en mêlât pour en déterminer les forces, le moindre nombre poſſible, l'aſſemblage le plus avantageux, & en quelques occaſions le plus agreable à la vûe, &c. La Géometrie eſt certainement pouſſée fort loin, & n'eſt pas encore aſſés appliquée.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXVI.

I.

UNE Pendule de M. Ducheſne Horloger, qui marque par un Cadran fixe l'heure moyenne, & par un autre concentrique & tournant l'heure vraye. Les Minutes & Secondes des deux tems ſont marquées auſſi, & de plus les jours du Mois, & les Signes. Une Courbe Elliptique fait mouvoir les Cadrans qui appartiennent au tems vrai, & la façon dont elle les fait mouvoir a paru nouvelle, & aſſés bien imaginée. Si la Pendule étoit arrêtée ou déreglée, il ſuffit de la mettre à l'heure par l'Aiguille du tems moyen, & tous les Cadrans ſe placent auſſi-tôt dans la diſpoſition où ils doivent

vent être. On a trouvé cet ouvrage conduit avec entente, & executé avec beaucoup d'habileté.

II.

Une Horloge du Sr. Mathieu Kriegſeiſſen, qui eſt à Rochet, & à Pendule, comme à l'ordinaire: mais qui marque, outre tout ce qu'on pourroit demander à une Horloge, tout ce qu'on demanderoit à un Calendrier; le tems moyen & le vrai en Minutes; tout ce qui appartient à la revolution du Soleil & à celle de la Lune, même avec ſes phaſes, & ſa figure apparente; le paſſage du 1er degré d'Aries par le Meridien; l'heure des principales Villes du Monde, tant moyenne que vraye; le quantieme du Mois, avec la différence de ceux qui ont plus ou moins de jours que les autres, ſans qu'il ſoit beſoin d'y toucher, qu'aux années Biſſextiles; l'Epacte, le Nombre d'Or, le Cycle Solaire, &c. Cette Pendule a paru ingenieuſement imaginée, & malgré la grande quantité de choſes qu'elle marque, on a trouvé ſes mouvemens arrangés avec beaucoup d'ordre & d'intelligence, & autant de ſimplicité qu'il eſt poſſible.

III.

Une eſpece de Moulin à vent, pour labourer la terre ſans Bœufs, ni Chevaux, inventé par le Sr. Laſſiſe Menuiſier de Farmoutier en Picardie. Il eſt différent du Chariot à voiles que M. du Quet a voulu employer au même uſage.

uſage. La Machine du Sr. Laſſiſe a été trouvée ſimple, & propre à produire l'effet propoſé, & on a crû que l'Auteur avoit le genie neceſſaire pour y faire quelques ſupplémens qu'elle demanderoit. Mais toutes les Machines de cette eſpece ont des inconveniens ſans remedes. On n'eſt pas ſûr d'avoir toûjours du Vent; elles ne pourroient ſervir que dans des lieux plats & découverts, & celle du Sr. Laſſiſe en particulier dans de grandes étendues de terrain continu, appartenant à un même Maître. Il ne faut point diſpenſer les Gens de la Campagne de nourrir autant de Bœufs & de Chevaux qu'ils ſont preſentement.

IV.

6 Machines de M. Dubois Ingenieur & Officier Reformé, qui ont à peu près rapport aux mêmes objets.

La 1ere pour nettoyer des Ports, ou des Canaux, ou pour enlever de la terre déja remuée. Elle conſiſte en deux eſpeces de Baquets, ou Cuilliers de fer, qui s'approchant avec force enlevent la vaſe ou la terre. On tourne enſuite toute la Machine ſur un Pivot vers l'endroit où l'on veut vuider les Cuilliers, ce qui ſe fait par une eſpece de Baſcule, qui eſt au fond : 4 hommes y ſont employés. Mais il a paru qu'il y avoit beaucoup de frottemens, & que quelques Piéces faiſoient un effort conſidérable.

La 2de eſt une eſpece de Mouton armé de coins de fer pour ébouler la terre dans une Tranchée commencée avec les Outils ordinaires.

La

La 3eme eſt une Cuillier, qui ſe meut par 2 hommes pour enlever la terre abbattue avec la Machine précedente, & la jetter dans un grand Baquet, qui s'enleve avec une 4eme Machine, & porte la terre où l'on veut.

La 5eme eſt un autre Mouton fort peſant, compoſé de pluſieurs maſſes à côté l'une de l'autre, pour battre & affaiſſer la terre.

La 6me eſt une eſpece de double Baſcule, que 2 hommes font mouvoir pour applanir & égaler la terre.

Ces dernieres Machines, qui ſont très ſimples, ont paru ingenieuſement executées. Elles peuvent ſervir dans les travaux de terre, comme Excavations, Tranſports, Conſtructions de Terraſſes, Glacis, & autres ouvrages pareils.

V.

Une Pendule du tems vrai, inventée par M. Thiout Horloger. Une Courbe qui en eſt la principale piece eſt tracée avec tant de juſteſſe, que quand même on place avec la main à différens jours de l'année une Roue d'un an d'où dépend le mouvement vrai, on trouve toûjours un parfait accord avec la Table des Equations.

L'Académie a déja vû pluſieurs Pendules conſtruites ſur le même principe, & qui marquent la différence de l'heure moyenne, & de la vraye, par une Courbe pareille; mais celle-ci a paru fort ſimple, & ingenieuſement imaginée. Il eſt vrai qu'elle ne marque les ſecondes du tems vrai que de 10 en 10, mais cela eſt compenſé

penſé par ſa ſimplicité, & la facilité de ſa conſtruction.

VI.

Une application des Vis propoſée par M. le Maire, Ingenieur en Inſtrumens de Mathematique, pour élever ou abaiſſer des Poids parallelement. Dans cette Machine le mouvement imprimé à une Vis ſe communique neceſſairement à d'autres en tel nombre qu'on veut, par le moyen d'autant de Roues, dont chacune eſt attachée au collet de chaque Vis, & qui s'engrainent immediatement; ce qui oblige de faire les pas des Vis, alternativement priſes, en ſens contraires. Par-là, ſi on imprime à une Vis une certaine force, elle ſe trouve diſtribuée également à toutes ſelon leur nombre; ce qui eſt l'avantage de cette Machine, & n'eſt pas dans toutes les Machines à Vis. On s'eſt ſouvenu que M. Petit, Intendant des Fortifications, avoit donné une ſemblable application des Vis pour la conſtruction & l'uſage du Micrometre.

VII.

Une Machine de M. Auger, à battre le Tan, & à élever des fardeaux. Nous avons parlé aſſés au long en 1717 * de la Courbe développante du Cercle; c'eſt par ſon moyen que M. Auger a rendu les forces toûjours égales dans ſa Machine, & les élevations des poids égales; ce

* p. 91. & ſuiv.

ce qui eſt un avantage conſidérable. On a trouvé d'ailleurs qu'il a apporté dans la conſtruction toute l'intelligence, & toutes les attentions qu'on pouvoit deſirer pour rendre ſa Machine ſolide, & les mouvemens doux par la diminution des frottemens, & pour mettre à profit la force de l'Eau.

VIII.

Une Machine pour élever l'Eau, executée à Paſſi par Mrs. Mey & Meyer, Anglois. On ne ſait point le nom de l'Inventeur, qui étoit Anglois auſſi. Elle eſt employée en Angleterre, principalement pour épuiſer l'eau des Mines de Charbon. Elle eſt extrêmement ingenieuſe, très ſimple, & capable de grands effets. Elle a l'avantage de ſe procurer à elle-même, par ſa conſtruction, tous les mouvemens dont elle a beſoin. Deux forces mouvantes y agiſſent alternativement. L'une eſt la vapeur d'une Eau chaude, qui s'élevant ſous un Piſton de fer enfermé dans un Tuyau, l'oblige de s'élever, ce qu'il ne peut ſans faire deſcendre en même tems d'autres Piſtons dans des Corps de Pompe. Cela fait, non ſeulement l'entrée dans le tuyau de fer où s'élevoit la vapeur chaude, lui eſt fermée, mais ce tuyau eſt rafraîchi dans le moment par de l'eau froide, qui y coule, deſorte que le Piſton élevé par la vapeur, retombe preſſé par tout le poids de l'Athmoſphere, qui eſt l'autre force mouvante. Alors les Piſtons des corps de Pompes ſont obligés de s'élever, & l'Eau qu'ils ont puiſée, & qui les a ſuivis dans leur élevation, ſe verſe où l'on veut. Cette Machine éleve en une Minute à plus de 30 pieds de haut

haut 116 pieds cubes un pouce ½ d'Eau, ce qui fait en 24 heures 20925 Muids. Il eſt vrai que pour cet effet il faudroit dans ces 24 heures brûler 5 voyes de bois environ, mais le même effet couteroit davantage par d'autres moyens. Dans les Lieux où le bois ne ſera pas cher, on aura un grand avantage avec peu de dépenſe. On pourra même ſe ſervir de Charbon de terre, au lieu de bois. On a crû que cette Machine pouvoit encore être perfectionnée.

IX.

Deux Machines aſſés ſemblables de M. Boulogne, pour remonter les Bateaux, par le moyen ordinaire d'un Cordage, qui les tire vers un point fixe. Ce qu'on a trouvé de nouveau, & d'ingenieux, c'eſt la maniere dont ſe fait la direction du Cordage, ſa reception, ſon devidage autour des Tambours, & ſon échappement.

Cette direction eſt telle, que par le moyen de pluſieurs Rouleaux verticaux, le Cable en paſſant toûjours entre deux de ces Rouleaux eſt forcé à s'appliquer d'abord ſur le milieu d'un Tambour, & toujours enſuite ſur les mêmes endroits, deſorte que jamais un tour ne peut toucher aucun des autres, & qu'on peut porter le Cable devidé à un autre point fixe ſans perdre de tems. Cette façon de direction du Cordage pourroit être employée utilement aux Machines à Tambour, aux Cabeſtans, aux Treuils. Du reſte, comme on a trouvé par experience que les Machines de M. Boulogne ſeront lentes, on pourroit s'en ſervir dans les occaſions qui ne

demanderoient pas de vîteſſe, par exemple, entre les Ponts de Paris, où le tirage des Chevaux ſur les Quais fait un embarras incommode; ſauf cependant les inconveniens qu'on ne peut apprendre que de l'experience.

X.

Une nouvelle Méthode d'écrire ou noter le Plein-Chant, inventée par M. Demotz, Prêtre du Dioceſe de Geneve. Son deſſein a été non ſeulement que le Plein-Chant fût plus aiſé à apprendre & à executer, mais encore qu'on ne fût pas obligé de l'écrire en de ſi gros Volumes, qui coutent beaucoup, & ſouvent trop pour un grand nombre de pauvres Egliſes. Dans le Syſteme de l'Auteur, chaque ſillabe eſt ſuivie de ſa Note, ce qui épargne l'eſpace que tiennent les 5 Lignes ordinaires: chaque Note eſt ronde, quarrée, ou en loſange, ſelon qu'elle appartient à l'Octave moyenne, ſuperieure, ou inférieure: elles ont toutes une Queue, dont la direction très ſenſible vers un des côtés ou un des angles de la Page, marque le ton de la Note; & la variation de la figure de cette Queue marque ſi la Note eſt breve ou longue. Il y a eû des experiences faites ſur la facilité d'apprendre le Plein-Chant par cette Méthode, & il y a déja des Livres d'Egliſe imprimés ſur la foi de ce qu'on en attend.

XI.

Un aſſemblage que le Sr. Joſeph Leſpiniere a fait de 20 Machines différentes, toutes mues par un mê-

même mouvement; 1. un Moulin à poudre, 1. un Moulin pour liſſer la poudre, 3. une Machine pour écraſer le Soufre, 4. un Moulin à papier, 5. un Moulin à Tan, 6. un Moulin à Foulon, 7. un Moulin à Farine, 8. un Mouvement pour élever des Piſtons, ſemblable à celui de la Machine de Marli, 9. une Scierie à bois, 10. une Scierie pour la pierre, 11. une Machine à broyer les couleurs, 12. une Machine pour râper du Tabac, 13. une autre pour le ſaſſer, 14. une Machine pour mouvoir des Rames, 15. un Chapelet pour l'élevation de l'eau, 16. un Métier de Tiſſeran, 17. des Marteaux de forges à fer, 18. une Machine pour remonter les Bateaux, 19. un Cric, 20. une Machine à polir. On jugera aſſés que l'Auteur n'a pas penſé à la pratique ou à l'uſage; il n'a voulu que donner dans un Modele portatif, une idée d'un grand nombre de Machines à la fois. Il a fallu de l'induſtrie pour les diſpoſer de façon, que le mouvement de la main appliqué à la Manivelle d'un Arbre les fît agir toutes enſemble, auſſi aiſément qu'il le fait.

XII.

Une Méthode de M. de Gamache, pour le Jaugeage des Tonneaux. Il regarde un Tonneau comme ayant été formé par la révolution d'une Ellipſe autour de ſon grand axe, après quoi les deux bouts du Solide Ellipſoïde ont été retranchés. Il a à ſon milieu un Cercle plus grand que tous les autres, & des deux côtés des Cercles paralleles, égaux, & décroiſſans juſ-

juſqu'à ceux des deux fonds. Pour la ſolidité ou capacité de cet Ellipſoïde tronqué, le Calcul géometrique donne les $\frac{2}{3}$ du grand Cercle, & $\frac{1}{3}$ d'un Cercle du fond multipliés par la longueur du Tonneau, ou diſtance des deux fonds. Il eſt viſible que l'Ellipſoïde ſeroit égal à un Cilindre de même longueur ou hauteur, dont la baſe circulaire ſeroit égale à $\frac{2}{3}$ & à $\frac{1}{3}$ des deux Cercles ſuppoſés. Sur ce principe, M. de Gamache calcule quelles ſeront différentes baſes circulaires égales aux $\frac{2}{3}$ d'un grand Cercle, & à $\frac{1}{3}$ d'un petit, ce grand Cercle & ce petit, ou plutôt leurs diametres variant toujours; car en prenant une certaine étendue depuis le plus petit Cercle poſſible d'un Tonneau juſqu'au plus grand, les deux Cercles du Tonneau dont il s'agira, ou leurs diametres, ſe trouveront dans une Table, & on aura l'aire d'un Cercle égale aux $\frac{2}{3}$ d'un des Cercles, & à $\frac{1}{3}$ de l'autre. Il ne faudra plus que la multiplier par la longueur du Tonneau. Ce n'eſt-là qu'une ſimple ébauche de la Méthode. On l'a trouvée très bien démontrée en toutes ſes parties, & très facile dans l'execution.

ELOGE

DE M. DELISLE.

GUILLAUME DELISLE nâquit à Paris le dernier Fevrier 1675, de Claude Deliſle, homme très celebre par ſa grande connoiſſance de l'Hiſtoire & de la Geographie, & qui les enſeignoit dans Paris avec beaucoup de ſuccès à tous ceux qui, faute de loiſir, ou pour s'épargner de la peine, ou pour aller plus vîte, avoient beſoin d'un Maître. Tous les jeunes Seigneurs de ſon tems, & heureuſement ſon tems a été très long, ont appris de lui; feu M. le Duc d'Orleans fut ſon diſciple, & comme il ſe connoiſſoit dès-lors en hommes, il conſerva toûjours pour lui une bienveillance particuliere. M. Deliſle n'étoit pas de ces Maîtres ordinaires, qui n'en ſavent qu'autant qu'il faut pour débiter à un Ecolier ce qu'il ne ſavoit pas; il poſſedoit à fond les Sciences dont il faiſoit profeſſion, & je l'ai aſſés connu pour aſſûrer que la candeur de ſon caractere étoit telle qu'il n'eût oſé enſeigner ce qu'il n'eût ſû que ſuperficiellement.

Le pere reconnut bientôt dans ſon fils toutes les diſpoſitions, qu'il pouvoit ſouhaiter, & il étoit impoſſible que l'éducation manquât à la nature. M. Deliſle preſque enfant, à l'âge de 8 ou 9 ans, avoit déja dreſſé, &

deſſiné lui-même, ſur l'Hiſtoire ancienne, des Cartes que M. Freret a vûes, car il eſt bon d'avoir pour cette eſpece de prodige un témoin illuſtre par une grande érudition. Ce fut vers la Géographie que M. Deliſle tourna toutes ſes études, déterminé de ce côté-là par ſon inclination, aidé de toutes les connoiſſances, & conduit avec toute l'affection d'un Pere.

Communément, on n'a guere d'idée de ce que c'eſt qu'une Carte Géographique, & de la maniere dont elle ſe fait. Pour peu qu'on liſe, on voit aſſés la différence d'une Hiſtoire à une autre du même ſujet, & on juge les Hiſtoriens; mais on ne regarde pas de ſi près à des Cartes de Géographie; on ne les compare point, on croit aſſés qu'elles ſont toutes à peu près la même choſe, que les modernes ne ſont qu'une repetition des anciennes; & ſi dans l'uſage on en prefere quelques-unes, c'eſt ſur la foi d'une reputation dont on n'a pas examiné les fondemens. Les beſoins ordinaires ne demandent pas dans les Cartes une grande exactitude. Il eſt vrai que pour celles qui appartiennent à la Navigation, il en faut une qui ne peut être trop parfaite; mais il n'y a que les Navigateurs qui ſentent cette neceſſité, il y va de leur vie.

Si lorſqu'un Géographe entreprend de faire une Carte de l'Europe, par exemple, il avoit devant lui un gros Recueil d'Obſervations Aſtronomiques bien exactes de la Longitude & de la Latitude de chaque Lieu, la Carte ſeroit bien-tôt faite, tout viendroit s'y placer de ſoi-même à l'interſection d'un Meridien

&

& d'un Parallele connus. Jamais cette Carte n'auroit beſoin de correction, à moins qu'il n'arrivât des changemens phyſiques, qu'elle ne garantiſſoit pas. Mais on a juſqu'ici très peu d'Obſervations des Longitudes des Lieux, on ne peut guere en avoir que depuis que feu M. Caſſini a calculé les mouvemens des Satellites de Jupiter, & que l'on obſerve à l'Académie les Eclipſes des Fixes par les Planetes; car avant cela on n'avoit pour les Longitudes que des Eclipſes de Lune, qui ſont rares, qui juſqu'à l'invention des Lunettes n'étoient pas aſſés bien obſervées, & qui même encore aujourd'hui ne donnent pas aiſément des déterminations aſſés préciſes. On a toûjours pu obſerver les Latitudes, & les Obſervations pourroient être en grande quantité; mais il faut des Obſervateurs, & il n'y en a que depuis environ 200 ans, & en très petit nombre, ſemés dans quelques Villes principales de l'Europe. On n'a donc pour la Carte qu'on en feroit, que quelques points déterminés ſûrement par obſervation aſtronomique; & où prendre tous les autres en nombre infini? On ne peut avoir recours qu'aux Meſures Itineraires, aux diſtances des Lieux, répandues en une infinité d'Hiſtoires, de Voyages, de Relations, d'Ecrits de toutes eſpeces, mais peu exactement, &, ce qui eſt encore pis, différemment preſque dans tous. Il faut peſer l'autorité de cette multitude de différens Titres, & on ne le peut qu'avec le ſecours de beaucoup d'autres connoiſſances ſubſidiaires; il faut accorder les contradictions qui ne ſont qu'apparentes, il faut faire

un choix bien raiſonné, quand elles ſont réelles. Enfin les Meſures, comme les Lieues qui varient tant, non ſeulement d'un Etat à un autre, mais d'un petit Païs du même Etat à un autre voiſin, doivent être ſi bien connues du Géographe, qu'il les puiſſe comparer toutes entre elles, & les rapporter à une Meſure commune, telle que la Lieue commune de France. Tout cela eſt d'un détail immenſe, & capable de laſſer la patience la plus opiniâtre. On ne plaindroit pas ceux qui employeroient autant de tems & de travail à quelque Théorie brillante, & peut-être inutile; ils ſeroient recompenſés & par le plaiſir de la production, & par un certain éclat qui frapperoit le Public.

Les parties des Cartes qui repreſentent les Mers, ou ſeulement les Côtes, ont encore leurs difficultés particulieres. On ne peut trop ramaſſer, trop comparer de Journaux de Pilotes, & de Routiers; les diſtances y ſont marquées ſelon des Rhumbs de Vent, auxquels on ne peut ſe fier s'ils ont été pris ſans la Bouſſole, & qu'il faut corriger ſi la variation de l'Aiguille n'a pas été alors connue, ou ne l'a pas été exactement. Quelle ennuyeuſe, & fatigante diſcuſſion! il faut être bien né Géographe pour s'y engager.

Auſſi n'avoit-on pas pris juſqu'à preſent toutes les peines neceſſaires, & peut-être ne ſavoit-on pas même aſſés bien toutes celles qu'il y avoit à prendre. Nicolas Sanſon a été dans le ſiecle paſſé le plus fameux de nos Géographes: cette ſcience lui doit beaucoup; cependant ſes Cartes étoient fort imparfaites, ſoit

ſoit par la faute de ſon ſiecle, ſoit par la ſienne. Il n'avoit pas encore aſſés d'obſervations, & il n'avoit pas aſſés approfondi, ni aſſés recherché. Lorſque le tems amena de nouvelles connoiſſances, il aima mieux les negliger, que de corriger ſes premiers ouvrages par les derniers, & de mettre entre eux une diſcordance qui le bleſſoit. La ſource de ſon Nil fut toûjours ſous le Tropique du Capricorne, à 35 degrés de diſtance de ſa veritable poſition, parce qu'il en avoit crû Ptolomée, qui en avoit jugé ainſi. Sa Chine, ſa Tartarie, ſa Terre d'Yeço s'obſtinoient à demeurer mal placées, & mal diſpoſées, contre le temoignage de Relations indubitables.

M. Deliſle vint dans le tems où tout ſembloit annoncer que la Géographie alloit changer de face. Le zèle de la Religion, & l'amour des Richeſſes, principes bien oppoſés, s'accordoient à augmenter tous les jours le nombre des découvertes dans les Climats lointains; & l'Aſtronomie, beaucoup plus parfaite que jamais, fourniſſoit de nouveau les Longitudes par les Satellites de Jupiter, d'autant plus ſûrement que les Lieux étoient plus éloignés. Pluſieurs points de la Terre prenoient enfin des places qu'ils ne pouvoient plus perdre, & auxquelles les autres devoient s'aſſujettir.

A la fin de 1699, M. Deliſle, âgé de 25 ans, donna ſes premiers Ouvrages, une Mappemonde, quatre Cartes des quatre parties de la Terre, & deux Globes, l'un Céleſte, l'autre Terreſtre, dédiés à S. A. R. feu M. le Duc d'Orleans. Le tout, & principale-

ment les Globes, avoient été faits ſous les yeux, & ſous la direction de feu M. Caſſini, ce qui ſeul auroit répondu de la bonté & de l'exactitude du travail.

L'ouverture du ſiecle preſent ſe fit donc à l'égard de la Géographie par une Terre preſque nouvelle, que M. Deliſle preſenta. La Mediterranée, cette Mer ſi connue de tout tems par les Nations les plus ſavantes, toûjours couverte de leurs Vaiſſeaux, traverſée de tous les ſens poſſibles par une infinité de Navigateurs, n'avoit que 860 Lieues d'Occident en Orient, au lieu de 1160 qu'on lui donnoit; erreur preſque incroyable: l'Aſie étoit pareillement raccourcie de 500 Lieues: la poſition de la Terre d'Yeço changée de 1700: une infinité d'autres corrections moins frappantes & moins ſenſibles ne ſurprenoient que les yeux ſavans; encore M. Deliſle avoit-il jugé à propos de reſpecter juſqu'à un certain point les préjugés établis, & de n'uſer pas à toute rigueur du droit que lui donnoient ſes découvertes: tant le faux s'attire d'égards par cette ancienne poſſeſſion où il ſe trouve toûjours.

Les Globes & les Cartes eurent une approbation generale, & un homme qui avoit le titre de Géographe du Roi, voulut en partager le fruit par une Mappemonde en 4 feuilles, qu'il publia auſſi-tôt après, fort ſemblable à ce qui venoit de paroître. M. Deliſle, muni d'un Privilege, ſe plaignit en Juſtice d'avoir été entierement copié, à l'exception des fautes qu'on avoit miſes dans la nouvelle Mappemonde, ou par ignorance,

ou

ou pour déguiſer le larcin. Le Conſeil d'Etat privé du Roi nomma deux Experts en cette matiere, où il y en a peu, feu M. Sauveur, & M. Chevallier, tous deux de cette Académie. Le détail de l'exactitude ſcrupuleuſe qu'ils apporterent à cette affaire eſt imprimé: ils ſe convainquirent parfaitement que l'Adverſaire de M. Deliſle étoit un Plagiaire. L'Arrêt du Conſeil fut conforme à leur avis, mais le procès dura ſix ans. M. Deliſle perdit à s'aſſûrer ce qui lui étoit dû, une grande partie de ces ſix années, qu'il eût employées entieres à s'enrichir utilement pour le Public. Il uſa genereuſement de ſa victoire: il avoit droit par l'Arrêt de faire caſſer les Planches du Géographe condamné; il lui en laiſſa tout ce qui n'appartenoit pas préciſément à la Géographie, des Ornemens aſſés agréables, des Cartouches recherchés, qui pouvoient faire ailleurs l'effet de prévenir & d'amuſer les yeux de la plûpart du monde.

La Mediterranée, plus courte de plus d'un quart qu'on ne l'avoit crû juſque-là, avoit fort étonné, & quelques-uns ne ſe rendoient pas encore aux Obſervations Aſtronomiques. M. Deliſle, pour ne laiſſer aucun doute, entreprit de meſurer toute cette Mer en détail, & par parties, ſans employer ces Obſervations, mais ſeulement les Portulans, & les Journaux de Pilotes, tant des routes faites de Cap en Cap en ſuivant les Terres, que de celles qui traverſeroient d'un bout à l'autre; & tout cela évalué avec toutes les précautions neceſſaires, réduit, & mis enſemble, s'accordoit à donner à la Mediterranée la même étendue,

que les Obſervations Aſtronomiques dont on vouloit ſe défier.

Il devoit publier une *Introduction à la Géographie*, dans laquelle il eût rendu compte de tous les changemens dont il étoit Auteur. Il ne l'a point publiée, occupé par d'autres travaux; & cependant on s'étoit accoûtumé peu à peu à prendre en lui une confiance, qui eût pu le diſpenſer de ce grand appareil de preuves. Il eſt vrai qu'en pluſieurs occaſions particulieres il en avoit donné qui marquoient tant de capacité, & d'exactitude, tout ce qui ſortoit de ſes mains étoit ſi bien d'accord avec ce qui en étoit déja ſorti, que cette confiance du Public ne pouvoit paſſer pour une grace.

Peut-être penſeroit-on que l'extrême difficulté des diſcuſſions Géographiques, & le peu d'apparence que des Critiques s'y embarquent, donnent à un Géographe une liberté aſſés ample de regler bien des choſes à ſon gré. Mais ſur les matieres les moins maniées par le gros des Savans, il y a toujours, du moins ſi on prend toute l'Europe, un petit nombre de gens à craindre, & qui n'attendent qu'un ſujet de cenſure, même leger. D'ailleurs un veritable Savant prend un amour pour l'objet perpetuel de ſes recherches, & ſe fait à cet égard une conſcience, qui ne lui permettent pas d'impoſer. On pouvoit compter que M. Deliſle étoit ſingulierement dans cette diſpoſition, il avoit la candeur de ſon Pere.

Des Mappemondes, des Cartes generales de l'Europe, de l'Aſie, de l'Afrique, de l'Amerique, ne ſont que des ébauches de la repreſentation de la Terre. Les Cartes particulieres de-

demandent une nouvelle étude, & une étude d'autant plus pénible qu'elles ſont plus particulieres. L'objet croît à toujours meſure qu'il eſt regardé de plus près, & il y faut voir ce que l'on n'y conſidéroit pas auparavant. Le nombre des materiaux neceſſaires devient toujours plus accablant pour le Géographe, & s'il ſe pique de préciſion, tous ceux qu'il peut recouvrer lui ſont neceſſaires.

Encore une difficulté qui n'appartient guere qu'à la Géographie, c'eſt d'être fort changeante. Je ne parle pas des changemens phyſiques, ils ſont peu conſidérables. Que les Mers s'éloignent de leurs rivages, ou gagnent ſur les terres, que de grandes Rivieres ſe faſſent d'autres embouchures, qu'il naiſſe de nouvelles Iſles, un mediocre ſavoir embraſſe ſans peine ce petit nombre d'évenemens rares; mais les limites civiles des Royaumes, des Provinces, des Gouvernemens, des Dioceſes, ſont ſujettes à de grandes variations dans certains intervalles de tems; & de plus la langue de la Géographie change preſque abſolument, tout prend de nouveaux noms, & c'eſt malheureuſement dans les ſiecles les plus ténébreux, les plus dépourvus de bons Auteurs. Il n'y a perſonne qui n'en ſache un petit nombre d'exemples: mais qu'eſt-ce que ce petit nombre, en comparaiſon de ce qu'un Géographe en doit ſavoir? Les conquêtes des Barbares du Nord dans l'Europe, celles des Arabes & des Tartares dans l'Aſie, défigurerent les anciens noms, ou les effacerent, & leur en ſubſtituerent d'autres, & Ptolomée ne reconnoîtroit qu'à peine aujourd'hui ſur

nos

nos Cartes l'Empire Romain.

M. Deliſle a embraſſé la Géographie dans toute ſon étendue, il l'a ſuivie dans toutes ſes branches, & l'a prouvé au Public par des Cartes de toutes les eſpeces, qui ſont au nombre de 90. Nous en indiquerons ſeulement quelques-unes de chaque ſorte, qui ſerviront d'exemples.

Une Carte intitulée, *le Monde connu aux Anciens*, & celles de l'Italie, & de la Grece, &c. Nous avons rapporté en 1714 * qu'il avoit fait voir combien les Meſures Itineraires des Romaines étoient juſtes, & conformes aux Obſervations Aſtronomiques qu'on a eûes depuis, & combien l'Italie & la Grece étoient différentes de ce qu'elles paroiſſoient ſur toutes les autres Cartes. Par-là ſe juſtifioient certaines choſes que les Anciens avoient avancées, & que les Modernes rendoient par leur faute trop abſurdes & trop incroyables.

Une Carte des Evêchés d'Afrique, qui a paru au-devant d'une nouvelle Edition d'Optat de Mileve. Elle avoit toutes les difficultés de la Géographie ancienne, & de la Géographie la plus particuliere, car il y avoit en Afrique plus de 600 Evêchés, dont une partie n'étoient que de gros Bourgs, & même des Châteaux, & il n'y a pas juſqu'à leurs noms qu'il ne ſoit ſouvent très mal-aiſé de déterminer ſûrement.

Une Carte de l'Empire Grec du moyen Age, tirée de la Deſcription qu'en fit l'Empereur Conſtantin Porphyrogenete dans le 10eme ſiecle. C'eſt-là plus que par-tout ailleurs, qu'on trouve une Langue toute nouvel-

* p. 103. & ſuiv.

velle. L'Empire eſt diviſé en *Themes*, expreſſion inouïe juſque-là, & tout eſt une eſpece d'Enigme, qui ſemble faite pour le ſupplice des Géographes. Après cela il ne faut preſque pas compter d'autres Cartes du moyen Age, comme celle du Diocéſe de Toul, nommé alors *Civitas Leucorum*.

Une Carte de la Perſe, abſolument nouvelle, & très-détaillée. On y retrouvoit enfin ce grand Pays, qui juſque-là n'avoit reſſemblé ni aux Hiſtoires des Anciens, ni aux Relations des Modernes. On n'avoit point encore la veritable étendue ou figure de la Mer Caſpienne, que l'on doit aux conquêtes & aux découvertes du feu Czar *; mais M. Deliſle en avoit approché autant qu'il étoit poſſible par ſes ſeules conjectures, & par ſon art ſingulier de mettre en œuvre & de combiner tous ſes différens matériaux.

Une Carte d'Artois pour mettre au-devant des Commentaires de M. Maillart ſur la Coutume de cette Province. Qui croiroit que dans les Cartes d'un petit Païs, ſi proche de nous, & ſi connu, il y avoit des Rivieres omiſes, & en recompenſe d'autres ſuppoſées, 40 Villages créés, ou du moins transportés de ſi loin, & avec des noms tellement défigurés, qu'ils ne pouvoient être reconnus par ceux qui demeuroient ſur les lieux?

M. Deliſle entra dans l'Académie en 1702, Eleve en Aſtronomie du grand M. Caſſini, quoi-qu'il ne fût, ni ne voulût être Obſervateur; mais on compta que l'uſage qu'il ſavoit faire des Obſervations lui devoit tenir lieu

* V. l'Hiſt. de 1725. p. 163.

lieu de celles qu'il ne faiſoit pas ; & quoi-que dans le plan de l'Académie il n'y eût point de place de Géographe, on lui en laiſſa occuper une, qui ſelon les apparences devoit redevenir après lui place d'Aſtronome, faute d'un Géographe tel que lui. Il paſſa enſuite au grade d'Aſſocié. Mais le plus glorieux évenement de ſa vie a été d'être appellé pour montrer la Géographie au Roi. Alors il commença à faire des Cartes uniquement par rapport à l'étude que ce jeune Prince feroit de l'Hiſtoire. Il en dreſſa une generale du Monde en 1720, où les Cartes generales par où il avoit débuté en 1700 étoient déja rectifiées, tant parce qu'il avoit acquis de nouvelles lumieres, que parce qu'il avoit acquis auſſi plus de hardieſſe à ne point menager les préjugés ordinaires, & en même tems plus d'autorité. Les Auteurs, ainſi que ceux qui gouvernent, doivent un peu ſe regler ſur l'opinion qu'ils ſentent que l'on a d'eux. La Carte de la fameuſe Retraite des Dix-Mille, neceſſaire pour entendre l'Hiſtoire que Xenophon en a écrite, parut en 1721. Elle lui produiſoit une difficulté très conſidérable, qu'il ne pouvoit lever que par une ſuppoſition hardie, que nous avons déja expoſée au Public *. Quelquefois les Savans ne ſont pas fâchés de ſe trouver dans ces ſortes de Détroits, d'où ils ne peuvent ſortir qu'à force de ſavoir.

Dès l'an 1718 il fut honoré par Brevet du titre de premier Géographe du Roi, que perſonne n'avoit encore porté, ni ne porte encore après lui. S. M. y joignit une Penſion.

Il

* V. l'Hiſt. de 1721, p. 99 & ſuiv.

Il avoit entrepris pluſieurs Ouvrages pour le Roi; une Carte de l'Empire d'Alexandre, dont il rendoit l'étendue beaucoup moindre, & par conſéquent plus vrai-ſemblable par ce même principe paradoxe, dont il ſe ſervoit pour la Retraite des Dix-Mille; l'Empire des Perſes ſous Darius; l'Empire Romain dans ſa plus grande étendue; la France ſelon toutes les différentes diviſions, tant ſous les Romains que ſous les trois Races de ſes Rois. Toutes ces Cartes particulierement deſtinées à l'Hiſtoire & aux Hiſtoires les plus intereſſantes, étoient des ſecours & des avantages, qui de l'éducation du Roi devoient paſſer à celle des Particuliers : mais ces travaux, quoi-qu'apparemment fort avancés, ne ſont pas finis.

On croit auſſi qu'il a fort avancé une Carte de la Terre Sainte, Theatre des plus grands évenemens qui ayent jamais été, & qui puiſſent jamais être. Il y travailloit depuis longtems avec un ſoin ſi ſcrupuleux, & ſi difficile à contenter, qu'il ſemble que la Religion y eût part. Il joignoit à la Terre Sainte l'Egypte, Pays très fameux, & très peu connu.

Il ne paroiſſoit preſque plus d'Hiſtoire ou de Voyage, que l'on ne voulût orner d'une Carte de M. Deliſle. Ces ſortes de modes prouvent du moins les grandes reputations. Il avoit promis une Carte à M. l'Abbé de Vertot pour ſon Hiſtoire de Malte qui va paroître, il la finit le 25 Janvier 1726 au matin, & étant ſorti l'après-dinée, il fut frappé dans la rue d'une Apoplexie, dont il mourut

rut le même jour, ſans avoir repris connoiſſance.

Quoi que le nom d'un Savant ait bien du chemin à faire pour aller juſqu'aux oreilles des Têtes couronnées, & même ſeulement juſqu'à celles de ſon Maître, le nom de M. Deliſle avoit frappé les Puiſſances étrangeres. Le Roi de Sardaigne, alors Roi de Sicile, fit examiner par d'habiles gens la Carte de la Sicile publiée par cet Auteur, & elle fut trouvée ſi exacte & ſi correcte, que S. M. l'honora d'une Lettre accompagnée d'un preſent, que la Lettre rendoit preſque inutile. L'Ambaſſadeur qui lui remit l'un & l'autre avoit ordre en même tems de faire tous ſes efforts pour l'engager à paſſer dans les Etats de ce Prince, où il auroit tous les avantages & tous les agrémens qu'il demanderoit: mais l'amour de la Patrie le retint, & peut-être auſſi l'eſperance qu'elle n'auroit pas l'ingratitude aſſés ordinaire à toute Patrie. D'autres Puiſſances lui ont fait les mêmes ſollicitations. Le Czar alloit le voir familierement pour lui donner quelques remarques ſur la Moſcovie, & plus encore, pour connoître chés lui, mieux que par-tout ailleurs, ſon propre Empire.

Deux de ſes freres, tous deux de cette Académie & Aſtronomes, ont été appellés à Petersbourg. Un autre avoit pris l'Hiſtoire pour ſon partage. Il eſt rare qu'un Pere ſavant ait quatre fils qui le ſoient auſſi, & avec ſuccès. Cette inclination n'a pas coûtume de ſe communiquer tant, & encore moins le génie.

ME-

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXVI.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES
de l'année 1725.

Par M. MARALDI. *

LA Lumiere boreale, qui depuis 1715 a paru tant de fois tous les ans, n'a été visible que deux fois en 1725. Cela est arrivé le 9 Janvier & le 6 Octobre à 8 heures du soir. Elle occupoit environ 60 degrés de l'horison, & s'éle-

* 9 Janvier 1726.

s'élevoit au-dessus trois ou quatre degrés, faisant une apparence semblable au crepuscule du matin, un quart d'heure après qu'il a commencé.

Observations de la quantité de Pluye.

	lignes
En Janvier.	13 1/2
Fevrier.	0
Mars.	6 5/6
Avril.	8 1/2
Mai.	34 1/2
Juin	45 2/3
Juillet	15
Août.	31
Septembre.	11 1/6
Octobre.	13
Novembre	3 1/6
Decembre.	28

Somme totale de la quantité de Pluye pendant toute l'année, 210 lignes, qui font 17 pouces 6 1/3 lignes; ce qui est un pouce & demi moins que la quantité moyenne établie par les Observations de la plus grande & de la plus petite, observée dans l'espace de trente ans, compris entre 1689 & 1718; car la plus grande ayant été en 1711 de 25 pouces 2 lignes, & en 1718 la plus petite de 13 pouces une ligne, on a la moyenne entre deux de 19 pouces. Mais en 1723 la quantité de Pluye n'a été que de 7 pouces 8 lignes, ce qui

qui a été la moindre obſervée depuis 37 ans qu'on fait ces Obſervations. Si l'on compare cette quantité avec la plus grande de 25 pouces 2 lignes, il en réſultera une autre quantité moyenne de 16 pouces 5 lignes, moindre de 2 $\frac{1}{2}$ pouces que la précédente. On pourroit établir une autre quantité moyenne de la maniere ſuivante.

J'ai conſideré que parmi les Obſervations faites depuis 37 ans, il y en a 18 qui donnent une quantité de Pluye moindre de 17 pouces 6 lignes, & autant qui en donnent une plus grande; on pourroit donc prendre 17 pouces 6 lignes pour quantité moyenne. Suivant cette détermination, la Pluye tombée en 1725 ſera comme une année moyenne.

Sans ces Obſervations, on auroit crû que cette année auroit été des plus abondantes en pluye, car depuis le commencement de Mai juſqu'à la fin de l'année les Pluyes ont été très frequentes, & il s'eſt paſſé peu de jours de ſuite ſans qu'il en ſoit tombé, mais les gouttes en étoient le plus ſouvent très fines, & n'ont pas produit beaucoup de pluye, auſſi la Riviere de Seine n'a-t-elle pas été groſſe que ſur la fin du mois de Decembre, durant lequel il en eſt tombé 28 lignes. Il eſt vrai que dans les mois de Mai, Juin & Août il en eſt tombé plus qu'en Decembre, mais ces pluyes d'Eté ne ſont pas pour l'ordinaire ſi univerſelles que celles d'Hiver, & par conſéquent ne font pas groſſir les Rivieres.

Sur la fin de Fevrier 1711 il y eut un débordement de la Seine, & c'eſt le dernier que nous ayons eu. Il arriva après une fonte de

Neiges, & des Pluyes ſi abondantes, que durant le même mois il en tomba 51 lignes, au lieu que dans le mois de Decembre de 1725 il n'en eſt tombé que 28 lignes, auſſi la Seine n'a-t-elle pas débordé comme elle avoit fait en 1711.

Le Ciel preſque toûjours couvert & les pluyes frequentes de 1725 ont été cauſe que l'année a été tardive, & que dans les parties ſeptentrionales du Royaume, où la recolte des Grains ſe fait ordinairement au mois d'Août, elle n'a pû être faite qu'au mois de Septembre & d'Octobre; les Pluyes ont été cauſe qu'on n'a pas pû ſerrer tous les Grains ſecs, ce qui en a fait germer une partie dans les Campagnes & dans les Granges. Les Pluyes abondantes de Mai & de Juin ont fait couler les Raiſins, & celles qui ont continué en Août, Septembre & Octobre ont empêché la parfaite maturité de ceux qui reſtoient.

Obſervations ſur le Thermometre.

Le Thermometre qui eſt toûjours placé dans le même endroit que les années précédentes, n'eſt deſcendu qu'à 26 parties le 23 & le 26 de Fevrier, ce qui marque un degré de froid moderé; il faiſoit pour-lors un grand brouillard, & l'air étoit tranquille. Ces Obſervations ont été faites un peu avant le lever du Soleil, qui eſt l'heure du jour où il fait le plus grand froid. Pendant l'Eté le plus haut degré où il ſoit monté le matin, a été à 60 parties, ce qui arriva le 5 Juillet, le 10, le 11, le 12, le 13 & le 14; les mêmes jours

jours à 3 heures après midi, qui eſt celle de la plus grande chaleur, il eſt monté à 70 parties, & le 13 à la même heure il s'éleva à 76. Les autres jours de Juillet & d'Août le Thermometre a été plus bas, ce qui marque une chaleur moderée & de peu de durée.

Obſervations ſur le Barometre.

Le Barometre ſimple a été fort élevé depuis la fin de Janvier juſqu'au commencement de Mars, durant lequel tems le Ciel a été le plus ſouvent couvert avec beaucoup de brouillard, ſans avoir plu durant ce tems-là: il deſcendit de 2 lignes le premier & le 2 Mars par un tems de pluye, il s'éleva enſuite le 3 & le 4 du même mois à la hauteur de 28 pouces 4 lignes par un tems ſerein & tranquille, c'eſt la plus grande élevation qu'il ait eu cette année.

Le 18 Decembre au matin il fit un oragan mêlé de pluye & de tonnerre, alors le Barometre deſcendit à 27 pouces; le jour ſuivant 19 il deſcendit encore deux lignes, s'étant trouvé à 26 pouces 10 lignes, qui eſt le plus bas où il eſt deſcendu cette année, ainſi la variation entre la plus grande & la plus petite hauteur a été un pouce & 6 lignes.

Les vents d'Oueſt & de Sud-oueſt ont regné les plus ſouvent, & nous ont amené les pluyes & les nuages, dont le Ciel a été couvert une grande partie de l'année. Le 9 & le 10 Octobre il y eut un vent de Sud-ſud-oueſt violent, & le 18 Decembre un oragan qui a cauſé beaucoup de dommage aux Maiſons

ſons de Paris ; & nous avons appris par des Lettres particulieres de Dijon qu'il s'y étoit fait ſentir auſſi, & y avoit déſolé beaucoup de Châteaux, & des campagnes.

Déclinaiſon de l'Aimant.

Le 6 Novembre & le 30 Decembre 1725, la déclinaiſon de l'Aimant obſervée avec une Aiguille de 4 pouces, comme les années précédentes, a été de 13 degrés 15 minutes Nord-oueſt. Dans l'eſpace de cinq ans, compris depuis 1720 juſqu'en 1724, incluſivement, nous l'avons obſervée toûjours de 13 degrés ; donc l'année précédente l'Aiguille a recommencé de s'avancer vers le Nord-oueſt comme elle faiſoit auparavant, après avoir été ſtationaire pendant cinq ans.

Obſervations de la quantité de Pluye, faites à Bergues proche de Dunquerque.

M. Guillin, Ingenieur en chef de Bergues St. Vinoch, a envoyé à M. Caſſini les Obſervations de la quantité de Pluye, qu'il a faites dans la même Ville en 1722, 1723, 1724 & 1725, ſur le modele de celles qui ſe font à l'Obſervatoire, Voici ces Obſervations.

	1722.			1723.			1724.			1725.		
	p.	l.	36e	p.	l.	36e	p.	l.	36e	p.	l.	36e
Janvier...	0	3	32	1	10	5	3	0	36	1	11	32
Fevrier...	1	3	28	1	9	18	2	3	6	0	0	0
Mars	1	10	18	1	4	35	3	5	12	0	8	33
Avril	1	7	25	0	2	20	0	9	30	1	5	19
Mai.....	1	8	28	0	9	6	0	11	27	2	5	26
Juin.....	2	3	26	1	3	12	1	1	23	3	3	0
Juillet ...	3	1	12	2	4	31	2	2	25	1	11	17
Août	2	7	11	3	8	15	1	2	9	1	10	15
Septembre	3	1	28	1	9	31	2	0	0	1	4	18
Octobre..	0	8	30	1	4	20	3	0	24	3	8	24
Novembre	1	3	0	3	1	27	2	6	6	1	1	31
Decembre	4	10	27	3	3	28	2	10	24	2	1	32
Somme	24	11	11/12	23	0	8/9	25	7	0	22	2	

Par la comparaiſon de ces Obſervations avec les nôtres il paroît qu'à Bergues il eſt tombé une quantité de Pluye beaucoup plus grande qu'à Paris, car en 1722 à Paris elle a été de 14 pouces 6 lignes, à Bergues elle a été de près

de 25 pouces, ce qui eſt 10 pouces & demi plus qu'à Paris. En 1723 à Bergues il a plu 23 pouces, à Paris 7 pouces 8 lignes, c'eſt 15 pouces 4 lignes moins qu'à Bergues. En 1724 à Bergues, la Pluye a été de 25 pouces 7 lignes, à Paris 12 pouces 4 lignes, ce qui eſt 13 pouces 3 lignes moins qu'à Bergues. En 1725 il a plu à Bergues 22 pouces 2 lignes, à Paris 17 pouces 6 lignes, ce qui eſt 4 pouces 8 lignes moins qu'à Bergues. Pendant tout le mois de Fevrier 1725 il n'a point plu à Bergues, non plus qu'à Paris.

Quoi-qu'il ait plu ſouvent à Bergues en 1725, il paroît cependant que la quantité de Pluye y a été moindre que les trois années précédentes, ce qui vient de ce que la Pluye étoit fine.

Il n'eſt pas ſurprenant que Bergues, & les Pays qui ſont proches de la Mer, ayent une plus grande quantité de Pluye que ceux qui en ſont éloignés dans les terres, comme Paris; car comme les nuages qui cauſent les Pluyes, ſont chaſſés par les vents qui nous viennent de la Mer, ces nuages étant plus chargés proche de la Mer, y doivent laiſſer une plus grande abondance d'eau que celle qu'ils portent plus avant dans les terres. Il en faut reſerver les Pays proches des Montagnes, car dans ce cas les nuages y étant arrêtés, & ſe fondant en pluye, y en doivent donner une plus grande quantité que dans les plaines, où les nuages ne ſe déchargent qu'en paſſant.

M. Guillin remarque que le plus grand froid de 1723 a été le 10 Fevrier; celui qui

a été marqué par notre Thermometre eſt auſſi arrivé ce jour-là, car il deſcendit à 17 parties. La plus grande chaleur de l'Eté eſt arrivée à Bergues le 27 Août, à Paris elle arriva le 20 du même mois.

Le plus grand froid de l'année 1724 eſt arrivé à Bergues le 27 Fevrier, nous l'avons trouvé par notre Thermometre à peu-près les mêmes jours, car il ſe trouva au degré plus bas où il ſoit deſcendu depuis le 25 juſqu'au 27 du même mois. Il ſe trouva encore au même état depuis le 11 Mars juſqu'au 15. La plus grande chaleur de 1724 à Bergues a été le 23 Août: ce jour-là à Paris le Thermometre monta à 80 parties & demie, qui eſt la plus grande où il ſoit arrivé dans les mois de Juillet & d'Août, mais le premier de Septembre il monta à 82 parties. Par cette comparaiſon on voit que les chaleurs de l'Eté & le froid de l'Hiver arrivent dans ces deux Villes à peu-près les mêmes jours.

Outre ces Obſervations, M. Guillin en a envoyé quelques-unes ſur le Barometre & ſur les Vents, qu'il a faites depuis le mois de Septembre 1724 juſqu'à la fin de Mars 1725. Ces Obſervations, comparées avec les nôtres, font voir que le Barometre s'eſt trouvé dans ces deux Villes à la plus grande hauteur le 10 Decembre, & que le 19 Decembre il s'eſt trouvé à Bergues à 26 pouces 4 lignes, ayant deſcendu depuis le 10 juſqu'au 19 de 2 pouces moins une ligne à Bergues comme à Paris. Le 18 Decembre il regna de part & d'autre un vent furieux,

qui étoit tantôt Sud-oueſt, tantôt Oueſt-ſud-oueſt.

EXPLICATION PHYSIQUE ET MECANIQUE DU CHOC DES CORPS A RESSORT.

Par M. l'Abbé DE MOLIERES.

PREMIERE PARTIE,

Où l'on établit l'état de la queſtion, & où l'on détermine le point précis de la difficulté.

DEMANDES. *

I. IL n'y a point d'effet ſans cauſe, & l'effet eſt égal à la cauſe qui le produit.

II. Un corps en repos continue de lui-même de demeurer en repos, & n'apporte aucune reſiſtance poſitive au mouvement.

III. Un corps en mouvement continue de lui-même à ſe mouvoir uniformement en ligne droite, ou à parcourir en tems égaux des eſpaces égaux & droits.

IV. D'où

* 17 Fevrier 1723.

IV. D'où il ſuit que le tranſport d'un corps ou de ſes parties n'uſe ou ne diminue point la force qui le tranſporte.

V. La force d'un corps eſt le produit de ſa maſſe par ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire, qu'un corps a d'autant plus de force, le reſte étant égal, qu'il eſt plus grand & qu'il a plus de vîteſſe, ou qu'il parcourt plus d'eſpace en moins de tems.

VI. Lorſque deux corps ſpheriques parfaitement durs, & qui ſe meuvent dans la ligne de direction qui paſſe par leurs centres, ſe choquent, ces corps vont de compagnie après le choc:

Ou avec la *ſeule* force du choquant, ſi le choqué eſt en repos:

Ou avec la *ſomme* de leurs forces, s'ils vont de même ſens avant le choc:

Ou avec la *difference* de leurs forces, s'ils vont en ſens contraires avant le choc.

VII. D'où il ſuit que les forces contraires des mobiles ſe détruiſent mutuellement par le choc, & que leur *vîteſſe commune* après le choc eſt égale:

Ou à la *ſeule* force du choquant, ſi le choqué eſt en repos:

Ou à la *ſomme* de leurs forces, s'ils vont de même ſens avant le choc:

Ou à la *difference* des forces (s'ils vont en ſens contraires avant le choc) *diviſée* par la ſomme des maſſes.

VIII. D'où il ſuit que dans tous les cas du choc de deux mêmes corps, ou la *vîteſſe reſpective* (c'eſt-à-dire, la *ſeule* vîteſſe abſolue du choquant, ſi le choqué eſt en repos, la

difference des vîteſſes, lorſque les mobiles ſe meuvent de même ſens, la *ſomme* des vîteſſes, lorſqu'ils ſe meuvent en ſens contraires avant le choc) eſt toûjours la *même* vîteſſe; (c'eſt-à-dire, ſi l'eſpace que le corps choquant a à parcourir en même tems avant le choc, eſt d'autant plus grand ou moindre, qu'il a plus ou moins de vîteſſe abſolue) la force du choc ſera toûjours la même.

Ainſi ſi un corps A, avec un certain nombre x de degrés de vîteſſe, choque B en repos, & que ſelon la loi generale du choc (*art.* 6 & 7) A doive perdre ou communiquer à B la vîteſſe u; la même choſe arrivera, ſi A avec la vîteſſe $x+1$ choque B, qui ait la vîteſſe 1 de même ſens: ou ſi A, avec la vîteſſe $x+2$, choque B qui ait la vîteſſe 2 de même ſens, & ainſi de ſuite.

Ou encore ſi A, avec la vîteſſe $x-1$, choque B qui ait la vîteſſe 1 en ſens contraire: ou ſi A, avec la vîteſſe $x-2$, choque B qui ait la vîteſſe 2 en ſens contraire. Et ainſi de ſuite.

Ou enfin ſi A, avec la vîteſſe x, choquant B qui ait la vîteſſe y de même ſens, doit perdre la même vîteſſe u, il la perdra également ſi A, avec la vîteſſe $x-1$, choque B qui ait la vîteſſe $y-1$: ou ſi A, avec la vîteſſe $x-2$, choque B qui ait la vîteſſe $y-2$, & ainſi de ſuite.

Ou, ce qui revient au même, ſi A manquant de parcourir une partie p de l'eſpace qu'il auroit parcouru dans la premiere ſuppoſition, B manque en même tems de parcourir le même eſpace p. Ce qu'il faut bien remarquer.

IX. D'où

IX. D'où il ſuit qu'aucun mouvement *commun* réel ou imaginé qu'on puiſſe attribuer aux deux mobiles avant le choc (tel qu'eſt celui de la Terre vers l'Orient, ou d'un Bateau ſur une Riviere) ne peut produire aucun effet *phyſique* & réel dans le réſultat du choc des corps, & ne doit par conſéquent jamais être conſideré comme cauſe efficiente d'aucun effet qui appartienne à ce choc, puiſque ce mouvement ne peut qu'ajoûter ou retrancher aux vîteſſes de chacun de ces corps avant le choc qu'un même nombre de degrés de vîteſſe, ce qui, par l'article précédent, n'augmente ou ne diminue rien du mouvement qu'un des mobiles doit perdre ou communiquer à l'autre. Ainſi je ne ferai dans la ſuite aucun uſage de ce mouvement *relatif* ou arbitrairement relatif, & je conſidererai un mobile qui ne changera point de ſituation par rapport au vaiſſeau qui le contient, comme s'il étoit abſolument en repos & ſans force par rapport au mobile qui vient le choquer, auquel je n'attribuerai auſſi que la force & la vîteſſe qu'il a par rapport au premier; par la raiſon encore une fois que le mouvement *commun* qu'on pourroit leur attribuer, quel qu'il puiſſe être, ne peut, ſelon la loi generale du choc, rien changer dans l'effet du choc de ces corps, ce qui eſt confirmé par l'experience. Car quoique l'on ſuppoſe que la Terre ou le Bateau ſe meuve vers l'Orient, le réſultat du choc de deux mobiles, fait dans les mêmes circonſtances, eſt toûjours le même, ſoit que la direction de leurs mouvemens regarde l'Orient, ou

cident, ou le Septentrion, ou le Midi, ou quelqu'autre point que ce ſoit de l'horiſon.

X. L'experience apprend que lorſqu'on laiſſe tomber une Boule d'yvoire ſur une Enclume dont on a terni la ſuperficie avec un peu de ſuif, ce corps s'applatit d'abord par le choc, ce que l'on reconnoît par un petit cercle que l'on voit empreint ſur l'enclume, & qui eſt d'autant plus grand que le corps tombe de plus haut; qu'enſuite ce corps reprend auſſi-tôt ſa premiere figure, ce qui le fait remonter preſque juſqu'au point d'où il eſt tombé.

On a donné le nom de *reſſort* à cet effet, & on a dit qu'un corps étoit à reſſort *parfait*, lorſque par le rétabliſſement de ſa figure il remontoit juſqu'au point d'où il étoit deſcendu. Qu'il étoit à reſſort *imparfait*, lorſqu'il ne remontoit pas juſqu'à ce point. Et qu'il étoit *mou*, lorſqu'il demeuroit ſur le point de la ſuperficie de l'Enclume ſur lequel il étoit tombé.

Je n'entreprendrai pas ici de déterminer préciſément quelle eſt la cauſe du rétabliſſement de la figure des corps à reſſort, ce qui m'éloigneroit trop de mon ſujet. Mais je ſuppoſerai, ſi l'on veut, avec M. Deſcartes, que ce rétabliſſement eſt produit par la matiere ſubtile qui rentre dans les pores du corps, dont elle a été chaſſée durant ſon applatiſſement avec la même impetuoſité qu'elle en eſt ſortie, ou que cet effet arrive par quelqu'autre cauſe que ce puiſſe être, que je nommerai la *cauſe generale du reſſort*, & que je regarderai ici comme donnée. Ainſi je ſuppoſerai,

1o. Que

1o. Que le débandement du reſſort, étant une ſuite de ſon bandement, le reſſort ne peut ſe débander avec une force plus grande que celle qu'il a acquiſe durant ſa compreſſion.

2o. Qu'un corps à reſſort parfait tend ſans ceſſe à ſe débander avec une force égale à celle qui a été employée à le bander, & qu'il doit produire, en ſe bandant & en ſe débandant, autant d'effet dans l'un que dans l'autre corps qui ſe choquent.

XI. Maintenant pour déterminer l'effet précis que j'entreprends d'expliquer dans ce Memoire, je me ſervirai d'un exemple.

A, *B*, (*Fig.* 1.) ſont deux corps ſpheriques, dont l'un *B* eſt en repos & décuple de l'autre *A* ou *a*. *A* ſe meut vers *B* dans la ligne de direction *c d*, qui paſſe par les centres *C D* de ces corps avec une vîteſſe quelconque *x*.

Selon la loi generale du choc (*art.* 6 & 7.) on voit que ſi ces corps étoient parfaitement durs, la vîteſſe du corps choquant *A* étant diſtribuée par la penſée en 11 parties égales ou degrés, le corps *A*, qui n'a qu'un de maſſe & 11 de vîteſſe, & par conſéquent 11 degrés de force, perdroit dès l'inſtant du choc 10 degrés de ſa force & de ſa vîteſſe, & en conſerveroit *un*; & que le corps choqué *B* recevroit en même tems 10 degrés de force & *un* degré de vîteſſe; c'eſt à dire, que dès l'inſtant du choc toute la force & la vîteſſe du corps *A* ſe diſtribueroient également dans la maſſe commune de ces corps, & qu'ils

qu'ils iroient enſemble chacun avec la vîteſſe d'*nn* degré.

Mais l'experience apprend que lorſque les corps ſont d'yvoire, de verre, de jaſpe, &c. en un mot à reſſort parfait, le corps choqué *B* prend après le choc une vîteſſe double de la précédente; c'eſt à-dire, qu'au lieu d'un degré de vîteſſe qu'il auroit pris, il en prendra deux, & par conſéquent ce corps *B* aura 20 degrés de force en avant, en même tems que le corps choquant *A*, qui auroit conſervé *un* degré de force & de vîteſſe en avant, le perdra, & reculera en arriere avec 9 degrés de force & de vîteſſe.

De ſorte qu'au lieu que ces mobiles n'avoient avant le choc que 11 degrés de force, ils en ont 29 après le choc, ce qui eſt preſque le triple de ce qu'ils avoient avant le choc. Et c'eſt de cette augmentation ſurprenante de force qui ſurvient après le choc des corps à reſſort parfait, dont j'entreprends de déterminer la cauſe phyſique & mécanique, ſans y employer d'autres principes que ceux que j'ai d'abord ſuppoſés, & qui ſont reçûs generalement de tout le monde.

XII. Le corps choqué *B* recevant 20 degrés de force durant le bandement & le débandement du reſſort, & le débandement du reſſort étant l'effet de ſon bandement, il eſt viſible qu'il ne peut recevoir plus de force durant le débandement qu'il en a reçû durant le bandement. D'où il ſuit que le corps choqué *B* ne peut recevoir plus de 10 degrés de force durant le débandement du reſſort,

ſort, qui eſt la moitié des 20 degrés qu'il reçoit en tout.

D'ailleurs le reſſort parfait, en ſe débandant, devant donner autant de force à l'un qu'à l'autre des corps qui ſe choquent, & donnant 10 degrés de force en arriere au corps choquant, il eſt viſible qu'il n'en a pas moins donné au corps choqué.

D'où il ſuit qu'on ne peut s'empêcher de conclurre,

1o. Que durant le bandement du reſſort, le corps choqué *B* a reçû tous les mêmes 10 degrés de force & le même degré de viteſſe qu'il auroit reçû, ſi les mobiles avoient été durs, & qu'il n'y eût point eu de reſſort à bander.

2o. Que neanmoins durant le même tems, le reſſort s'eſt au moins bandé avec 10 degrés de force, & qu'à la fin du bandement du reſſort, le corps choquant *A* a dû conſerver un degré de ſa vîteſſe, & de ſa force par conſéquent, puiſqu'il n'a pû agir ſur le corps *B* que durant tout le tems qu'il a eu plus de vîteſſe que *B*, & qu'il n'a pû ceſſer de pouſſer le corps *B* qu'au moment que ces mobiles ont eu une égale vîteſſe. D'où il ſuit clairement que les 10 degrés de force & de vîteſſe que le corps choquant *A* a perdu durant le bandement du reſſort, ont produit deux effets égaux en force aux 10 degrés de force qu'il a perdu.

3o. Que le reſſort bandé avec 10 degrés de force, a produit, en ſe débandant, encore 10 degrés de force & un degré de vîteſſe en avant dans le corps *B*.

4o. Et

4°. Et qu'en même tems il a encore produit 10 degrés de force & de vîteſſe en arriere dans le corps *A*, dont un de ces degrés a été employé à détruire le degré de force & de vîteſſe qui lui reſtoit en avant à la fin du bandement du reſſort.

Il s'agit donc de concevoir comment le corps choquant *A*, qui avant le choc n'avoit que 11 degrés de force, & qui n'en a pû perdre que 10 durant le bandement du reſſort, a pû d'abord produire deux effets égaux chacun à la force de 10 degrés; l'un de procurer au corps *B*, décuple de *A*, la vîteſſe d'un degré qui exige tous les 10 degrés de force que le corps *A* a perdu, & l'autre de bander le reſſort avec 10 degrés de force, tout comme s'il n'en avoit point communiqué au corps *B*.

Enſuite comment il peut ſe faire que le reſſort n'étant bandé qu'avec 10 degrés de force, ait pû produire, en ſe débandant, deux effets égaux chacun à la même force, ſavoir 10 degrés de force au corps *B* en avant, & 10 degrés de force au corps *A* en arriere.

Quelques-uns ont penſé que quoi-que le corps *A* ne perde que 10 degrés de force des 11 degrés qu'il a avant le choc, le reſſort ne laiſſe pas neanmoins de ſe bander avec 20 degrés de force. Mais cette hypotheſe, par le moyen de laquelle on rend aiſément raiſon de l'effet qui arrive durant le débandement du reſſort, augmente ſi exceſſivement l'effet du bandement du reſſort, qu'on ne peut plus y rien comprendre, de ſorte qu'il pa-

paroît qu'en voulant éviter une difficulté, on tombe dans une plus grande.

On ſuppoſe ici que quoi-que le corps choquant *A* ne perde durant le choc que 10 des 11 degrés de force qu'il a avant le choc, le reſſort ne laiſſe pas de ſe bander avec 20 degrés de force. J'avoue qu'il eſt aiſé enſuite de rendre raiſon comment le reſſort étant bandé avec 20 degrés de force, il en donne, en ſe débandant, 10 au corps *A*, & 10 au corps *B*. Mais comment pourra-t-on enſuite concevoir que le corps choquant *A* ne perdant que 10 degrés de ſa force durant le bandement du reſſort, & le corps choqué *B* fuyant ſans ceſſe durant tout ce tems, & recevant à la fin 10 degrés de force, ces 10 degrés de force que le corps choquant a perdu, & que le corps choqué a acquis en même tems, n'ayent pas laiſſé de bander le reſſort avec 20 degrés de force? Il eſt viſible qu'on rend par-là l'effet du bandement triple de la cauſe, & qu'en voulant ſimplifier l'effet du débandement, on complique outre meſure celui du bandement.

D'autres, pour mieux concevoir comment le reſſort pouvoit ſe bander avec une force double de celle que le corps choquant perd, ont penſé que durant tout le tems que dure le bandement du reſſort, le centre du corps choqué demeure immobile, & qu'il ne commence à ſe mouvoir qu'à l'inſtant du débandement; mais cette hypotheſe, bien-loin de faciliter l'explication du phenomene, nous jette dans de plus grandes difficultés. Car outre que dans cette ſuppoſition l'effet du

ban-

bandement eſt toûjours double de ſa cauſe, comment concevoir enſuite que durant le ſeul débandement du reſſort le corps choqué prend 20 degrés de force en avant, & le corps choquant 10 degrés de force en arriere ? Cet effet eſt tout-à-fait contraire à ce que l'on connoît du reſſort, qui ne donne jamais, en ſe débandant, plus de force à l'un des mobiles qu'à l'autre Ainſi de quelque côté que l'on ſe tourne, on trouve toûjours des difficultés qui paroiſſent inſurmontables.

XIII. Mais il ne faut pas ici que j'oublie de remarquer qu'il y a un cas du choc des corps à reſſort, dont l'effet paroît d'abord beaucoup plus ſimple, quoi-qu'il ſoit en effet le plus compoſé de tous. Ce cas eſt celui où les mobiles ſe choquent en ſens contraires avec des forces égales, ou des vîteſſes réciproques à leurs maſſes. Alors il arrive que durant le bandement du reſſort, les mobiles perdent tous deux toutes leurs forces & leurs vîteſſes, & durant le débandement du reſſort ils recoivent les mêmes forces & les mêmes vîteſſes qu'ils avoient avant le choc.

Par exemple, ſi le corps *A* ſe meut vers *B* avec 10 degrés de force & de vîteſſe, & que le corps *B*, décuple de *A*, ſe meuve vers *A* avec un degré de vîteſſe, & 10 degrés de force ; alors on voit par l'experience que ces mobiles qui avoient chacun 10 degrés de force en ſens contraires avant le choc, ne recevront après le choc que les mêmes degrés de force & de vîteſſe qu'ils avoient avant le

le choc. Ce qui a fait penſer à quelques-uns que le reſſort ſe bandoit dans ce cas avec la ſomme des forces des mobiles, c'eſt-à-dire avec 20 degrés de force; & qu'en ſe débandant, il redonnoit 10 degrés de force à l'un, & 10 degrés de force à l'autre. Ce qui ne renfermeroit aucune difficulté, puiſqu'on ſuppoſe, comme une choſe donnée, que le reſſort doit ſe débander avec la même force qu'il a été bandé.

Mais cette extrême facilité de rendre raiſon dans ce cas particulier du phenomene du choc des corps à reſſort, dont l'explication paroît ſi difficile dans les autres cas, bien-loin de me ſéduire, me l'a rendue ſuſpecte, & m'a engagé à examiner avec attention ſi elle ne renfermoit pas quelque illuſion.

Pour cet effet j'ai comparé ce cas du choc à d'autres qui y avoient du rapport, & par cette ſeule comparaiſon je me ſuis aiſément apperçû que dans ce cas le reſſort ne ſe bandoit en effet qu'avec la ſeule force d'un des mobiles, & que la force contraire de l'autre ne faiſoit que lui ſervir de point d'appui, & ſe détruiſoit abſolument ſans produire aucun autre effet phyſique dans le bandement: ou bien, ce qui revient au même, que le reſſort ne ſe bandoit qu'avec la moitié de la force de l'un, & la moitié de la force de l'autre, & que les deux autres moitiés de ces forces ne faiſoient que ſervir de point d'appui aux précédentes, & ſe détruiſoient abſolument par le choc.

Car (pour commencer la comparaiſon par le cas dans lequel le corps *A* avec un de maſſe & 11 de vîteſſe choque *B* en repos, décu-

ple

ple de *A*) n'eſt-il pas viſible que dans ce cas la ſomme des forces n'eſt que de 11 degrés? Cependant l'experience apprend que dans ce même cas le reſſort, en ſe débandant, produit dans les mobiles la même quantité de force que dans le cas précédent, c'eſt-à-dire, 10 degrés de force dans l'un, & 10 degrés de force dans l'autre. Il eſt donc déja évident que le reſſort ne s'eſt pas plus fortement bandé dans le cas propoſé que dans celui-ci. D'ailleurs dans ce cas-ci le corps choquant ayant conſervé un de ſes 11 degrés de force & de vîteſſe par lequel il a pourſuivi le corps choqué dans ſa fuite, il paroît encore évident que ce degré de force n'a pas pû contribuer à bander le reſſort, & que par conſéquent le reſſort n'a été bandé dans ce cas que par les 10 degrés de force que le corps choquant a perdu.

Or nous venons de voir que le reſſort ne s'eſt pas plus fortement bandé dans le cas propoſé que dans celui-ci.

Il eſt donc évident qu'il n'y a eu, dans le cas où les mobiles ſe choquent avec des forces contraires, que 10 des 20 degrés de force qu'ils avoient avant le choc, qui ayent contribué à bander le reſſort; & qu'il faut par conſéquent penſer à l'égard de ce cas que le reſſort n'y a pas été bandé par une force plus grande que dans le cas où le corps choqué eſt en repos, & où le choquant ne peut le choquer qu'avec la force de 10 degrés.

XIV. Pour confirmer de plus en plus cette démonſtration experimentale, & qui n'eſt fon-

fondée uniquement que ſur la comparaiſon des effets de divers chocs, au lieu de diſtribuer la vîteſſe du corps *A* en 11 degrés, diſtribuons-la en 110.

Et nous verrons que dans ce cas, où le corps *B* eſt en repos, le corps *A* doit, ſelon la loi generale, perdre par le choc 100 degrés de force, & le reſſort ſe bander par une certaine force qui ne peut pas ſurpaſſer la ſomme des forces des mobiles qui eſt ici de 110 degrés.

Donnons maintenant 109 degrés de vîteſſe au corps *A*, & un degré de vîteſſe au corps *B* en ſens contraire. Et le corps *B* étant décuple du corps *A*, aura 10 degrés de force, & la ſomme des forces des mobiles ſera donc de 119 degrés; mais le corps *A* ne perdra, comme dans le cas précédent, ſelon la même loi generale, que 100 degrés de force, & par l'experience le reſſort ne ſe bandera qu'autant qu'il s'eſt bandé dans le cas précédent, puiſqu'on verra qu'en ſe débandant, il ne produira que le même effet qu'il a produit dans le cas précédent.

Donnons enſuite 108 degrés de vîteſſe au corps *A*, & 2 degrés de vîteſſe au corps *B*, toûjours en ſens contraire. Et le corps *B* aura 20 degrés de force, & par conſéquent la ſomme des forces des mobiles ſera de 128 degrés; mais le corps *A* ne perdra, comme dans les cas précédens, que 100 degrés de force & de vîteſſe ſelon la même loi generale, & par l'experience le reſſort ne ſe bandera qu'autant qu'il s'eſt bandé dans les cas précédens.

Et

Et ainſi de ſuite, juſqu'au cas où ayant donné 100 degrés de vîteſſe au corps *A*, & 10 degrés de vîteſſe au corps *B*, les mobiles auront chacun une égale force de 100 degrés, la ſomme des forces ſera de 200 degrés, le corps *A* ne perdra que 100 degrés de force ſelon la loi generale, & par l'experience le reſſort ne ſe bandera qu'autant qu'il s'eſt bandé dans les cas précédens.

Or peut-on dire après cela avec la moindre apparence de raiſon, que la ſomme des forces des mobiles qui va toûjours en augmentant de 110 degrés à 119, de 119 à 128, de 128 à 137, de 137 à 146, de 146 à 155, de 155 à 164, de 164 à 173, de 173 à 182, de 182 à 191, de 191 à 200; & la force que le corps choquant *A* a perdue par le choc, étant toûjours demeurée de 100 degrés dans tous ces chocs, ſans que le reſſort ſe ſoit plus fortement bandé dans l'un que dans l'autre; peut-on ſoutenir, dis-je, que la ſomme des forces de 200 degrés que les mobiles ont perdu dans ce dernier cas ait été totalement employée à bander le reſſort ? Au contraire, ce qu'on en doit conclurre eſt que la force du bandement du reſſort, qui eſt un effet conſtant dans tous ces cas, a été produit par la cauſe conſtante de 100 degrés de force que le corps *A* a perdu auſſi-bien dans le dernier cas que dans le premier; & que le corps choquant *A* devant perdre tous ſes 100 degrés de force ſelon la loi generale du choc, & devant reſter en repos, il convient de dire:

10. Que durant le bandement du reſſort, le

le corps *B* doit recevoir comme dans le premier cas tous ces 100 degrés de force, & perdre, en les recevant, les 100 degrés de force qu'il a dans ce cas-ci en ſens contraire, ce qui le réduira auſſi au repos, ſans que ces 100 degrés de force qu'il perd contribuent poſitivement à bander le reſſort.

2°. Que le reſſort ſe bande en même tems avec 100 degrés de force.

3°. Que pendant le débandement du reſſort, le corps *B* reçoit encore 100 degrés de force en avant.

4°. Enfin que le corps *A* reçoit 100 degrés de force en arriere.

Ainſi quoi-que les mobiles n'ayent fait dans ce cas-ci que reprendre après le choc les mêmes forces & les mêmes vîteſſes qu'ils avoient avant le choc, cela n'empêche pas que les mêmes effets que nous avons remarqués dans le cas que le corps choqué eſt en repos, ne ſe rencontrent dans celui-ci, & que ce cas ne renferme par conſéqunt toute la difficulté qui ſe rencontre dans les autres: que ſi les effets de ce choc paroiſſent plus ſimples à l'exterieur, ce n'eſt que parce que les forces que le reſſort produit, & qui ſe manifeſtent en tout ou en partie dans les autres cas, ſe détruiſent mutuellement dans celui-ci: qu'enfin ce cas qui ſemble ne renfermer par ſes effets exterieurs ni communication de mouvement, ni augmentation de force, mais ſeulement une deſtruction totale & une reproduction auſſi totale du même mouvement, quoi-que le plus ſimple en apparence, eſt en effet le plus compoſé de tous,

à cauſe de la complication des forces contraires, qui, ſelon la loi generale du choc, doivent ſe détruire abſolument par le choc.

D'où il ſuit enfin que ce ſeroit s'expoſer viſiblement à l'illuſion que de ſe prévaloir de la facilité apparente que l'on trouve à rendre raiſon de ce cas, en ſuppoſant temerairement que le reſſort s'y bande avec la ſomme des forces; & qu'il vaut bien mieux éviter ce danger, en commençant nos recherches par le cas qui renferme à découvert toute la difficulté.

XV. On peut donc juger, par toutes les remarques que nous venons de faire, de l'extrême difficulté qu'il y a de rendre raiſon du phenomene du choc des corps à reſſort. C'eſt auſſi ce qui a porté la plupart des Philoſophes de ce tems, & ceux-là même qui ont acquis le plus de réputation, d'imaginer de nouveaux principes du Mouvement en general, d'où ces effets puſſent ſe déduire avec plus de facilité, que de ceux qui étoient communément reçûs avant qu'on eût une connoiſſance diſtincte de ce phenomene. Mais comme c'eſt une maxime reçûe de tout tems, que dans l'explication d'un effet on ne doit jamais avoir recours à la Metaphyſique, tant qu'on peut eſperer de pouvoir en trouver une raiſon phyſique, & le déduire des principes déja établis ſur la raiſon & ſur l'experience, quelque longue, difficile & cachée que puiſſe être cette déduction, ce que l'on peut toûjours eſperer de faire, lorſque le phenomene eſt compoſé, ou qu'il dépend de la combinaiſon de pluſieurs cauſes, tel qu'eſt viſible-

blement celui dont nous traitons, je me ſuis enfin déterminé à examiner avec plus de ſoin les differences qui ſont entre le choc des corps que l'on ſuppoſe être à reſſort parfait, & celui des corps que l'on ſuppoſe être parfaitement durs, & ſi la diverſité des effets de ces chocs ne pourroit pas bien ſe déduire mécaniquement de ces mêmes differences.

SECONDE PARTIE.

Où l'on tâche d'expliquer le phenomene du choc des Corps à reſſort parfait, par les ſeuls principes des Mécaniques, joints aux differences phyſiques que l'on peut concevoir être entre le choc des Corps durs, & celui des Corps à reſſort parfait.

Ce que les corps durs & les corps à reſſort parfait peuvent avoir de commun par rapport au choc, eſt, que toutes leurs parties ſoient uniformément liées les unes aux autres. Et ils peuvent differer, en ce que liaiſon des parties des corps durs ſoit ſi forte, qu'elles ne puiſſent s'approcher mutuellement les unes des autres. D'où il ſuit que la premiere partie choquée ne pourra recevoir la moindre vîteſſe, que la derniere & toutes celles d'entre-deux ne reçoivent en même tems la même vîteſſe; au lieu que l'on peut concevoir que la liaiſon des parties des corps à reſſort ſoit telle,

1°. Qu'elles puiſſent s'approcher les unes des autres, & les mobiles ſe *comprimer* par le choc.

2°. Qu'à meſure que les mobiles ſe compriment, ils ſe *roidiſſent* ou ſe *bandent*.

3°. Qu'à meſure qu'ils ſe bandent, ils *reſiſtent* à leur compreſſion avec une force égale à celle qui a été employée à les bander.

Je veux dire que le reſſort étant bandé juſqu'à un certain degré de force, il ne ſera pas neceſſaire pour le bander encore d'un ſecond degré de force égal au précédent, que les centres des mobiles s'approchent d'auſſi près l'un de l'autre qu'ils s'en ſont approchés auparavant, ce que l'experience confirme.

La premiere conſéquence generale que l'on peut tirer de ces obſervations eſt, que dans le choc de deux corps *A*, *B*, (*Fig.* 1. ſuppoſés *durs*, les parties de ces corps ne pouvant s'approcher les unes des autres, le corps choquant *A* perdra dans l'inſtant du choc toute la force & la vîteſſe qu'il doit perdre ſelon la loi generale du choc (*dem.* 6.) & le corps choqué *B* recevra auſſi dans le même inſtant toute la force & la vîteſſe qu'il doit acquerir ſelon la même loi. De telle ſorte que toute la force & la vîteſſe que ces corps doivent conſerver après le choc, ſe diſtribuera également & dès l'inſtant du choc dans toutes les parties de ces corps ſans aucune ſucceſſion de tems.

Au lieu que dans le choc de ces mêmes corps *A*, *B* (*Fig.* 1.) ſuppoſés à reſſort, ou tels qu'ils puiſſent ſe comprimer, ſe roidir, & acquerir peu-à-peu de la réſiſtance à leur compreſſion, on conçoit qu'au moment du choc, leurs parties étant uniformément liées les unes aux autres, & ayant la faculté de s'ap-

s'approcher mutuellement les unes des autres, le centre K, ou C (*on doit concevoir le point* K *très voiſin du point* C) du corps A s'approchera en effet du centre D du corps B, & retiendra preſque toute la vîteſſe qu'il avoit avant le choc; pendant que le centre D du corps B (je dis le centre, parce que lorſque le centre de peſanteur d'un corps ſe meut, tout le corps ſe meut) le centre D, dis-je, du corps B ne recevra en même tems qu'une très petite partie de la vîteſſe qu'il doit acquerir à la fin de la compreſſion, laquelle vîteſſe augmentera peu-à-peu, pendant que celle du centre K du corps choquant A diminuera, juſqu'à ce que les centres K, D, ou C, D, de ces corps ayent acquis comme par une ſuite infinie de chocs chacun une égale vîteſſe, & que pendant tout le tems que durera ſa compreſſion, leur maſſe commune ait parcouru par un mouvement accelerè un petit eſpace DE, de telle ſorte que la moindre vîteſſe du centre C étant égale à la plus grande vîteſſe du centre D, l'eſpace KC, que le centre C aura en même tems parcouru depuis le premier inſtant du choc juſqu'au dernier, ſera, quoi-que très petit en lui-même, beaucoup plus long que l'eſpace DE. D'où il ſuit enfin que ſi de l'eſpace KC on ôte l'eſpace $KL = DE$, l'eſpace LC ſera celui dont le centre C ſe ſera approché du centre D durant tout le tems qu'aura duré la compreſſion.

Or quelques petits que ſoient en eux-mêmes les eſpaces KC & DE, que les centres C, D, des mobiles ont parcourus durant la compreſſion, & quelque court que ſoit le tems qu'ils ayent employé à les parcourir (ce qui

à porté pluſieurs Auteurs, qui ont entrepris l'explication de ce phenomene, à les negliger) cependant comme c'eſt durant ce même tems que la maſſe commune des mobiles a paſſé du repos où elle étoit, au mouvement qu'elle a acquis à la fin du choc, c'eſt là uniquement, à mon avis, qu'eſt caché tout le myſtere. Mais comme ce myſtere n'eſt pas aiſé à développer, pour le faire d'une maniere ſenſible, nous ferons d'abord cette hypotheſe.

HYPOTHESE.

A, *B*, (*Fig.* 2.) ſont deux corps ſpheriques parfaitement durs, percés chacun d'un petit trou juſqu'à leurs centres *C*, *D*. *c d* eſt une lame très longue, par-tout ſemblable à elle-même, pliée en zig zag, formant une infinité d'angles tous égaux, dont les ſommets ſont tous compris entre deux plans paralleles, & ſi mince, que ſa maſſe entiere n'eſt d'aucune conſideration à l'égard de celle du corps *A*, ou du corps *B*, & dont les extremités *c*, *d*, ſont immédiatement appuyées contre les centres *C*, *D*, ou *K*, *D*, des corps *A*, *B*. On doit ici conſiderer le centre *C* comme partant du point *K*.

PREMIER CAS.

Suppoſons d'abord que le corps *A* ſe meut vers *B* avec la vîteſſe *x* & la force *A x*; que le corps *B* eſt en repos & infiniment grand par rapport au corps *A*; & que l'union des parties de la lame *c d* eſt ſi forte, que ſon extremité *c* ne peut en aucune ſorte s'approcher de ſon autre extremité *d*, ni recevoir aucune vîteſſe, qu'auſſi-

qu'auſſi-tôt cette autre extremité d ne reçoive la même vîteſſe. Et je dis,

1°. Qu'à cauſe de la réſiſtance totale de la lame $c\,d$, le corps A communiquera ſon mouvement au corps B par l'entremiſe de cette lame, de la même façon qu'il le lui auroit communiqué, ſi ces corps s'étoient choqués immédiatement; c'eſt-à-dire, que la force $A\,x$ & la vîteſſe x du corps A ſe diſtribuera également dès l'inſtant du choc dans toutes les parties des corps A & B.

2°. Que le corps A perdra tout d'un coup ſans aucune ſucceſſion de tems, & dès le premier inſtant du choc, c'eſt-à-dire, dès l'inſtant qu'il choquera le bout anterieur c de la lame $c\,d$, ou qu'il en ſera choqué (car ces deux effets ſont réciproques); le corps A, dis-je, perdra dès ce premier inſtant toute la force $A\,x$ & la vîteſſe x qu'il a avant le choc, à une quantité dx infiniment petite près que l'on peut negliger.

3°. Que le corps B, dès le même inſtant du choc, c'eſt-à-dire, dès l'inſtant qu'il ſera choqué par l'extremité poſterieure d de la même verge $c\,d$, recevra toute la force $A\,x$ que le corps A aura perdue, & que cette force $A\,x$ ne produira dans le corps B qu'une vîteſſe $d\,x$ infiniment petite par rapport à la vîteſſe x du corps A avant le choc, & égale à la vîteſſe dx que le même corps A a conſervée, que l'on peut pareillement negliger.

4°. Que par conſéquent la force $A\,x$ ſe transformera en $B\,dx$, de telle ſorte qu'on aura $Ax = B\,dx$. D'où il ſuit que la vîteſſe dx, que le corps B acquerra par le choc, pourra

être conſiderée comme nulle par rapport à la vîteſſe x que le corps A avoit avant le choc, & ſon centre D comme immobile. Ce qui eſt tout évident.

SECOND CAS.

Suppoſons maintenant que la réſiſtance de la lame kd ou cd ne ſoit pas totale comme dans le cas précédent, mais 1°. Que cette lame puiſſe *ſe comprimer*, ou que ſes parties, ſans ceſſer d'être liées les unes aux autres, puiſſent s'approcher mutuellement les unes des autres. 2°. Que par ce moyen la lame cd acquiere peu-à-peu de la *roideur* à meſure qu'elle ſe comprime. 3°. Qu'enfin cette roideur lui procure à chaque inſtant une *réſiſtance* égale à la force que le corps choquant a perdue. Et tout le reſte demeurant comme dans le cas précédent, je dis,

POUR LE PREMIER TEMS.

1°. Qu'au commencement du choc les parties de la lame cd pouvant s'approcher les unes des autres, & cette lame étant par-là contrainte de ſe comprimer, ſi elle ne ſe roidiſſoit pas à meſure que le corps A la comprime, & que ſon extremité c s'approche de d, & que cette lame cd, dont la maſſe eſt infiniment petite par rapport à celle du corps A, n'acquît aucune réſiſtance, le corps A ne perdroit, durant tout le tems de la compreſſion, aucune partie de ſa force Ax, ni de ſa vîteſſe x, quelque petite qu'on veuille ſuppoſer la force Ax & la vîteſſe x du corps A, pourvû qu'on la ſup-

ſuppoſe finie. Ce qui eſt évident, & qu'il faut bien remarquer.

2°. Mais, par la ſuppoſition, la lame *c d* acquerant de la roideur à meſure qu'elle ſe comprime, & que ſes parties s'approchent les unes des autres, & de la réſiſtance à meſure qu'elle ſe roidit; ſi cette lame peut acquerir, avant que d'être totalement comprimée, aſſés de roideur & de reſiſtance pour égaler la force Ax du corps *A*, comme nous le ſuppoſerons toûjours: Alors je dis,

3°. Que le corps *A* pourra perdre, durant tout le tems de la compreſſion, toute ſa force Ax & ſa vîteſſe x avant que d'atteindre au corps *B*, que nous ſuppoſons toûjours infiniment grand par rapport au corps *A*.

4°. Que les parties de la lame *c d* pouvant s'approcher les unes des autres, le corps *A* ne perdra pas dès l'inſtant du choc toute ſa vîteſſe x, ni par conſéquent toute ſa force Ax, comme il l'auroit fait ſi la lame *c d* avoit été inflexible; mais qu'il ne la perdra que peu-à-peu, & à meſure qu'il comprimera la lame *c d*, & que cette lame acquerra de la roideur & de la réſiſtance. Ce qui eſt encore évident.

5°. D'où il ſuit qu'il y aura un tems très court, à la fin duquel le corps *A* n'aura perdu qu'une quantité infiniment petite dx de ſa vîteſſe x. De ſorte que nommant x l'eſpace qu'il auroit parcouru avant le choc durant un tems égal à ce premier tems, & par lequel ſa vîteſſe eſt meſurée, l'eſpace que ſon centre *c* aura parcouru durant ce même premier tems du choc, & dont il ſe ſera

approché du centre D du corps B, ſera $x - dx$.

6o. D'où il ſuit encore, par la ſuppoſition, que pendant que l'extremité c de la lame cd ſe ſera approchée de ſon autre extremité d de l'eſpace $x - dx$, & que le corps A aura perdu la partie $A\,dx$ de ſa force Ax, le centre D du corps B étant ſuppoſé immobile, la lame cd aura acquis un degré de roideur $A\,dx$ égal à la même force $A\,dx$ que le corps A a perdue, & que cette roideur lui procure une réſiſtance dx égale au degré de vîteſſe dx que le corps A a perdue. D'où il ſuit

POUR LE SECOND TEMS.

1o. Que quoi-que le corps A, qui au commencement du premier tems tendoit à ſe mouvoir avec la vîteſſe x, & à parcourir l'eſpace x, ne tende à ſe mouvoir à la fin de ce même premier tems, ou au commencement du ſecond tems, qu'avec la vîteſſe $x - dx$, & à ne parcourir que l'eſpace $x - dx$ en un tems égal au précédent; cependant comme la lame cd, qui au commencement du premier tems n'avoit encore acquis aucune roideur ni aucune réſiſtance, & dont l'extremité c tendoit à ſe mouvoir vers d avec la même vîteſſe x, a acquis au commencement de ce ſecond tems la réſiſtance dx, & qui fait qu'il n'eſt pas neceſſaire que le corps A comprime encore le reſſort cd durant ce ſecond tems d'une quantité $x - dx$ égale la précédente, afin que le reſſort ſe trouve bandé d'une ſeconde quantité de force $A\,dx$ égale

le à la premiere ; on voit bien qu'il peut ſe faire que dans le cas du reſſort parfait, la réſiſtance de la lame $c\,d$ ſoit telle que le corps A ne doive parcourir durant ce ſecond tems que l'eſpace $x - 2\,dx$, pour procurer à cette lame $c\,d$ ce ſecond degré de roideur $A\,dx$. Ce qui ne renferme rien de contraire aux loix des Mécaniques, puiſqu'on ne ſuppoſe ici rien autre choſe, ſinon que la réſiſtance du reſſort eſt égale à la roideur qu'il a acquiſe, ou à la viteſſe $d\,x$ que le corps A a perdue en lui procurant cette roideur. D'où il ſuit

2°. Que quoi-que le corps A n'ait plus au commencement du ſecond tems que la viteſſe $x - dx$, au lieu de la viteſſe x qu'il avoit au commencement du premier tems ; cependant comme, par ce que nous venons de dire, il n'a à parcourir durant ce ſecond tems que l'eſpace $x - 2\,dx$, pour que le reſſort ſe trouve bandé d'une ſeconde quantité de force $A\,dx$ égale à la premiere, au lieu qu'il a eu à parcourir durant le premier tems l'eſpace $x - dx$ pour produire le même effet ; on voit bien que le tems que le corps A employera à parcourir ce ſecond eſpace $x - 2\,dx$, n'ayant que la viteſſe initiale $x - dx$, ſera égal au tems qu'il a employé à parcourir le premier eſpace $x - dx$, lorſqu'il avoit la viteſſe initiale x, & que l'eſpace $x - 2\,dx$ qu'il a à parcourir durant ce ſecond tems, ſera d'autant moindre que l'eſpace $x - dx$ qu'il a eu à parcourir durant le premier tems ; que la viteſſe initiale $x - dx$ eſt moindre que la viteſſe initiale x. D'où il ſuit clairement par *Art.* 8, que quoi-que la viteſſe abſo-

lue $x - dx$ du corps A au commencement du 2d tems ſoit moindre de la quantité dx, que la vîteſſe initiale x du même corps A au commencement du 1er tems, ſa vîteſſe reſpective eſt pourtant demeurée la même x au commencement du 2d tems qu'elle étoit au commencement du 1er tems. Ce qu'il faut bien remarquer.

3o. Le corps A n'ayant donc plus au commencement du 2d tems que la vîteſſe abſolue $x - dx$, mais continuant toûjours à comprimer le reſſort avec la même vîteſſe reſpective x, avec laquelle il l'a comprimé durant le 1er tems; & par *Art.* 8, l'effet du choc ſe règlant, non ſur la quantité de la vîteſſe abſolue des mobiles, mais ſur la quantité de leur vîteſſe reſpective, le corps A ayant perdu le degré de force Adx & de vîteſſe dx à la fin du 1er tems, perdra à la fin de ce 2d tems un pareil degré de force Adx & de vîteſſe dx, & n'aura plus à la fin de ce 2d tems que la force $Ax - 2Adx$, & la vîteſſe abſolue $x - 2dx$.

4o. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 2d tems, le centre C du corps A ſe ſera encore approché du centre D du corps B de l'eſpace $x - 2dx$, & qu'il aura parcouru cet eſpace dans un tems égal à celui qu'il a employé à parcourir l'eſpace $x - dx$ avec la vîteſſe initiale x durant le 1er tems.

5o. Et que pendant que l'extremité c de la lame cd ſe ſera encore approchée de d durant ce 2d tems de l'eſpace $x - 2dx$, & que le corps A aura encore perdu une 2de partie Adx de ſa force Ax, & une 2de partie dx de

ſa

ſa vîteſſe abſolue x, la lame cd aura encore acquis un 2d degré de roideur Adx & de réſiſtance dx égal au précédent, de ſorte qu'à la fin de ce 2d tems, ſa roideur ſera $2Adx$, & ſa réſiſtance $2dx$. D'où il ſuit

POUR LE TROISIEME TEMS.

1o. Que quoi-que le corps A, qui au commencement du 1er tems tendoit à ſe mouvoir avec la vîteſſe x, & à parcourir l'eſpace x, ne tende plus à ſe mouvoir à la fin du 2d tems, ou au commencement du 3me, qu'avec la vîteſſe $x - 2dx$, & à ne parcourir que l'eſpace $x - 2dx$ en un tems égal au premier, on voit que la lame cd, qui au commencement du 1er tems n'avoit encore acquis aucune roideur ni aucune réſiſtance, & dont l'extremité c tendoit à ſe mouvoir vers d, avec la même vîteſſe x, ayant acquis au commencement de ce 3me tems la roideur $2Adx$, & réſiſtant d'autant à ſa compreſſion, ou ſon extremité c ne tendant plus à ſe mouvoir vers d qu'avec la vîteſſe $x - 2dx$, ou tendant à manquer de parcourir la partie $2dx$ de l'eſpace x qu'il tendoit à parcourir au commencement du 1er tems; on voit, dis-je, par ces raiſons, jointes à celles de l'article précédent, que quoi-que la vîteſſe abſolue x du corps A au commencement du 1er tems ait diminué de la quantité $2dx$, & ſoit devenue $x - 2dx$ au commencement du 3me tems, ſa vîteſſe reſpective eſt néanmoins demeurée la même x qu'elle étoit au commencement du 1er tems.

2°. Que le corps A n'ayant plus au commencement du 3me tems que la vîteſſe abſolue $x-2dx$, mais comprimant toûjours le reſſort avec la même vîteſſe reſpective x, & l'effet du choc ſe règlant, non ſur la quantité de la vîteſſe abſolue des mobiles, mais ſur la quantité de leur vîteſſe reſpective, le corps A ayant perdu le degré de force $A\,dx$ & de vîteſſe dx à la fin du 1er tems, perdra à la fin de ce 3me tems un pareil degré de force $A\,dx$ & de vîteſſe dx, & n'aura plus que la force $Ax-3\,A\,dx$, & la vîteſſe abſolue $x-3\,dx$.

3°. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 3me tems le centre C du corps A ſe ſera encore approché du centre D du corps B de l'eſpace $x-3\,dx$, & qu'il aura parcouru cet eſpace dans un tems égal à celui qu'il a employé à parcourir l'eſpace $x-dx$ durant le premier tems. Et

4°. Que pendant que l'extremité c de la lame $c\,d$ ſe ſera encore approchée de d de l'eſpace $x-3\,dx$ durant ce 3me tems, & que le corps A aura encore perdu une 3me partie $A\,dx$ de ſa force Ax, & une 3me partie dx de ſa vîteſſe abſolue x, la lame $c\,d$ aura encore acquis un 3me degré de roideur $A\,dx$ & de réſiſtance dx égal aux précédens, qui maintiendra ſa vîteſſe reſpective dans le même degré de force x, où elle étoit au commencement du choc. Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems. D'où il ſuit,

POUR

POUR LE DERNIER TEMS.

I. Que dans le cas que le centre *D* du corps choqué *B* eſt immobile, ou, ce qui revient au même, que le corps choqué *B* eſt infiniment grand par rapport au corps choquant *A*, & que la réſiſtance du reſſort *cd* eſt égale à la vîteſſe que le corps choquant perd à chaque inſtant; le corps *A* perdra ſans ceſſe en tems égaux des degrés égaux de ſa force *Ax* & de ſa vîteſſe abſolue *x*, & que cette force & cette vîteſſe diminuera ſucceſſivement comme les termes de la ſuite infinie

$$x - dx.\ x - 2dx.\ x - 3dx.\ \ldots\ldots x - x = 0$$

juſqu'à devenir $x - x$ ou *zero* à la fin de la compreſſion, comme on le voit en *E*. (*Voy. la Planche*).

II. Que le bandement du reſſort, & la réſiſtance qu'il apporte à ſa compreſſion augmenteront, dans les mêmes tems égaux, en degrés égaux de force comme les termes de la ſuite infinie

$$dx.\quad 2dx.\quad 3dx.\ \ldots\ldots x$$

juſqu'à devenir *x* à la fin de la compreſſion, ou *égale* à la vîteſſe abſolue du corps *A* avant le choc, comme on le voit en *F*. Et tout cela par la raiſon,

III. Que quoi-que la vîteſſe abſolue du corps *A* diminue ſans ceſſe en tems égaux, en degrés égaux, neanmoins comme la réſiſtance du reſſort augmente dans la même progreſſion, & que par conſéquent l'eſpace que le corps *A* a à parcourir à chaque inſtant, di-

diminue auſſi dans la même progreſſion que la vîteſſe abſolue diminue, la vîteſſe reſpective du corps *A* demeurera toûjours la même

$$x. \qquad x. \qquad x, \ldots\ldots\ldots x$$

& ſera à chaque inſtant égale à la vîteſſe x qu'il avoit avant le choc, juſqu'à ce que la réſiſtance du reſſort devienne à la fin égale à cette même vîteſſe reſpective x. Ce qui n'arrivera que lorſque la vîteſſe abſolue x, qui diminue ſans ceſſe en tems égaux comme les termes de la ſuite *E*, deviendra enfin $x-x=0$, & qu'il y aura équilibre entre la vîteſſe reſpective x & la réſiſtance du reſſort x, comme on le voit en *G*.

IV. D'où il ſuit que le reſſort venant alors à ſe débander avec la même vîteſſe x, & de la même façon qu'il a été bandé, pourra, en ſe débandant, redonner au corps *A*, à la fin du débandement, la même force Ax & la même vîteſſe x qu'il avoit avant le choc.

Au lieu que ſi en même tems que la vîteſſe abſolue x diminue, & que le bandement du reſſort augmente comme auparavant, on ſuppoſoit que l'eſpace que le corps *A* a à parcourir à chaque fois qu'il perd un de ſes degrés de force Adx & de vîteſſe dx, étoit toûjours le même $x-dx$, alors il eſt viſible que la vîteſſe reſpective ſeroit à chacun de ces inſtans égale à la vîteſſe abſolue que le corps *A* auroit dans le même tems, & qu'au lieu de demeurer conſtante & toûjours la même x, comme dans le cas précédent, elle deviendroit comme la vîteſſe abſolue

$x-dx$,

$x - dx. x - 2dx\ x - 3dx. x - 4dx. x - 5dx$, &c. pendant que la roideur du reſſort deviendroit $dx.\ 2dx.\ 3dx.\ 4dx.\ 5dx$, &c.

D'où il ſuit que lorſque le bandement du reſſort auroit acquis la moitié de la force Ax du corps A, le reſſort feroit équilibre avec l'autre moitié de la même force Ax que le corps A auroit encore; & que le reſſort ne pouvant plus être comprimé, commenceroit dès-lors à ſe débander, & à détruire peu-à-peu, en ſe débandant, cette autre moitié de la force Ax que le corps A auroit encore. D'où il ſuit que le corps A ne rejailliroit point, & demeureroit en repos après le choc auprès du corps B, comme s'il n'y avoit eu ni bandement ni débandement de reſſort.

On peut juger par-là de ce qui arriveroit, ſi la réſiſtance du reſſort étoit plus grande que dans ce dernier cas, mais plus petite que dans le cas précédent, ce qui renferme tous les cas du reſſort *imparfait*; car alors le corps choquant recevroit bien par le débandement du reſſort quelque mouvement en arriere, mais il ne pourroit jamais parvenir à recevoir la même vîteſſe qu'il avoit avant le choc, comme dans le cas où la vîteſſe reſpective demeure conſtante, & dont nous allons continuer de parler dans les articles ſuivans.

V. Le corps A ayant donc perdu durant tout le tems qu'a duré la compreſſion, toute la force Ax qu'il avoit avant le choc, il faut maintenant examiner ce que cette force eſt devenue, & déterminer préciſément à quels effets elle a été employée.

Pour cet effet il faut conſiderer trois choſes dans

dans le bandement du reſſort. 1°. La *compreſſion* par laquelle ſon extremité *c* a été approchée de ſon autre extremité *d*. 2°. La *roideur* qu'il a acquiſe à meſure qu'il a été comprimé. 3°. La *réſiſtance* dont cette roideur l'a rendu capable.

En premier lieu, il eſt viſible que la *compreſſion* pure & ſimple du reſſort *c d* n'a pas pû conſommer la moindre partie de ſa force Ax, puiſque ſi la lame *c d*, dont par la ſuppoſition la maſſe eſt infiniment petite par rapport à celle du corps *A*, ne s'étoit pas roidie, & qu'elle n'eût par conſéquent acquis aucune réſiſtance, le corps *A*, par le principe de la continuation du mouvement, auroit comprimé toute la lame *c d* ſans perdre aucune partie ſenſible de ſa force Ax & de ſa vîteſſe x.

En ſecond lieu, la *roideur* qui eſt ſurvenue à la lame *c d* à meſure qu'elle a été comprimée, n'a pas non plus conſommé aucune partie de la force Ax du corps *A*. Car la force du corps *A* n'a certainement pas été la cauſe efficiente de cette roideur, quoi-qu'elle l'ait procurée à cette lame en la comprimant, puiſque la cauſe efficiente de la roideur qu'un reſſort acquiert, lorſqu'on le comprime, eſt viſiblement une cauſe étrangere au mouvement des mobiles; c'eſt la matiere ſubtile, ou plus generalement c'eſt la cauſe du reſſort qui produit cet effet. Certainement la lame *c d* ne ſe bande pas préciſément parce qu'elle eſt comprimée, mais parce qu'elle a une certaine diſpoſition à recevoir l'action de la cauſe qui produit le reſſort, quelle que puiſſe être & cette diſpoſition & cette cauſe;

puiſ-

puiſque ſi cette lame très mince étoit de Plomb, elle auroit beau être comprimée toute entiere, & réduite à n'occuper que la longueur des rayons des corps durs A, B, elle pourroit n'acquerir aucune roideur, ni faire perdre au corps A la moindre vîteſſe. Ce n'eſt donc pas le corps A qui fournit la force neceſſaire au bandement qu'elle acquiert lorſqu'elle eſt d'Acier trempé, c'eſt uniquement la cauſe qui produit le reſſort qui lui fournit cette force.

En troiſieme lieu, il ne reſte donc plus que la *réſiſtance* que la lame cd a acquiſe peu-à-peu durant la compreſſion qui ait pû détruire ainſi peu-à-peu, & en degrés égaux en tems égaux, la force Ax & la vîteſſe x du corps A. Mais cette réſiſtance n'a pû détruire dans le corps A la force Ax & la vîteſſe x que de la même façon que la réſiſtance totale de la verge inflexible cd l'y a détruite dans le premier cas, c'eſt-à-dire, en la tranſportant dans le corps B, avec cette ſeule difference, qu'au lieu que dans ce premier cas la réſiſtance de la lame cd étant totale dès le premier inſtant du choc, la force Ax du corps A a été tranſportée tout d'un coup & dès le premier inſtant du choc dans le corps B, & s'y eſt tranformée en Bdx, de telle ſorte que le corps B a reçû dès ce même inſtant toute la vîteſſe dx; au lieu que dans ce cas-ci la réſiſtance de la lame cd étant *nulle* au commencement du choc, ou ne faiſant que de *naître*, & cette lame n'ayant acquis à la fin du premier tems que la réſiſtance infiniment petite dx, cette réſiſtance dx n'a pû

avoir

avoir transporté dans le corps B que la partie infinement petite Adx de la force Ax que le corps A a perdue à la fin de ce premier tems, laquelle force Adx s'y sera transformée en $Bddx$, & aura procuré au corps B la vîteſſe ddx infiniment petite par rapport à la vîteſſe dx que la force Ax lui a procurée dans le cas précédent; & l'on voit clairement que quoi-que le corps A ait d'abord frappé l'extremité c du reſſort avec toute la force Ax qu'il a avant le choc, comme dans le premier cas, & qu'il lui ait communiqué toute ſa vîteſſe x, il arrive cependant par la ſoupleſſe du reſſort, que cette même force Ax & cette même vîteſſe x ne ſe tranſmet pas dès le même inſtant à l'autre extremité d du reſſort, mais qu'il n'y a que la force Adx & la vîteſſe dx qui s'y tranſinette, & que par conſéquent le corps A ne choque le corps B, dans ce premier inſtant, par l'entremiſe du reſſort cd, qu'avec la force Adx & la vîteſſe dx.

Que cette même lame cd n'ayant acquis à la fin du 2d tems que la réſiſtance $2dx$, cette réſiſtance n'a pû avoir tranſporté dans le corps B que la force $2Adx$ que le même corps A a perdue à la fin de ce 2d tems, laquelle force $2Adx$ s'y ſera transformée en $2Bddx$, & aura procuré au corps B la vîteſſe $2ddx$, & ainſi de ſuite, comme on le voit en H. Juſqu'au dernier tems, à la fin duquel la lame cd ayant acquis la réſiſtance x égale à la vîteſſe reſpective du corps A, cette réſiſtance aura achevé de tranſporter dans le corps B toute la force Ax que le même corps A a perdue durant tout le tems qu'a duré la compreſſion

preſſion, laquelle force Ax s'y ſera transformée en $B\,dx$, & aura procuré au centre D du corps B, non dès l'inſtant du choc, ou dès le point D, mais à la fin de la compreſſion, ou au point E, toute la vîteſſe dx qu'il auroit reçûe dès le point D, ſi la lame cd avoit été une verge inflexible.

Par où il paroît clairement que la force Ax du corps A eſt conſtamment demeurée toute entiere dans les mobiles A, B, à chaque inſtant qu'a duré la compreſſion, partie dans l'un & partie dans l'autre, juſqu'au dernier inſtant, à la fin duquel elle a paſſé toute entiere dans le corps B.

VI. D'où je conclus que dans le cas que la réſiſtance du reſſort eſt à chaque inſtant égale à la vîteſſe abſolue que le corps choquant A perd: ou, ce qui revient au même, que la vîteſſe reſpective du corps A eſt conſtante; non ſeulement la force abſolue Ax que le corps A perd peu-à-peu durant tout le tems que dure la compreſſion, a dû à la fin bander le reſſort avec toute cette même force Ax, comme on le voit en F, mais qu'elle a dû en même tems procurer au corps B toute la même vîteſſe dx qu'elle lui auroit procurée dès l'inſtant du choc, ſi la lame cd avoit été inflexible, comme on le voit en H, & que la moitié de l'exercice de cette force Ax du corps A avant le choc a été employée à la production de l'un de ces effets, & ſon autre moitié à la production de l'autre.

Pour concevoir ſenſiblement comment la ſeule force Ax, que le corps choquant A a perdue durant tout le tems qu'a duré ſa compreſ-

preſſion, a pû, ſelon les loix des Mécaniques, produire à la fin de cette même compreſſion les deux effets égaux en force chacun à la même force Ax qui les a produits, ce qui eſt ici le point eſſentiel ; il faut remarquer,

1°. Que le corps A n'ayant perdu à la fin du 1er tems que la partie infiniment petite Adx de ſa force Ax, & la partie infiniment petite dx de ſa vîteſſe abſolue x; & le corps B n'ayant acquis que la même partie Adx de cette force Ax, & la partie ddx infiniment petite de la vîteſſe dx, qu'il auroit acquiſe par toute la force Ax : Dans ce premier inſtant la force Ax du corps A, ſans ſe détruire, s'eſt diviſée en deux parties $Ax-Adx$ & Adx : Que l'une de ces parties $Ax-Adx$, qui eſt reſtée au corps A, lui a fait parcourir l'eſpace $x-dx$, dont il s'eſt approché du centre D, & a comprimé le reſſort de la quantité $x-dx$: Que cette compreſſion a donné lieu à la cauſe generale du Reſſort (à la matiere ſubtile) de bander la lame cd de la quantité dx, ſans qu'aucune partie de la force $Ax-Adx$ ait été employée ou conſommée à cet effet : Qu'enfin l'autre partie Adx de la même force Ax, ayant en même tems paſſé dans le corps B, a procuré à ce corps la vîteſſe ddx.

Que le corps A n'ayant perdu à la fin du 2d tems que les deux parties infiniment petites $2Adx$ de ſa force Ax, & les deux parties infiniment petites $2dx$ de ſa vîteſſe abſolue x, & le corps B n'ayant acquis que les deux mêmes parties $2Adx$ ou $2Bddx$ de

cet-

cette force Ax, & les deux parties $2\,ddx$ de la vîteſſe dx qu'il auroit acquiſe par toute la force Ax: Dans ce 2d inſtant la force Ax du corps A s'eſt de nouveau diviſée ſans ſe détruire en deux parties $Ax - 2\,Adx$ & $2\,Adx$: Que l'une $Ax - 2\,Adx$ qui eſt reſtée au corps A, lui a fait encore parcourir l'eſpace $x - 2\,dx$, dont il s'eſt encore approché du centre D, & a encore comprimé le reſſort de la quantité $x - 2\,dx$: Que cette compreſſion, jointe à la premiere, a donné lieu à la cauſe generale du Reſſort de bander la lame cd de la quantité $2\,dx$, ſans qu'aucune partie de la force $Ax - 2\,Adx$ ait été employée ou conſommée à cet effet: Qu'enfin l'autre partie $2\,Adx$ de la même force Ax, ayant en même tems achevé de paſſer dans le corps B, lui a procuré la vîteſſe $2\,dx$. Et ainſi de ſuite.

2°. D'où il ſuit que la force Ax employée à produire le choc des corps A, B, par l'entremiſe de la lame cd, durant tout le tems que dure le bandement du reſſort, & qui auroit fait parcourir au corps A l'eſpace x dans le premier inſtant, l'eſpace x dans le ſecond, l'eſpace x dans le troiſieme, & ainſi de ſuite, comme on le voit en M, ſi la lame cd ne s'étoit pas roidie: ou l'eſpace dx dans le 1er inſtant, l'eſpace dx dans le ſecond, l'eſpace dx dans le troiſieme. Et ainſi de ſuite, comme on le voit en N, ſi la lame cd avoit été inflexible.

M.	$x.$	$x.$	$x.....x$
N.	$dx.$	$2dx.$	$3dx.....x.$
O.	$Ax-Adx.$	$Ax-2Adx.$	$Ax-3Adx...Ax-Ax.$
P.	$dx.$	$2dx.$	$3dx.....x.$
Q.	$Adx.$	$2Adx.$	$3Adx.....Ax.$
R.	$ddx.$	$2ddx.$	$3ddx.....dx.$

Dans ce cas-ci (le corps A n'ayant parcouru durant le 1er inſtant que l'eſpace $x-dx$, & le corps B que l'eſpace ddx, le même corps A n'ayant parcouru durant le 2d inſtant que l'eſpace $x-2dx$, & le corps B que l'eſpace $2ddx$, le même corps n'ayant parcouru durant le 3me inſtant que l'eſpace $x-3dx$, & le corps B que l'eſpace $3ddx$; & ainſi de ſuite) la force Ax du corps A, qui a produit le choc, s'eſt neceſſairement diſtribuée durant tout le tems qu'a duré le choc en deux ſuites O, Q, dont l'une O a procuré la ſuite P des degrés de roideur du reſſort; & l'autre Q a produit la ſuite R des vîteſſes que le centre D du corps B a ſucceſſivement acquiſe.

Or la ſuite O, qui, commençant par x, va en diminuant de la quantité Adx, & finit à *zero*, eſt viſiblement égale à la ſuite Q, qui, commençant par *zero*, va en augmentant de la même quantité Adx, & finit à x. Il eſt donc évident que dans le cas que la réſiſtance du reſſort eſt égale à la force que le corps choquant A a perdu à chaque inſtant, la force Ax du corps A, avant le choc, employée à produire l'effet qui arrive durant le bandement du reſſort, ſe diviſe en deux parties égales O, Q, dont l'une O eſt employée à tran-

tranſporter la maſſe du corps A vers D, à comprimer en même tems le reſſort, & à lui procurer la roideur qu'il acquiert ſucceſſivement juſqu'au point qu'elle devienne égale à toute la force Ax. Et l'autre partie de cette force eſt en même tems employée à tranſporter la maſſe du corps B, & à lui procurer à la fin du choc la même force Ax, ou Bdx, & la même vîteſſe dx qu'il auroit acquiſe dès l'inſtant du choc par toute la force Ax, ſi la lame cd avoit été inflexible; & que la quantité du tranſport de la maſſe totale des deux mobiles, qui eſt la meſure de la force Ax employée à cet effet durant tout le tems que dure la compreſſion, eſt préciſément égale au tranſport qui auroit été fait de la même maſſe durant le même tems, ſi le corps B avoit reçû dès le premier inſtant du choc toute la même force Ax qu'il n'a reçûe que peu-à-peu. D'où il ſuit que cette force Ax a pû ſuffire pour produire les deux effets dont nous parlons, puiſqu'encore un coup,

Quoique le corps B ait reçû à la fin du choc, par l'entremiſe du reſſort cd, toute la force abſolue $Ax = Bdx$ que le corps A avoit avant le choc, cependant comme il n'a reçû cette force Ax ou Bdx, & la vîteſſe dx que peu-à-peu; qu'il n'en a reçû que la partie Adx ou $Bddx$ & la vîteſſe ddx à la fin du 1er tems: que la partie $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîteſſe $2ddx$ à la fin du 2d tems: que la partie $3Adx$ ou $3Bddx$ & la vîteſſe $3ddx$ à la fin du 3me tems; & ainſi de ſuite juſqu'à la fin du dernier tems, où il a achevé

de recevoir la force Ax ou $B\,dx$, & la vîteſſe dx toute entiere, on voit :

Que la partie $Ax - A\,dx$ de la force Ax du corps A que le corps B a manqué de recevoir durant le 1er tems, n'ayant pas pû demeurer oiſive, mais lui ayant fait effectivement parcourir l'eſpace $x - dx$, a comprimé le reſſort, ou a approché ſon extremité c de d de l'eſpace $x - dx$, ſans qu'on puiſſe dire que cette force $Ax - A\,dx$ ait reçû par-là aucune diminution, puiſqu'on a vû que la compreſſion totale du reſſort pure & ſimple, & deſtituée de roideur, ne peut en faire ſouffrir aucune à toute la force Ax, & (*dem.* 4.) que le tranſport d'un corps, ou des parties de ce corps, n'uſe ou ne diminue point la force qui le tranſporte. Ce n'eſt donc uniquement que l'*exercice* actuel de la force $Ax - A\,dx$, qui n'a point été employée à mouvoir la maſſe commune des mobiles durant ce 1er tems, qui a approché les parties du reſſort les unes des autres, & a fourni le moyen à la cauſe generale du reſſort, de bander ou roidir la lame $c\,d$ de la quantité de force $A\,dx$.

Que ce n'eſt auſſi uniquement que l'*exercice* actuel de la partie $Ax - 2\,A\,dx$ de la même force Ax du corps A que le corps B a manqué de recevoir durant le 2d tems qui a approché l'extremité c du reſſort de ſon autre extremité d de l'eſpace $x - 2\,dx$ qui a fourni le moyen au reſſort $c\,d$, qui s'eſt trouvé déja bandé de la quantité de force $A\,dx$, de ſe bander encore d'une ſeconde quantité de force

ce Adx égale à la précédente, & de ſe trouver par conſéquent bandé à la fin de ce 2d tems de la quantité de force $2Adx$. Par la raiſon qu'il ſuffit ici pour que la cauſe generale du reſſort produiſe ce nouveau degré de roideur Adx dans le reſſort cd, maintenant qu'il eſt baudé de la quantité de force Adx, que ſa partie anterieure c ne s'approche de d que de l'eſpace $x-2dx$, au lieu qu'il a été neceſſaire qu'elle s'en approchât de l'eſpace $x-dx$, lorſque le reſſort n'étoit encore baudé d'aucune quantité de force. Et ainſi de ſuite.

Qu'enfin la ſomme des forces

$Ax-Adx, +Ax-2Adx, +Ax-3Adx \ldots +Adx$

du corps A, employées à comprimer le reſſort, ou à approcher le centre C du corps A du centre D du corps B étant préciſément égale à la ſomme des forces

$Adx \quad +2Adx \quad +3Adx \ldots . +Ax$.

du même corps A, employées à mouvoir le corps B durant tout le même tems qu'a duré la compreſſion, & qui s'eſt transformée en

$Bddx \quad +2Bddx \quad +3Bddx \ldots . +Bdx$;

il ſuit que la force Ax du corps A, avant le choc, a dû produire, par l'entremiſe du reſſort, les deux effets égaux en force à celui qu'elle auroit produit ſans le reſſort, & dont nous avons tant parlé; l'un de procurer au corps B, non dès le premier inſtant du choc, ou au point D, mais à la fin du bandement du reſſort, ou au point E (en lui faiſant parcourir par un mouvement uniformément acceleré, un petit eſpace DE qui n'eſt que la

moitié de celui qu'il auroit parcouru durant tout le tems qu'a duré le choc, ſi les corps durs A, B, ſe fuſſent choqués immédiatement) la même force Ax ou Bdx, & la même vîteſſe dx qu'elle lui auroit procuré dès le premier inſtant du choc, ſi les mobiles ſe fuſſent choqués immédiatement. Et l'autre de bander le reſſort avec une force Ax égale à la précédente, en faiſant parcourir au corps A, par un mouvement uniformément retardé, un petit eſpace KC qui n'eſt que la moitié de celui qu'il auroit parcouru dans le même tems qu'a duré le choc, s'il n'avoit point choqué le corps B. D'où il ſuit que la moitié de l'exercice continuel de la force Ax du corps A, durant tout le tems qu'a duré la compreſſion, a pû produire l'un de ces effets, & ſon autre moitié, l'autre.

Car de tous les principes des Mécaniques, celui qui eſt le mieux reçû, & le plus conforme à toutes les experiences, eſt que *la force neceſſaire pour tranſporter un corps à une certaine diſtance*, comme à celle d'un pied, *ne doit être que la moitié de celle qu'il faut employer pour le tranſporter en un tems pareil à une diſtance double*, comme à celle de 2 pieds.

Or ſi la maſſe des deux corps A, B, avoit reçû dès l'inſtant du choc, ou dès le point D, toute la vîteſſe u qu'elle n'a reçûe qu'au point E; cette maſſe auroit parcouru un eſpace DF double de l'eſpace DE, durant le même tems, qu'en ne recevant toute cette vîteſſe qu'au point E, elle n'a parcouru que l'eſpace DE.

Donc la force qui, en tranſportant la maſſe des

des corps *A*, *B*, de *D* en *E*, lui a donné à la fin la vîteſſe *u*, n'a dû être que la moitié de celle qui l'auroit tranſportée en tems pareil de *D* en *F* avec la même vîteſſe *u*.

Donc dans le choc des corps à reſſort parfait, la moitié de l'exercice de la force que le corps choquant y doit perdre ſelon la loi generale du choc, & qui ſeroit toute entiere neceſſaire pour procurer dès l'inſtant du choc ou dès le point *D* au centre du corps *B*, & par conſéquent à la maſſe commune de ces corps, toute la vîteſſe requiſe par la loi generale du choc, ſi ces corps étoient durs; la moitié, dis-je, de l'exercice de cette force a dû ſuffire pour lui procurer la même vîteſſe, non dès le premier inſtant du choc, ou dès le point *D*, mais à la fin de la compreſſion, ou au point *E*.

Donc par la même raiſon l'autre moitié de l'exercice de cette même force qui a été en même tems employé à la compreſſion du reſſort, a dû ſuffire pour qu'il ſe trouve à la fin bandé avec toute la force que le corps choquant doit perdre ſelon la même loi generale du choc. Et d'ailleurs par la raiſon que le corps choqué *B* n'a pû recevoir la force & la vîteſſe qu'il a reçûe à chaque inſtant de la compreſſion du reſſort qu'à meſure que le reſſort s'eſt bandé; que c'eſt le bandement du reſſort qui lui a procuré cette force & cette vîteſſe; que ce bandement en eſt la cauſe, & que la cauſe ne peut être moindre que l'effet. Raiſons qui doivent ici ſuffire, ſans qu'il ſoit beſoin de repeter celle que nous avons détaillée dans les articles précédens, & dans les-

quels on voit à découvert tout le jeu de cet effet.

VII. On aura peut-être encore de la peine à concevoir comment la force Ax du corps A avant le choc a pû produire dans le corps B la ſuite des forces ou des tranſports de maſſe

$$Adx + 2Adx + 3Adx + 4Adx \ldots + Ax$$

du corps B, dont la ſomme des termes ſemble exceder infiniment la force Ax, & produire en meme tems dans le reſſort la ſomme des compreſſions

$$x - dx + x - 2dx + x - 3dx \ldots\ldots + dx$$

ou des tranſports de maſſe du corps A, qui n'eſt pas un effet moindre que le précédent.

Mais ſi l'on fait attention que la force Ax eſt égale à la ſomme des termes de la ſuite infinie

$$Adx + Adx + Adx + Adx \ldots\ldots + Adx,$$

& que le corps B n'a reçû que ſucceſſivement en tems égaux chacune des parties de cette force, on verra

En premier lieu, que le corps B ayant reçû à la fin du 1er tems la 1re partie Adx de la force Ax; que cette force Adx s'étant transformée en $Bddx$, & ayant procuré au corps B la vîteſſe ddx, on verra, dis-je, que le corps B ayant au commencement du 2d tems la force Adx ou $Bddx$ & la vîteſſe ddx, & continuant ſans ceſſe de l'avoir, ne peut recevoir à la fin de ce même 2d tems la 2de partie Adx de la force Ax, qu'il n'ait dès le même inſtant la force $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîteſſe $2ddx$: Que le corps B ayant au com-

commencement du 3me tems la même force $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîteſſe $2ddx$, & continuant ſans ceſſe de l'avoir, ne peut recevoir à la fin de ce même 3me tems la 3me partie Adx de la force Ax, qu'il n'ait dès le même inſtant la force $3Adx$ ou $3Bddx$ & la vîteſſe $3ddx$, & ainſi de ſuite; & qu'à la fin du dernier tems la derniere partie Adx de la force Ax qu'il reçoit n'acheve de lui donner la force Ax ou Bdx & la vîteſſe dx, qu'il continuera d'avoir après le choc.

En ſecond lieu, on conçoit que le corps B n'ayant reçû durant le 1er tems que la partie infiniment petite Adx de la force Ax, l'autre partie $Ax-Adx$ de cette force, qui eſt reſtée dans le corps A, a neceſſairement produit la compreſſion $x-dx$ à la fin de ce 1er tems: Que le corps B n'ayant reçû durant le 2d tems que la partie $2Adx$ de la force Ax, l'autre partie $Ax-2Adx$, qui eſt reſtée dans le corps A, a neceſſairement produit la compreſſion $x-2dx$ à la fin de ce ſecond tems: Que le corps B n'ayant reçû durant le 3me tems que la partie $3Adx$ de la force Ax, l'autre partie $Ax-3Adx$, qui eſt reſtée dans le corps A, a neceſſairement produit la compreſſion $x-3dx$ à la fin de ce 3me tems. Et ainſi de ſuite.

D'où il ſuit enfin, que quoi-que toutes les parties de la force Ax ayent paſſé ſucceſſivement dans le corps B, cela n'empêche pas que ce corps n'ait reçû la moitié de l'exercice de cette force, & que l'autre moitié de ſon exercice ne ſoit reſtée dans le corps A, & n'ait été en même tems employée à compri-

mer le reſſort, & à lui procurer à la fin de chacun des tems égaux qu'a duré la compreſſion, des degrés égaux de roideur chacun à la force $A\,dx$, qui ont paſſé en même tems dans le corps B, leſquels s'étant joints les uns aux autres, ont produit à la fin toute la force Ax, dont le reſſort ſe trouve bandé à la fin de la compreſſion.

IX. Le corps B ayant donc reçû par la moitié de l'exercice de la force Ax du corps A avant le choc, après avoir parcouru un petit eſpace DE par un mouvement uniformément acceleré, non dès le commencement du choc, ou au point E, toute la force Ax ou $B\,dx$, & toute la vîteſſe dx, qu'il auroit reçûe dès l'inſtant du choc, ou au point D, ſi la verge cd avoit été inflexible. Et le corps A ayant en même tems parcouru, par l'autre moitié de l'exercice de la même force Ax, un autre petit eſpace KC par un mouvement uniformément retardé. Et ayant procuré par-là au reſſort cd, non dès le point K, mais au point C, un bandement égal en force à la force Ax qu'il a perdue, non en fourniſſant la force actuelle & effective neceſſaire à la production de cet effet, mais en comprimant le reſſort, & procurant par ce moyen l'occaſion à la cauſe étrangere, qui produit ſeule la roideur dans le reſſort, lorſqu'on le comprime, de le bander peu-à-peu juſqu'à ce point; on voit bien clairement que le reſſort étant bandé avec toute la force Ax, & venant à ſe débander à l'inſtant avec toute cette même force, la moitié de cette même force Ax du reſſort,

en

en ſe débandant peu-à-peu, procurera encore au corps B, en lui faiſant encore parcourir un autre eſpace EF égal au précédent, un ſecond degré de vîteſſe dx égal au premier; pendant que l'autre moitié de cette même force Ax du reſſort procurera en même tems au corps A la même vîteſſe au point K qu'il avoit avant le choc, en lui faiſant reparcourir en ſens contraire d'un mouvement acceleré le même eſpace DK, de la même façon qu'il a parcouru l'eſpace KD d'un mouvement retardé durant le bandement du reſſort. D'où il ſuit que le corps B aura reçû en avant par le bandement & le débandement du reſſort le double $2Ax$ ou $2Bdx$ de la force Ax que le corps A avoit avant le choc, & que le corps A aura en même tems reçû en arriére la même force Ax qu'il avoit en avant. Ce qu'il falloit expliquer.

X. Mais ſi la réſiſtance du reſſort eſt moindre que nous ne l'avons ſuppoſée ici, on voit bien, par ce que nous avons dit ci-deſſus, *Art.* 4, ſans que nous nous arrêtions à le montrer en détail, que les vîteſſes des mobiles, après le choc total, tant en avant qu'en arriere, ſeront auſſi moindres que celles que nous venons de déterminer, ce qui renferme tous les cas du reſſort imparfait. Et que ſi la compreſſion eſt conſtante, le corps choquant reſtera en repos au point K, & le corps choqué ne recevra que la même vîteſſe dx qu'il auroit reçûe ſelon la loi generale du choc, ce qui eſt le cas des corps qu'on appelle *mous*.

Au reſte il ne faut pas que je neglige ici de remarquer que l'imperfection du reſſort

peut proceder d'une autre cauſe que de celle dont je viens de parler, qui eſt qu'à meſure qu'il eſt comprimé par le corps choquant, & que réſiſtant à ſa compreſſion, il tranſmet le mouvement du corps *A* dans le corps *B*, le reſſort peut s'affaiſſer, ſe corrompre, & ne plus reprendre la même diſpoſition qu'il avoit avant le choc; ce qui ſe connoît, lorſqu'après le choc les mobiles demeurent applatis, ou s'il la reprend, il peut le faire d'une maniere plus lente & moins forte qu'il ne l'a perdue; ce qui produira le même effet.

CONCLUSION GENERALE.

On peut donc recueillir de tout ce que nous venons de dire: Que dans la ſuppoſition que le corps choqué eſt infiniment grand, & que la réſiſtance que le reſſort acquiert à meſure que le corps choquant le comprime par l'action continuelle de la matiere ſubtile, ou par la cauſe generale du reſſort, telle qu'elle puiſſe être; cette réſiſtance, dis-je, eſt à chaque inſtant égale à la vîteſſe que le corps choquant perd en même tems:

1o. Que la vîteſſe reſpective des mobiles, durant tout le tems que dure le choc, eſt conſtamment égale à la vîteſſe abſolue que le corps choquant doit perdre par le choc.

2o. Que par conſéquent le corps choquant doit perdre en tems égaux des quantités égales de force & de vîteſſe juſqu'à ce qu'il ait perdu toute ſa force & ſa vîteſſe abſolue. Et comprimer le reſſort, en parcourant durant tout le tems que dure la compreſſion, un eſpace *KC* uniformément retardé qui ne ſera que la moitié

de

de celui qu'il auroit parcouru en même tems, s'il avoit continué de ſe mouvoir avec la même vîteſſe qu'il avoit au commencement du choc.

3°. Que durant tout le même tems, le reſſort doit ſe bander en tems égaux avec des forces égales à celles que le corps choquant perd en même tems, ſans qu'aucune partie de la force du corps choquant ſoit conſommée à cet effet, lequel procede uniquement de la cauſe generale du reſſort.

4°. Que le corps choqué doit auſſi recevoir dans les mêmes tems égaux des quantités égales de force & de vîteſſe, & parcourir par conſéquent un eſpace DE uniformément acceleré, qui ne ſera que la moitié de celui qu'il auroit parcouru en même tems, s'il s'étoit mû dès le commencement du choc avec toute la vîteſſe qu'il n'a acquiſe qu'à la fin du choc, laquelle doit enfin être égale à la vîteſſe qu'il auroit acquiſe dès le premier inſtant du choc, ſi les corps durs A, B, s'étoient choqués immédiatement.

5°. Que la moitié de l'exercice de la force du corps choquant avant le choc a dû ſuffire pour procurer cette vîteſſe au corps choqué à la fin de la compreſſion du reſſort; & que l'autre moitié de l'exercice de cette même force, qui a été en même tems employée à comprimer le reſſort, a dû pareillement ſuffire pour procurer au reſſort le degré de roideur ou de bandement qu'il a acquis à la fin de la même compreſſion, égal à la force du corps choquant avant le choc.

6°. Que le reſſort étant bandé avec toute la force que le corps choquant avoit avant le choc,

la moitié de cette force a dû ſuffire pour procurer encore au corps choqué B à la fin du débandement du reſſort, un 2d degré de vîteſſe égal au précédent, en lui faiſant parcourir par un mouvement uniformément acceleré, un ſecond eſpace EF égal à celui qu'il a parcouru durant le bandement du reſſort. Et l'autre moitié de cette même force a dû ſuffire pour procurer en même tems à à la fin du débandement du reſſort la même vîteſſe en arriere au corps A qu'il avoit avant le choc; en lui faiſant parcourir par un mouvement uniformément acceleré le même eſpace CK qu'il a parcouru en avant durant le bandement du reſſort par un mouvement uniformément retardé.

Sans qu'on puiſſe dire qu'il y ait rien en tout ceci de contraire aux loix des Mécaniques, & qui ne s'y accorde parfaitement, ainſi que nous venons de le montrer ſi au long.

TROISIEME PARTIE.

Où l'on détermine l'effet du Reſſort dans tous les autres cas du choc où le Corps choqué reçoit une vîteſſe finie.

Suppoſons en troiſieme lieu que le corps B n'eſt pas infiniment grand par rapport au corps A, & que durant le tems que le corps A auroit perdu dans le cas précédent, la partie dx de la vîteſſe x qu'il a avant le choc, le corps B acquiert par ce premier choc une vîteſſe quelconque finie du, par rapport à la

vî-

vîteſſe dx que le corps A auroit perdue en même tems : Que prenant l'integrale u de du, on retranche la vîteſſe u de la vîteſſe x, & qu'on nomme y le reſte de cette vîteſſe, enſorte qu'on ait $x - u = y$, ou $x = u + y$. Et je dis ;

1°. Que le corps A perdra, comme dans le cas précédent, en tems égaux des degrés égaux de la force Ay & de la vîteſſe y qu'il doit perdre par le choc, ſelon la loi generale ; & que l'autre partie Au de ſa force Ax, & l'autre partie u de ſa vîteſſe x demeurera conſtante dans le corps A durant tout le tems de la compreſſion.

2°. Qu'il n'y aura que la partie Ay de la force $Ax = Au + Ay$ du corps choquant A avant le choc qui procure au reſſort la roideur & le bandement, & au corps B la force & la vîteſſe qu'il doit acquerir par le choc ; & que cette force Ay produira ces deux effets de la même façon qu'elle l'auroit fait ſi le corps choquant A n'avoit eu avant le choc que cette force Ay, & que le centre D fût demeuré immobile.

3°. Que l'autre partie Au de la force $Ax = Au + Ay$, qui demeurera conſtante dans le corps A, durant tout le bandement du reſſort, ne produira d'autre effet dans le choc que de pourſuivre le centre D du corps B dans ſa fuite, & de maintenir à chaque inſtant la force y en état de produire le même effet dans le choc que ſi elle avoit été ſeule, & que le centre D eût été immobile.

4°. Que par conſéquent le reſſort ſe bandera en tems égaux avec des forces égales,

& que le centre *D* du corps *B* acquerra de même en tems égaux des degrés égaux de force & de vîteſſe.

5°. Qu'à la fin du choc la force *Ay* procurera au reſſort la roideur ou le bandement *Ay*, & au corps *B* la force *Ay* qui ſe transformera en *Bu*, & la vîteſſe *u* qu'il auroit acquiſe dès l'inſtant du choc, ſi les mobiles, étant durs, ſe fuſſent choqués immédiatement, & qu'il n'y eût point eu de reſſort à bander.

6°. Qu'enfin l'exercice de la moitié de la force *Ay* ſera ſuffiſante pour produire, par l'entremiſe du reſſort, le premier de ces effets, & l'exercice de ſon autre moitié, ſuffiſante pour produire le ſecond, ſelon toutes les loix des Mécaniques.

PREPARATION.

Pour démontrer tous ces points, il faut d'abord remarquer,

EN PREMIER LIEU.

Que ſi, comme dans le cas précédent, la vîteſſe du corps *A* avant le choc étoit *y*, & le centre du corps *B* immobile, on verroit, en ſubſtituant dans les ſuites *E*, *F*, *G*, *y* à la place de *x*, & *dy* à la place de *dx* (*Voyez la Table.*)

1°. Qu'à la fin du 1er tems, la vîteſſe abſolue du centre *C* du corps *A*, & par conſéquent l'eſpace qu'il auroit parcouru, & dont il ſe ſeroit approché du centre *D* du corps *B*,

B, ſeroit $y - dy$: que la force du bandement du reſſort, & ſa réſiſtance ſeroit dy: & que ſa vîteſſe reſpective ſeroit y.

2o. Qu'à la fin du 2d tems la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il auroit encore parcouru, & dont il ſe ſeroit approché du centre D du corps B, ſeroit $y - 2\,dy$: que la force du bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſeroit $2\,dy$: & que la vîteſſe reſpective ſeroit y.

3o. Qu'à la fin du 3me tems la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il auroit encore parcouru, & dont il ſe ſeroit encore approché du centre D du corps B, ſeroit $y - 3\,dy$: que la force du bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſeroit $3\,dy$: & que la vîteſſe reſpective ſeroit y. Et ainſi de ſuite, juſqu'au dernier tems.

4o. Qu'à la fin du dernier tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A ſeroit $y - y = 0$: que l'eſpace qu'il auroit encore parcouru, & dont il ſe ſeroit encore approché du centre D durant ce dernier tems ſeroit dy: que la force du bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſeroit y: & que la vîteſſe reſpective ſeroit y, & égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en E, F, G, en ſubſtituant y à la place de x, ainſi que nous l'avons déja dit.

En second lieu.

Que ſi nous diſtinguons dans la vîteſſe x, que le corps choquant A a avant le choc, deux par-

parties quelconques, u & y, de ſorte que nous ayons $x = u + y$, nous verrons de même, en ſuppoſant toûjours que le centre D eſt immobile, & ſubſtituant dans les ſuites précédentes $u + y$ à la place de x, & $du + dy$ à la place de dx,

1°. Qu'à la fin du 1er tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $u - du + y - dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $du + dy$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$.

2°. Qu'à la fin du 2d tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $u - 2du + y - 2dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $2du + 2dy$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$.

3°. Qu'à la fin du 3me tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $u - 3du + y - 3dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $3du + 3dy$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$. Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems.

4°. Qu'à la fin du dernier tems, la vîteſſe abſolue du centre C du corps A ſera $u - u + y - y = 0$: que l'eſpace qu'il aura encore parcouru, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B ſera $du + dy$: que le bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſera $u + y$: & que la vîteſſe reſpective ſera $u + y$,

$u + y$, & égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en p, q, r. Mais

EN TROISIEME LIEU.

Si la vîteſſe du corps A demeure toûjours x ou $u + y$; que par conſéquent le corps A choque l'extremité C du reſſort avec toute la force Ax, ou $Au + Ay$, & lui communique dès le premier inſtant du choc toute ſa vîteſſe x, ou $u + y$: que dès le même inſtant l'autre extremité D du reſſort reçoive, comme dans le cas précédent, la vîteſſe dx, ou $du + dy$: que par conſéquent le corps A frappe le corps B dans ce premier inſtant par l'entremiſe du reſſort cd, non avec toute la force Ax, comme dans le premier cas, mais avec la force Adx, ou $Adu + Ady$, comme dans le ſecond: & que le corps B ne ſoit pas infiniment grand (auquel cas il recevroit toute la force Adx, avec laquelle le corps A le choqueroit, & la vîteſſe ddx) mais que B ſoit de telle grandeur par rapport à A, qu'il reçoive la partie finie du de la vîteſſe dx ou $du + dy$ avec laquelle le corps A le choque durant ce premier inſtant. Alors je dis,

POUR LE PREMIER TEMS.

1°. * Que le corps A qui auroit perdu à la fin

* *Il faut avoir grand ſoin, en même tems qu'on lit tout ceci, de jetter continuellement les yeux ſur la Table qui eſt à la fin.*

fin du 1er tems la force $A\,dx$, ou $A\,du + A\,dy$, & la vîteſſe dx, ou $du + dy$, ſi le corps B avoit été infiniment grand, comme dans le cas précédent, & dont la vîteſſe abſolue, & par conſéquent l'eſpace que ſon centre C auroit parcouru, & dont il ſe ſeroit approché du centre D du corps B, auroit été $u - du + y - dy$, comme on le voit en p. Dans ce cas-ci le corps A, qui ne doit pas perdre tant de force, ni en tant communiquer au corps B, retiendra, ſelon la loi generale du choc, la partie $A\,du$ de la force $A\,dx = A\,du + A\,dy$, & la partie du de la vîteſſe $dx = du + dy$ qu'il auroit perdue dans le cas précédent, pour aller dans ce cas-ci de compagnie avec le corps B, & ne perdra que la force $A\,dy$ qu'il communiquera au corps B, & qui ſe transformera en $B\,du$, ce qui eſt tout évident. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 1er tems, la vîteſſe du corps B ſera du, comme on le voit en O.

2o. Que la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru durant ce premier tems ne ſera pas $u - du + y - dy$, comme dans le cas précédent, mais $u + y - dy$, comme on le voit en P, puiſque le corps A n'a pas perdu la force $A\,du$, ni par conſéquent la vîteſſe du.

3o. Que l'eſpace dont il ſe ſera approché du centre D ne ſera pas égal, comme dans le cas précédent, à l'eſpace $u + y - dy$ qu'il a parcouru, puiſque dans ce cas-ci le corps B a fui de l'eſpace du, mais cet eſpace ſera $u - du + y - dy$, égal à l'eſpace dont

dont il s'en eſt approché dans le cas précédent, comme on le voit en ϕ & en p. Ce qu'il faut bien remarquer.

4o. Que quoique dans ce cas-ci l'eſpace $u - du + y - dy$, dont le centre C du corps A s'eſt approché du centre D du corps B, ſoit égal à l'eſpace dont il s'en eſt approché dans le cas précédent, cependant la réſiſtance du reſſort, produite par cette compreſſion, ne ſera pas dans ce cas-ci dx, ou $du + dy$, comme dans le cas précédent, mais ſeulement dy, comme on le voit en Q.

Par la raiſon que le centre D ayant fui de la quantité du, la partie u de la vîteſſe x, ou $u + y$ de l'extremité c du reſſort, en produiſant la partie $u - du$ de la compreſſion totale $u - du + y - dy$, & la vîteſſe du à l'autre extremité D du reſſort, qui ne s'y eſt pas détruite comme dans le cas précédent, mais qui a ſervi à pourſuivre le centre D du corps B dans ſa fuite du, n'a pû produire dans le reſſort la roideur du qu'il y auroit produite, ſi elle s'y étoit détruite comme dans le cas précédent. Au lieu que l'autre partie y de la vîteſſe x ou $u + y$ qui a produit l'autre partie de la compreſſion $y - dy$ du reſſort cd, & la vîteſſe dy à ſon autre extremité d s'y étant détruite, a produit la roideur dy dans le reſſort, de la même façon que dans le cas précédent, la vîteſſe x ou $u + y$ y a produit la roideur dx ou $du + dy$.

5o. Que par conſequent la vîteſſe reſpective qui auroit été $u + y$, comme on le voit en r, ſi le centre D n'avoit pas fui avec la vîteſſe du, & que le reſſort ſe fût bandé de

la

la quantité de force $du + dy$, comme dans le cas précédent, ne ſera dans ce cas-ci que $u - du + y$, comme on le voit en R, puiſque le centre D du corps B a fui avec la vîteſſe du, & que le reſſort ne s'eſt bandé que de la quantité de force $A\,dy$ ou dy.

6o. D'où il ſuit clairement que dans le cas que le centre D du corps B acquiert à la fin du 1er tems la force $A\,dy$ ou $B\,du$, & la vîteſſe du;

I. La force Ax ou $Au + Ay$, & la vîteſſe abſolue x, ou $u + y$ du corps A avant le choc, ne diminue que de la quantité infiniment petite $A\,dy$ de ſa partie Ay ou y, & ni plus ni moins qu'elle auroit diminué, ſi elle n'avoit été que Ay ou y, & que le centre D eût été immobile, c'eſt-à-dire, que la force Ax devient $Au + Ay - A\,dy$, & la vîteſſe x devient $u + y - dy$.

II. Que l'autre partie Au de la force Ax, & l'autre partie u de la vîteſſe x demeure conſtante, & que la quantité de force $A\,du$, dont le reſſort ſe ſeroit bandé, & que le corps B auroit reçû à la fin de ce premier tems, ſi le centre D n'avoit pas fui avec la vîteſſe du, a été employée à pourſuivre le centre D.

III. Que par conſéquent la vîteſſe u n'a point contribué à bander le reſſort, ni à mouvoir le corps B, & qu'elle n'a produit d'autre effet, en le comprimant de la quantité $u - du$, que de procurer à l'extremité D du reſſort la vîteſſe du par laquelle le corps A a pourſuivi le centre D du corps B dans ſa fuite, en même tems que la force Ay lui a pro-

procuré la force $B\,du$ & la vîteſſe du, & de tenir la vîteſſe y en état de bander le reſſort de la même façon qu'elle l'auroit bandé, ſi elle avoit été ſeule, & que le centre D n'eût pas fui, ou fût demeuré immobile. Car il eſt bien clair qu'afin que l'extremité d du reſſort cd acquiere la vîteſſe du qui lui eſt neceſſaire pour pourſuivre le centre D du corps B dans ſa fuite du, il faut que ſon autre extremité c parcoure le même eſpace $u - du$ qu'elle auroit dû parcourir pour le comprimer de la quantité du, ainſi qu'il ſeroit arrivé, ſi le centre D n'avoit pas fui.

IV. Que la réſiſtance du reſſort à la fin de ce 1er tems étant Ady, ou égale à la force Ady que le corps A a perdue, eſt telle qu'elle l'auroit été, ſi le corps A n'avoit eu dès le commencement du choc que la force Ay & la vîteſſe abſolue y, & que le centre D eût été immobile.

V. Que la vîteſſe reſpective étant $u - du + y$ dans ce cas, au lieu d'être $u + y$ comme dans l'autre, la partie y de la vîteſſe reſpective x eſt demeurée conſtante, tandis que ſon autre partie u a diminué, & eſt devenue $u - du$.

VI. Qu'enfin la partie Au de la force Ax ou $Au + Ay$ du corps A n'ayant produit à la fin de ce 1er tems d'autre effet dans le choc des corps A & B, que de procurer à l'extremité D du reſſort la vîteſſe du par laquelle il pourſuit le centre D du corps B, en le comprimant de la quantité $u - du$ (ce qui ne doit point diminuer cette force, ainſi que nous l'avons expliqué ſi au long dans le cas pré-

précédent) on voit que par ce moyen la partie Au de la force Ax ou $Au + Ay$ ne faisant que maintenir son autre partie Ay en état de produire le même effet sur le ressort que si le centre D ne fuyoit pas à son égard avec la vîtesse du; on voit, dis-je, que quoique la vîtesse respective $u - du + y$ ait diminué de la quantité du à la fin du 1er tems, & qu'elle ne soit pas demeurée constante, comme elle l'auroit été si le centre D n'avoit pas fui avec la vîtesse du, cette diminution n'empêche pas que le second choc que les corps A & B recevront à la fin du 1er tems, ou au commencement du second, ne soit égal au premier choc que nous venons de déterminer, & que la vîtesse respective y, qui y est demeurée constante, n'y produise le même effet durant le 2d tems qu'elle y a produit durant le 1er tems, ni qu'on ne puisse par conséquent dire par les mêmes raisons qu'auparavant, sans qu'il soit necessaire de les repeter tout au long,

POUR LE SECOND TEMS.

1°. Qu'au commencement du 2d tems, le corps B recevra un second choc égal au premier. D'où il suit que son centre D, qui a déja acquis par le premier choc la vîtesse du à la fin du 1er tems, recevra à la fin du 2d tems un nouveau degré de vîtesse du, comme on le voit en O.

2°. Que la vîtesse absolue du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru durant ce 2d tems, ne sera pas

pas $u - 2\,du + y - 2\,dy$, comme dans le cas précédent, mais $u + y - 2\,dy$, comme on le voit en P, puiſque la quantité $2\,A\,du$, que le corps A auroit perdue par le choc durant ce 2d tems, & qui auroit paſſé dans le corps B, s'il eût été infiniment grand, eſt demeurée dans le corps A, & n'a été employée ni à bander le reſſort, ni à mouvoir le corps B, par les raiſons ſuſdites, mais ſeulement à pourſuivre ſon centre D dans ſa fuite $2\,du$.

3°. Que l'eſpace dont il ſe ſera approché du centre D, ne ſera pas, comme dans le cas précédent, égal à l'eſpace $u + y - 2\,dy$ qu'il a parcouru, puiſque dans ce cas-ci le corps B a fui durant ce 2d tems de l'eſpace $2\,du$, mais cet eſpace ſera $u - 2\,du + y - 2\,dy$, comme on le voit en φ.

4°. Que quoique dans ce cas-ci la compreſſion du reſſort (ou l'eſpace $u - 2\,du + y - 2\,dy$, dont le centre C s'eſt approché du centre D) ait été égale à celle du cas précédent, la quantité du bandement ou de la roideur que le reſſort a acquiſe durant ces deux premiers tems, n'a pas été $2\,du + 2\,dy$, comme dans l'autre cas, & qu'on le voit en q; mais qu'elle a été ſeulement $2\,dy$, comme on le voit en Q, & égale à la quantité de force $2\,A\,dy$ que le corps A a perdue durant ces deux premiers tems, & que le corps B a reçue par l'entremiſe du reſſort cd, & qui s'eſt transformée en $2\,B\,du$.

5°. Que par conſéquent la vîteſſe reſpective qui auroit été $u + y$, comme on le voit en r, ſi le centre D n'avoit pas fui avec la vîteſſe du, & que le reſſort ſe fût bandé de la quan-

quantité de force $2\,du + 2\,dy$, comme dans le cas précédent, ne ſera dans ce cas-ci que $u - 2\,du + y$, comme on le voit en R, puiſque le centre D du corps B a fui avec la vîteſſe $2\,du$, & que le reſſort ne ſe trouve bandé que de la quantité de force $2\,A\,dy$ ou $2\,dy$.

6°. D'où il ſuit, par toutes les raiſons que nous avons détaillées ci-deſſus, que le troiſieme choc ſera égal au premier. Et qu'on pourra par conſéquent dire,

POUR LE TROISIEME TEMS.

1°. Qu'à la fin du 3me tems, la vîteſſe du corps B ſera $3\,du$, comme on le voit en O.

2°. Que la vîteſſe abſolue du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru durant ce 3me tems, ſera $u + y - 3\,dy$, comme on le voit en P.

3°. Que la compreſſion du reſſort, ou l'eſpace dont le centre C ſe ſera approché du centre D, ſera $u - 3\,du + y - 3\,dy$, comme on le voit en φ.

4°. Que la quantité du bandement du reſſort ſera $3\,dy$, comme on le voit en Q, & égale à la quantité de force $3\,A\,dy$ ou $3\,B\,du$ que le corps B a reçue.

5° Que par conſéquent la vîteſſe reſpective ſera $u - 3\,du + y$, comme on le voit en R.

6°. Et qu'enfin le choc que les mobiles recevront à la fin de ce 3me tems, ou au commencement du 4me, ſera égal au premier. Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems.

POUR

POUR LE DERNIER TEMS.

1°. Qu'à fin du dernier tems, la vîteſſe du centre D du corps B, & par conſéquent de la maſſe commune des mobiles A & B (au lieu d'être du, comme à la fin du 1er tems: ou $2\,du$, comme à la fin du 2d tems: ou $3\,du$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera u à la fin du dernier tems, comme on le voit vers O.

2° Que la vîteſſe abſolue du corps A (au lieu d'être $u + y - dy$, comme à la fin du 1er tems: ou $u + y - 2\,dy$, comme à la fin du 2d tems: ou $u + y - 3\,dy$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera $u + y - y = u$ à la fin du dernier tems, comme on le voit vers P.

3°. Que la quantité de la compreſſion, ou l'eſpace dont le centre C ſe ſera approché du centre D (au lieu d'être $u - du + y - dy$, comme à la fin du 1er tems: ou $u - 2\,du + y - 2\,dy$, comme à la fin du 2d tems: ou $u - 3\,du + y - 3\,dy$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera $u - u + y - y$ à la fin du dernier tems, comme on le voit en φ; & par conſéquent $du + dy$ au commencement de ce dernier tems.

4°. Que la force avec laquelle le reſſort ſe ſera bandé (au lieu d'être dy, comme à la fin du 1er tems: ou $2\,dy$, comme à la fin du 2d tems: ou $3\,dy$, comme à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite) ſera y à la fin du dernier tems, comme on le voit vers Q.

5°. Que la vîteſſe reſpective, au lieu d'être

$u - du + y$, comme à la fin du 1er tems: ou $u - 2du + y$, comme à la fin du 2d tems: ou $u - 3du + y$, comme à la fin du 3me tems: & ainſi de ſuite) ſera $u - u + y = y$ à la fin du dernier tems, & égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en *R*.

6o. D'où il ſuit qu'au lieu que dans la ſuppoſition de l'immobilité du centre *D*, les degrés égaux *Adx*, *Adx*, *Adx*, *Adx*, &c. de la force *Ax* du corps *A* avant le choc ſe ſeroient comme perdus ou diſſipés dans la maſſe immenſe du corps *B* à meſure que cette force *Ax* auroit diminué ſelon la ſuite $Ax - Adx$, $Ax - 2Adx$, $Ax - 3Adx$, &c. juſqu'à devenir $Ax - Ax$ ou *zero*; & que le reſſort ſe ſeroit bandé ou roidi à chaque inſtant d'une pareille quantité de force *Adx* que la cauſe generale du reſſort y auroit produite, & ſeroit devenue *Adx*, $2Adx$, $3Adx$, &c. & enfin *Ax*, à meſure que le reſſort ſe ſeroit comprimé, ou que le centre *C* ſe ſeroit approché du centre *D* des eſpaces $x - dx$, $x - 2dx$, $x - 3dx$, &c. ce qui auroit rendu la vîteſſe reſpective conſtante, & égale à chaque inſtant à la vîteſſe abſolue *x*; on voit ici (dans la ſuppoſition que le centre *D* & la maſſe entiere des mobiles par conſéquent, reçoit à la fin du 1er tems le degré de force *Ady*, & que ce degré de force ſe transforme en *B du*, & lui procure la vîteſſe *du*)

I. Que le centre *D* & la maſſe des mobiles par conſéquent, acquerra en tems égaux des degrés de vîteſſe égaux, & qu'elle tendra à ſe mouvoir à la fin du 1er tems avec la vîteſſe commune *du*: A la fin du 2d tems, avec

vec la vîteſſe commune $2du$: A la fin du 3me tems, avec la vîteſſe commune $3du$: Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, à la fin duquel elle tendra à ſe mouvoir avec la vîteſſe commune u, comme on le voit en O.

II. Qu'à la fin de chacun de ces mêmes tems égaux, la partie y de la vîteſſe abſolue x, ou $u+y$, du corps A avant le choc, perdra des degrés de viteſſe égaux, dy, dy, dy, &c. tandis que ſon autre partie u demeurera conſtante : c'eſt-à-dire, que la viteſſe abſolue x ou $u+y$ du corps A avant le choc ſera devenue $u+y-dy$ à la fin du 1er tems : $u+y-2dy$ à la fin du 2d tems : $u+y-3dy$ à la fin du 3me tems : & ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, à la fin duquel elle deviendra $u+y-y=u$, ou égale à la viteſſe u que le centre D a acquiſe à la fin de ce dernier tems, comme on le voit en P.

III. Que la compreſſion du reſſort ou l'eſpace dont le centre C du corps A ſe ſera approché du centre D du corps B, diminuera en tems égaux en degrés égaux, $du+dy$, $du+dy$, $du+dy$, &c. c'eſt-à-dire, qu'elle ſera $u-du+y-dy$ à la fin du 1er tems : $u-2dy+y-2dy$ à la fin du 2d tems : $u-3du+y-3dy$ à la fin du 3me tems. Et ainſi de ſuite, comme on le voit en φ.

IV. Qu'à la fin de chacun ces mêmes tems égaux, le bandement du reſſort, & ſa réſiſtance par conſéquent, augmentera en degrés de force égaux, dy, dy, dy, &c. c'eſt-à-dire, qu'elle deviendra dy à la fin du 1er tems : $2dy$ à la fin du 2d tems : $3dy$ à la fin du 3me

tems: Et ainſi de ſuite juſqu'à la fin du dernier tems, où elle deviendra y, & égale à la force Ay, ou à la viteſſe abſolue y que le corps choquant A a perdue par le choc, comme on le voit en Q.

V. Que quoique la partie y de la viteſſe abſolue x, ou $u + y$, du corps A avant le choc, ait diminué en tems égaux des quantités égales dy, dy, dy, &c. cependant la même partie y de ſa viteſſe reſpective x eſt demeurée conſtante, & qu'il n'y a eu que ſon autre partie u qui ait diminué des mêmes quantités du, du, du, &c. dont la viteſſe du centre D s'eſt accrûe; c'eſt-à-dire, qu'à la fin du 1er tems la viteſſe reſpective du corps A a été $u - du + y$: qu'à la fin du 2d tems elle a été $u - 2du + y$: qu'à la fin du 3me tems elle a été $u - du + y$: Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, à la fin duquel elle eſt devenue $u - u + y = y$, ou égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en R, & comme il ſeroit arrivé ſi le corps A n'avoit eu que la vîteſſe y, & que le centre D fût demeuré immobile.

VI. Que quoique la quantité de la compreſſion du reſſort ait été $u - du + y - dy$ à la fin du 1er tems: $u - 2du + y - 2dy$ à la fin du 2d tems: $u - 3du + y - 3dy$ à la fin du 3me tems, & ainſi de ſuite, comme on le voit en p; cependant la compreſſion qui a produit le 1er degré dy du bandement du reſſort à la fin du 1er tems, n'a été que la partie $y - dy$ de la compreſſion totale $u - du + y - dy$, & que ſon autre partie $u - du$ n'a produit à l'extremité d du reſſort que la vîteſſe du par la-

laquelle le centre *C* du corps *A* a pourſuivi par l'entremiſe du reſſort *c d* le centre *D* du corps *B* dans ſa fuite: Que la compreſſion, qui a produit les deux degrés 2 *dy* du bandement du reſſort à la fin du 2d tems, n'a été que la partie $y - 2dy$ de la compreſſion totale $u - 2du + y - 2dy$, jointe à la précédente $y - dy$; Et que ſon autre partie $u - 2du$, jointe à la précédente $u - du$, n'a produit à l'extremité *d* du reſſort que les deux degrés de vîteſſe 2 *du* par laquelle le centre *D* du corps *A* a pourſuivi, par l'entremiſe du reſſort *c d*, le centre *D* dans ſa fuite. Et ainſi de ſuite.

VII. D'où il ſuit que partie *u* de la vîteſſe *x* ou $+ y$ du corps *A* avant le choc n'a pas contribué à bander le reſſort, mais qu'elle a ſeulement procuré à ſon extremité *d* la vîteſſe neceſſaire à pourſuivre le centre *D*, en même tems que l'autre partie *y* de la force *x* lui a procuré cette vîteſſe, en comprimant le reſſort des quantités $y - dy$, $y - 2dy$, $y - 3dy$, &c. & a bandé en même tems le reſſort de la même façon qu'il l'auroit fait, ſi le corps *A* n'avoit eu avant le choc que la vîteſſe *y*, & que le centre *D* du corps *B* fût demeuré immobile.

VIII. Si bien que quoique la partie *u* de la force *x* ou $u + y$ du corps *A* avant le choc ait comprimé le reſſort du côté de *c* de la quantité $u - du$ durant le 1er tems: de la quantité $u - 2du$ durant le 2d tems: de la quantité $u - 3du$ durant le 3me tems: & ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, durant lequel il ne l'a comprimé que de la quantité *du*.

Pendant que ſon autre partie y l'a comprimé de la quantité $y - dy$ durant le 1er tems: de la quantité $y - 2dy$ durant le 2d tems: de la quantité $y - 3dy$ durant le 3me tems: & ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, durant lequel il ne l'a comprimé que de la quantité dy. Cependant comme le reſſort s'eſt en même tems déployé du côté de d de la quantité du durant le 1er tems : de la quantité $2du$ durant le 2d tems : de la quantité $3du$ durant le 3me tems : & ainſi de ſuite juſqu'au dernier tems, durant lequel il s'eſt déployé de toute la quantité $u - du$; & que les ſommes des termes de chacune des deux progreſſions

$$\begin{array}{llll} u-du. & +u-2du. & +u-3du..... & +du \\ du & +2du & +3du... & +u-du \end{array}$$

ſont égales, la compreſſion totale que la force u a produit dans le reſſort s'eſt entierement évanouïe à la fin du dernier tems, & il ne lui eſt reſté que celle que la force y y a produite, de la même façon qu'elle l'auroit fait ſi elle eût été ſeule, & que le centre D n'eût pas fui; c'eſt-à-dire, que le reſſort ne s'eſt trouvé comprimé à la fin du dernier tems que de la quantité

$$y-dy. \quad +y-2dy. \quad +y-3dy..... \quad +dy$$

laquelle compreſſion a dû enfin procurer au reſſort la roideur y, & au corps B la vîteſſe u, comme nous l'avons expliqué dans le cas précédent.

IX. D'où il ſuit, 1o. Que le corps B n'a dû recevoir à la fin de la compreſſion que la for-

force Ay que le corps A doit perdre ſelon la loi generale du choc, & que la vîteſſe u que cette force Ay doit lui procurer ſelon la même loi, en ſe transformant en Bu.

2o. Que le ſecond degré de vîteſſe que le reſſort, en ſe débandant, a dû donner au corps B, n'a dû être que u.

3o. Qu'il n'a dû procurer en arriere au corps B que la viteſſe y, dont une partie devant être employée à détruire la vîteſſe u qui lui reſte à la fin de la compreſſion, a dû ſe réduire à $y - u$.

REMARQUE.

Pour ne negliger aucun moyen de donner l'intelligence d'un point ſi délicat, & repreſenter tout le jeu du reſſort à l'imagination même, ſuppoſons toûjours que le corps A avec la force Ax & la vîteſſe x choque B: que ſelon la loi generale du choc, A doive perdre en choquant B, la partie Ay de ſa force Ax, & la partie y de ſa vîteſſe x: que nommant Au l'autre partie $Ax - Ay$ de ſa force Ax, on ait $Ax = Au + Ay$; je dis,

1o. Que l'on peut diſtribuer l'eſpace

$x \quad +x \quad +x \ldots\ldots +x$

ou $u+y \quad +u+y \quad +u+y \ldots\ldots +u+y$

que le corps A auroit parcouru durant tout le tems qu'a duré le choc, ſi la lame cd ne s'étoit pas roidie, en ces quatre Suites

$A. \quad du \quad +2du \quad +3du \ldots\ldots +u$

$B. \quad u-du \quad +u-2du \quad +u-3du \ldots\ldots +u-u$

$C. \quad y-dy \quad +y-2dy \quad +y-3dy \ldots\ldots +y-y$

$D. \quad dy \quad +2dy \quad +3dy \ldots\ldots +y$

2°. Que ſi l'on prend DE (*Fig.* 2.) pour l'eſpace

$$A = du + 2du + 3du : \ldots\ldots + u$$

que le centre D du corps B a parcouru durant tout le même tems qu'a duré la compreſſion : Qu'on faſſe CO à DE, comme la maſſe du corps B eſt à celle du corps A : Qu'on prenne $OL = DE$, & $LK = OL = DE$, on verra clairement que KC ſera l'eſpace

$$u+y-dy.+u+y-2dy.+u+y-3dy\ldots+u+y-y$$

que le corps A aura parcouru durant la compreſſion, & que cet eſpace ſera égal à la ſomme des termes des trois Suites precedentes $A.\ B.\ C.$ c'eſt-à-dire, qu'on aura

$$KC = du + 2du + 3du\ldots\ldots + u = KL$$
$$+u-du.+u-2du.+u-3du\ldots+u-u = LO$$
$$+y-dy.+y-2dy.+y-3dy\ldots.+y-y = OC$$

3°. Que le corps A, en parcourant durant le 1er tems la partie $y - dy$ de l'eſpace OC, a comprimé le reſſort de cette même quantité, & lui a procuré par cette compreſſion la roideur dy, & au corps B la vîteſſe du, & a produit le premier de ces effets par la partie $Ay - Ady$ de ſa force Ay, & le ſecond par l'autre partie Ady de cette même force Ay : Que le même corps A, en parcourant en même tems la partie $u - du$ de l'eſpace OL, a comprimé le reſſort de cette même quantité, & a procuré par cette compreſſion à ſon extremité d la vîteſſe du, par laquelle il a pourſuivi le centre D du corps B dans ſa fuite du, ſans procurer au reſſort aucune roideur : Qu'enfin le même corps A a parcouru

en

en même tems la partie du de l'eſpace KL ſans comprimer le reſſort, cette vîteſſe n'ayant ſervi qu'à pourſuivre toute la maſſe du reſſort cd dans ſa fuite du, & à le maintenir en état de continuer ſon jeu durant l'inſtant ſuivant, en ſuppléant à l'effet de la réſiſtance du qu'il n'a point acquiſe par la compreſſion $u - du$. Si bien que par ce moyen le reſſort ſe trouve à la fin de ce 1er inſtant, ou au commencement du 2d, dans le même état de force par rapport au corps B que s'il avoit été bandé de la quantité du par la compreſſion $u - du$.

4o. Que le corps A, en parcourant encore durant le 2d tems la partie $y - 2\,dy$ de l'eſpace OC, a encore comprimé le reſſort de cette même quantité, & lui a procuré par cette ſeconde compreſſion, jointe à la premiere $y - dy$, ou par la compreſſion totale $y - dy + y - 2\,dy$, la roideur $2\,dy$ & au corps B la vîteſſe $2\,du$, & a produit le premier de ces effets par la partie $Ay - 2\,Ady$ de ſa force Ay, & le ſecond par l'autre partie $2\,Ady$ de cette même force Ay: Que le même corps A, en parcourant en même tems la partie $u - 2\,du$ de l'eſpace LO, a comprimé le reſſort de cette même quantité, & a procuré par la compreſſion $u - du + u - 2\,du$ à ſon extremité D la vîteſſe $2\,du$ par laquelle il a pourſuivi le centre D du corps B dans ſa fuite $2\,du$ ſans lui procurer aucune roideur: Qu'enfin le même corps A a parcouru en même tems la partie $2\,du$ de l'eſpace KL ſans comprimer le reſſort, cette vîteſſe $2\,du$ n'ayant ſervi qu'à pourſuivre toute la maſſe:

du reſſort $c\,d$ dans ſa fuite $2\,du$, & à le maintenir en état de continuer ſon même jeu durant l'inſtant ſuivant. Et ainſi de ſuite.

5°. Qu'enfin le corps A a manqué de parcourir l'eſpace $dy + 2\,dy + 3\,dy \ldots + y$, qu'il auroit encore parcouru, ſi la lame $c\,d$ ne s'étoit point roidie.

De ſorte qu'à la fin de la compreſſion, lorſque le centre C du corps A ſera arrivé de K en C par un mouvement uniformément retardé, & que le centre D du corps B ſera en même tems arrivé de D en E par un mouvement uniformément acceleré, le reſſort ne ſe trouvera comprimé que de la quantité de l'eſpace

$$OC = y - dy + y - 2\,dy + y - 3\,dy \ldots + dy,$$

& que cet eſpace $O\,C$ ne ſera que la moitié de celui que le centre C du corps A auroit parcouru durant le même tems d'un mouvement uniforme par la partie Ay de ſa force $Ax = Au + Ay$, ſi le reſſort $c\,d$ ne lui avoit pas fait de réſiſtance: au lieu que l'eſpace $K\,O$, que le centre C du corps A a en même tems parcouru par l'autre partie Au de cette même force Ax, eſt égal à l'eſpace $u. + u. + u \ldots + u$, que le corps A auroit parcouru durant tout le tems qu'a duré la compreſſion, s'il n'avoit eu que la force Au & la vîteſſe u avant le choc, & que la lame $c\,d$ ne lui eût point fait de réſiſtance.

D'où il ſuit enfin, 1°. Que la moitié de l'exercice de la force Ay que le corps choquant A a perdue durant tout le tems de la com-

compreſſion, a dû ſuffire pour bander le reſſort cd en lui faiſant parcourir l'eſpace

$$OC = y - dy + y - 2dy + y - 3dy \ldots + dy$$

d'un mouvement uniformément retardé, non dès le commencement de la compreſſion, mais à la fin ou au point C, avec toute la force Ay qu'il a perdue.

2°. Qu'en même tems le centre D du corps B ayant parcouru d'un mouvement uniformément acceleré l'eſpace $DE = du + 2du + 3du \ldots + u$, (qui n'eſt que la moitié de celui qu'il auroit parcouru d'un mouvement uniforme durant le même tems qu'a duré la compreſſion, s'il avoit reçû dès le point D toute la force Ay ou Bu, & toute la vîteſſe u qu'il n'a acquiſe qu'au point E,) l'autre moitié de l'exercice de la même force Ay que le corps A a perdue par le choc, a dû ſuffire pour lui procurer, non dès le commencement de la compreſſion, ou dès le point D, mais à la fin ou au point E, toute la même vîteſſe u qu'il auroit acquiſe dès le premier inſtant du choc, ou dès le point D, ſi le reſſort avoit été inflexible.

3°. Qu'à la fin de la compreſſion, le reſſort étant bandé avec toute la force Ay que le corps A a perdue durant le bandement du reſſort, & qui eſt égale à celle qu'il auroit perdue ſelon la loi generale du choc; & commençant dès-lors à ſe débander & à pouſſer le corps B de E vere F, & repouſſer le corps A de C vers O, la moitié de l'exercice de cette force Ay ſera ſuffiſante pour faire encore parcourir au centre D du corps B, durant tout le débandement du

reſſort d'un même mouvement uniformément acceleré, un ſecond eſpace EF égal & ſemblable au premier DE, & à lui procurer par conſéquent à la fin du débandement ou au point F une quantité de force Au & de vîteſſe u égale à la précédente.

4°. Qu'en même tems l'autre moitié de l'exercice de cette même force Ay, dont le reſſort eſt bandé, ſera ſuffiſante pour faire reparcourir en arriere au centre D du corps A, d'un même mouvement uniformément acceleré, le même eſpace CO, que la moitié de l'exercice de la force Ay que le corps A a perdue durant la compreſſion, lui a fait parcourir d'un mouvement égal & ſemblable, mais uniformément retardé, & à lui procurer par conſéquent en arriere la même quantité de force Ay & de vîteſſe y qu'il a perdu en avant durant la compreſſion; c'eſt-à-dire, que durant le tems que le centre du corps A ſera allé de K en C, le centre du corps B ſera allé de D en E, & durant le tems que le centre du corps B ſera allé de E en F, le centre du corps A ſera retourné de C en O.

5°. Enfin il eſt viſible que la même choſe arrivera, lorſque les mobiles A, B, ſeront tous deux ſuſceptibles de la même compreſſion que le reſſort $c\,d$, & qu'ils ſe choqueront immédiatement: Que ces corps ſe comprimeront mutuellement d'une égale force, & que dans ce cas, comme dans le précédent, la compreſſion du reſſort ſe fera entre les deux centres C, D, des mobiles, comme ſi au moment du choc le reſſort $c\,d$ étant très roide, étoit totalement renfermé dans les trous que nous avons d'abord

ſup-

ſuppoſés à ces corps, & que ces corps puſſent s'applatir par le choc.

6o. A l'égard du mouvement qui ſe répand circulairement durant le bandement & le débandement du reſſort dans toute la maſſe de ces corps, je n'en dirai rien en ce lieu, parce que tout l'inconvenient qu'il peut ſuivre de cet effet, eſt que le reſſort des mobiles dont on ſe ſert pour faire les experiences ne ſeront pas abſolument parfaits, & ne produiront pas en ſe bandant & en ſe débandant, tout l'effet que nous venons de déterminer: ce que l'experience confirme.

CONCLUSION. Le principe que nous venons d'établir, *Que dans le choc des corps à reſſort parfait* (ou dont la réſiſtance à ſa compreſſion eſt égale à la force employée à le comprimer, ou à la force que le corps choquant perd à meſure qu'il le comprime) *la moitié de l'exercice de la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, ſuffit pour procurer au choqué, à la fin de la compreſſion, toute la même viteſſe que toute cette force lui auroit procurée dès l'inſtant du choc dans le cas de la dureté parfaite: Et que l'autre moitié de l'exercice de cette même force ſuffit pour que le reſſort ſe bande à la fin de la même compreſſion avec une force égale à celle qu'il doit perdre ſelon la même loi generale du choc*; ce principe, dis-je, que nous venons de déduire des loix des Mécaniques, dévoile tout le myſtere de ce choc. Ainſi qu'on peut le voir dans les Exemples ſuivans.

PREMIER EXEMPLE.

Si *A* (*fig.* 1) avec 11 degrés de force & de vîteſſe choque *B* en repos, décuple de *A*:

On voit que ſi les mobiles étoient durs, *A* perdroit dès l'inſtant du choc 10 degrés de force & de vîteſſe, & en garderoit *un*, & que *B* acquerroit dès le même inſtant ou dès le point *D* les 10 degrésde force que *A* auroit perdus, & *un* degré de vîteſſe.

Mais ſi les mobiles ſont à reſſort parfait, on verra

1o. Que durant la compreſſion, la moitié de l'exercice des 10 degrés de force & de vîteſſe que le corps choquant *A* perdroit tout d'un coup par le choc, ſi les mobiles étoient parfaitement durs, ſuffira pour procurer, pendant tout le tems que duré le bandement du reſſort, au centre *D* du corps *B*, & par conſéquent à la maſſe commune des mobiles, le même degré de vîteſſe, non dès le point *D*, mais au point *E*, que tout l'exercice des 10 degrés de force & de vîteſſe que le corps *A* doit perdre par le choc lui auroit procurés dès le point *D*, ſi les mobiles avoient été durs.

Par la raiſon que dans le cas du reſſort parfait, le centre *D* du corps *B*, & par conſequent la maſſe des mobiles, n'aura à parcourir durant tout le tems que doit durer la compreſſion, que la moitié de l'eſpace qu'elle auroit parcouru en même tems, ſi elle avoit reçû tout d'un coup ou dès le point *D* ces 10 degrés de force.

2o. Que

2°. Que l'autre moitié de l'exercice de cette même force & vîteſſe que le corps *A* doit perdre par le choc, bandera le reſſort durant tout le même tems que dure la compreſſion, avec 10 degrés de force, non dès le commencement du choc, mais à la fin, & lorſque la maſſe des mobiles ſera parvenue au point *E*. Ainſi les corps *A* & *B* tendront à la fin du bandement du reſſort à ſe mouvoir chacun avec *un* degré de vîteſſe.

3°. Qu'alors le reſſort étant bandé avec 10 degrés de force, & ſe débandant de la même façon qu'il a été bandé, la moitié de l'exercice de ces 10 degrés de force fera encore parcourir, de la même façon qu'auparavant, au centre *D* du corps *B*, & par conſéquent à la maſſe de ce corps, un ſecond eſpace *EF* égal au premier *DE*, & lui procurera de la même façon qu'auparavant, durant tout le tems que durera le débandement du reſſort, un autre degré de vîteſſe, non dès le point *E*, mais au point *F*, ou à la fin du débandement du reſſort, & par conſéquent 10 autres degrés de force.

4°. Que durant le même débandement du reſſort, l'autre moitié de l'exercice de ces mêmes 10 degrés de force du débandement du reſſort procurera au corps *A*, à la fin du même débandement, 10 degrés de force & de vîteſſe en arriere, dont un ſera employé à détruire celui qui lui reſtoit encore en avant.

De ſorte qu'à la fin du débandement, le corps choqué *B* ſe mouvra en avant avec 2 degrés de vîteſſe, & 20 degrés de force: Et le

le corps choquant *A* ſe mouvra en arriere avec 9 degrés de force & de vîteſſe, conformément à l'experience, & par une ſuite neceſſaire des principes des Mécaniques communément reçûs.

Car quoiqu'à la fin du bandement du reſſort, la force que le corps choqué *B* a reçû, jointe à celle avec laquelle le reſſort ſe trouve bandé, ſoit de 20 degrés, & double par conſéquent de la force de 10 degrés que le corps *A* a perdu en même tems, cela n'empêche pas que cet effet double ne ſoit préciſément égal à celui qu'auroient produit en même tems ces 10 degrés de force ſur la maſſe des mêmes corps *A*, *B*, s'ils euſſent été durs. Puiſque la force étant le produit de la maſſe par la vîteſſe, ou par l'eſpace parcouru en tems pareil; & un produit demeurant le même, lorſqu'un des produiſans augmente du double, en même tems que l'autre diminue de la moitié, il ne doit plus paroître ſurprenant que durant le bandement du reſſort 10 degrés de force ayent produits à la fin le même effet que 20 degrés de la même force auroient produit dans l'autre occaſion; puiſque dans le bandement du reſſort ces 10 degrés de force n'ont produit que la moitié du tranſport de la maſſe qu'ils auroient produit tout entier s'il n'y avoit point eû de compreſſion ni de bandement de reſſort à produire. Et l'on voit bien qu'il en doit être de même pour le débandement du reſſort.

SECOND EXEMPLE.

Si *A* avec 1 de maſſe & 21 degrés de vîteſſe,

ſe, & par conſéquent avec 21 degrés de force choque *B* qui ait 10 degrés de maſſe & de vîteſſe de même ſens, & par conſéquent 100 degrés de force. Selon la loi generale du choc, le corps *A* devant perdre 10 degrés de force & de vîteſſe & en retenir 11, on verra comme auparavant que le corps *B* outre ces 10 degrés de force en recevra encore 10 autres & 2 degrés de vîteſſe en avant, & le Corps *A* 10 en arriere qui en détruiront 10 des 11 qui lui reſtent à la fin de la compreſſion.

Ainſi le Corps *A* ſe mouvra encore après le choc avec 1 degré de force & de vîteſſe en avant, & *B* avec 12 degrés de vîteſſe de même ſens & 120 degrés de force.

Et quoique dans ce cas les mobiles n'ayent pas plus de force entre eux deux, après qu'avant le choc, cela n'empêche pas que les 10 degrés de force que le corps choquant a perdu durant le bandement du reſſort n'ayent produit les quatre effets, égaux chacun à 10 degrés, qu'ils ont produits dans le cas precedent: Que durant la compreſſion le reſſort ne ſe ſoit bandé avec 10 degrés de force: Que le corps *B* n'ait en même tems reçû 10 degrés de force: Que le reſſort en ſe débandant n'ait procuré encore 10 degrés de force au corps *B* en avant, & 10 degrés de force au corps *A* en arriere.

TROISIEME EXEMPLE.

Si *A* avec 1 degré de maſſe & 10 de vîteſſe choque *B* qui ait 10 de maſſe & 1 de vîteſſe en ſens contraire.

Se-

Selon la loi generale du choc *A* doit perdre tous ſes 10 degrés de force & *B* pareillement, & demeurer tous les deux en repos.

Mais ſi ces corps ſont à reſſort parfait, le corps *A* perdra d'abord les 10 degrés de force qu'il doit perdre ſelon la loi generale du choc, & 1°. le corps *B* recevra à la fin du bandement tous ces 10 degrés de force qui détruiront les 10 qu'il a en ſens contraire. 2°. Le reſſort ſe bandera en même tems avec 10 degrés de force. 3°. Le reſſort en ſe débandant donnera encore 10 degrés de force au corps *B* en avant. 4°. & 10 degrés de force au corps *A* en arriere. Si bien que le corps *A* ſe mouvra en arriere avec les 10 degrés de force & de vîteſſe qu'il avoit en avant. Et *B* ſe mouvra en avant avec les 10 degrés de force & le degré de vîteſſe qu'il avoit en arriere avant le choc.

QUATRIEME EXEMPLE.

Si *A* eſt decuple de *B*, & que *A* ayant 2 degrés de vîteſſe & par conſéquent 20 de force, choque *B* qui ait 9 degrés de force & de vîteſſe en ſens contraire.

Selon la loi du choc des corps durs, *A* doit perdre 10 degrés de force & en retenir 10, *B* doit recevoir 10 degrés de force & de vîteſſe dont 9 détruiront les 9 qu'il a en ſens contraire, & les mobiles iront de compagnie chacun avec 1 degré de vîteſſe.

Mais ſi ces corps ſont à reſſort parfait, d'abord la moitié de l'exercice des 10 degrés de force que le corps *A* perdra par le choc pro-

procurera au corps *B* 10 degrés de force en avant, dont 9 ſeront employés à détruire les 9 qu'il avoit en ſens contraire, & l'autre à le mouvoir en avant avec 1 degré de force & de vîteſſe, tandis que l'autre moitié de l'exercice de ces 10 mêmes degrés bandera le reſſort avec 10 degrés de force.

Enſuite le reſſort ſe débandant avec la force de 10 degrés, la moitié de l'exercice de cette force procurera au corps *B* 10 autres degrés de force & de vîteſſe. Tandis que l'autre moitié de l'exercice de ces mêmes degrés procurera au corps *A* 10 degrés de force en arriere, qui détruiront les 10 qu'il avoit encore en avant, & le réduiront au repos.

Ainſi *A* reſtera en repos, & *B* reculera avec 11 degrés de force & de vîteſſe, conformément à l'experience, & par une ſuite neceſſaire des loix des mechaniques.

Et quoique dans ce cas les mobiles ayent beaucoup moins de force après le choc qu'avant le choc, & que leur force d'avant le choc y ſoit preſque réduite au tiers, cela n'empêche pas, comme on vient de le voir, que les 10 degrés de force, que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, n'ayent produit les *quatre* effets égaux chacun à 10 degrés de force qu'ils ont produits dans les cas precedens. Il en ſera de même de tous les autres cas.

Déduction des Formules.

Pour déduire de la proprieté que nous venons

nons de découvrir dans le reſſort parfait, les formules generales qu'on a recueillies des experiences du choc des corps à reſſort parfait. Suppoſons que m déſigne la maſſe du corps choquant, u ſa vîteſſe, n la maſſe du corps choqué, r ſa vîteſſe.

Selon la Loi generale du choc des corps durs, la vîteſſe commune des mobiles, après le choc, lorſqu'ils vont de même ſens avant le choc, eſt $\frac{mu+nr}{m+n}$. D'où il ſuit que la force du choquant après le choc ſera $\frac{mmu+mnr}{m+n}$. Laquelle étant retranchée de la force $mu = \frac{mmu+mnu}{m+n}$ d'avant le choc, donnera la force $\frac{mnu-mnr}{m+n}$ qu'il aura perdue ou communiquée au corps B.

Or dans le cas du choc des corps à reſſort parfait, cette force communiquée $\frac{mnu-mnr}{m+n}$ étant retranchée deux fois de la force $mu = \frac{mmu+mnu}{m+n}$ du corps choquant avant le choc, (l'une pour l'avoir communiquée au corps B durant le bandement du reſſort, & l'autre pour l'avoir reçue en arriere durant le debandement du même reſſort) donnera la force $\frac{mmu-mnu+2mnr}{m+n}$ & la vîteſſe $\frac{mu-nu+2nr}{m+n}$ du corps choquant après le choc.

Et

Et la même force communiquée $\frac{mnu-mnr}{m+n}$ étant ajoûtée deux fois à la force $nr = \frac{mnr+nnr}{m+n}$ du corps choqué avant le choc (l'une pour l'avoir reçue durant le bandement, & l'autre pour l'avoir reçue durant le débandement du reſſort) donnera la force $\frac{2mnu-mnr+nnr}{m+n}$ & la vîteſſe $\frac{2mu-mr+nr}{m+n}$ ou $\frac{nr-mr+2mu}{u+m}$ du corps choqué après le choc.

Par un ſemblable calcul on trouvera lorſque les mobiles vont en ſens contraires avant le choc, & que la force du choquant eſt mu, & celle du choqué eſt $-nr$, que la vîteſſe commune après le choc, eſt $\frac{mu-nr}{m+n}$, & que la force communiquée eſt $\frac{mnu+mnr}{m+n}$ on trouvera, dis-je, que la vîteſſe du corps choquant après le choc, ſera $\frac{mu-nu-2nr}{m+n}$, & celle du corps choqué $\frac{2mu+mr-nr}{m+n}$ ou $\frac{-nr+mr+2mu}{n+m}$.

Et dans le cas que le corps choqué eſt en repos avant le choc, que la vîteſſe commune après le choc eſt $\frac{mu}{m+n}$, & que la force communiquée eſt $\frac{mnu}{m+n}$, on trouvera que la vî-

vîteſſe du choquant après le choc, ſera $\frac{mu-nu}{m+n}$, & celle du corps choqué $\frac{2mu}{m+n}$.

Or il eſt aiſé de verifier que ces formules ſont les mêmes que celles que M. Carré a données dans ſon Memoire de 1706. & dont on a déduit tant de proprietés remarquables.

CONCLUSION.

Nous finirons ce Memoire en déterminant quel eſt l'effet précis que la matiere ſubtile ou la cauſe generale du reſſort produit dans le choc lorſque le reſſort eſt parfait, & nous verrons

1o. Que durant le bandement du reſſort la cauſe generale du reſſort produit un effet égal à la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, que cet effet eſt la reſiſtance que l'on ſuppoſe entiere dans les corps durs, & qui ne ſurvient que peu à peu durant la compreſſion des corps à reſſort. Mais que la matiere ſubtile ne fournit aucune force qui ſoit employée au transport de la maſſe de ces corps, ni à ſa compreſſion: ni à la vîteſſe qu'elle acquiert durant le bandement: que cependant la réſiſtance que la matiere ſubtile produit uniquement, ſurvenant peu à peu, diviſe à chaque inſtant en deux parties la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, ce qui met cette force en état de produire les deux effets qu'elle y produit ſeule, & qui ſont

Fig. 1.

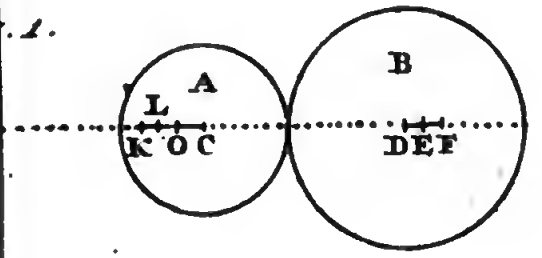
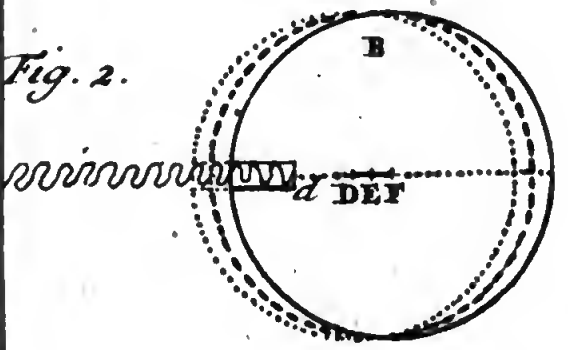


Fig. 2.



dx ..... $x - x = 0$.

dx ..... x.

x.

dx ..... dx.

$v - 3dv + y - 3dy$ ..... $v - v + y - y = 0$.

$3dv + 3dy$. $v + y$.

$v + y$ $v + y$.

$3dv$ ..... v.

$v + y - 3dy$ ..... $v + y - y = v$.

$v - 3dv + y - 3dy$ ..... $v - v + y - y = 0$.

$3dy$ ..... y.

$v + 3dv + y$ ..... $v - v + y = y$.

ſont égaux chacun à toute la force qui les produit.

2°. Que la matiere ſubtile par l'entremiſe du reſſort produit enſuite durant le débandement du reſſort les deux autres effets qui s'y produiſent par la force avec laquelle le reſſort eſt bandé, laquelle eſt égale à la force que le corps choquant doit perdre par le choc, & dont l'exercice ſe diviſe de nouveau en deux également & produit par ce moyen dans les mobiles deux autres effets égaux chacun à cette même force.

3°. Qu'enfin tous ces effets ſont produits par des mouvemens uniformément accelerés ou retardés, ſemblables à celui que la cauſe de la peſanteur produit dans les corps peſans qui commencent à tomber ou à monter, ainſi que Galilée l'a expliqué par ſon triangle, & que nous l'avons détaillé ſi au long dans le courant de ce Memoire. C'eſt-à-dire, que l'eſpace dont les centres des mobiles s'approchent l'un de l'autre durant tout le tems de la compreſſion, lorſqu'ils ont une certaine vîteſſe z, comme le quarré de la premiere vîteſſe, eſt au quarré de la ſeconde, ou comme xx à zz. Car par ce qu'on a vu dans ce Memoire ces eſpaces ſont.

$$x-dx, +x-2dx, +x-3dx \ldots\ldots + x-x=\frac{xx}{2}$$

$$z-dz, +z-2dz, +z-3dz \ldots\ldots + z-z=\frac{zz}{2}.$$

Or $\frac{xx}{2}$. $\frac{zz}{2}$ :: xx. zz. Donc &c.

M E-

MEMOIRE

SUR PLUSIEURS DECOUVERTES FAITES DANS LES YEUX DE L'HOMME,

des Animaux à quatre pieds, des Oiſeaux & des Poiſſons.

Par M. PETIT, Medecin.

LEs découvertes que j'ai faites ſur les yeux, ſeront le ſujet de pluſieurs Memoires que je me propoſe de donner à l'Academie; mais pour cela il faut encore faire beaucoup d'obſervations & d'experiences, qui doivent ſervir de preuves aux faits & aux explications que je propoſerai. J'ai déja fait voir pluſieurs de ces découvertes à la Compagnie, ce qui les a rendu publiques; & cela peut donner occaſion à quelques perſonnes de les inſerer dans leur Ouvrage ſans en faire honneur à l'Academie. Pour éviter cet inconvenient, j'ai crû que je ne ferois pas mal de les annoncer dans ce Memoire.

L'on n'avoit pas compté juſqu'à preſent le nerf intercoſtal entre les nerfs qui ſe diſtribuent dans les yeux: on a crû juſqu'à preſent qu'il tiroit ſon origine de la cinquieme & de la ſixieme paire des nerfs du cerveau. Mais j'ai

j'ai découvert que ce nerf doit ſa naiſſance aux nerfs vertébraux, & que quelques rameaux de la branche qui accompagne l'artere Carotide interne, vont ſe joindre à ces deux nerfs pour ſe diſtribuer dans les yeux, peut-être auſſi dans l'oreille & dans le viſage pour y exciter les mouvemens pathetiques. J'ai annoncé cette découverte à l'Academie en 1720. avec celle qui ſuit.

Les nerfs Optiques ſe diviſent en pluſieurs lames à l'endroit de leur jonction, où elles paſſent les unes entre les autres; après quoi ces lames ſe réuniſſent de chaque côté pour ſe rendre aux yeux, en ſorte que les lames du nerf optique qui tire ſon origine du côté droit du cerveau, paſſent entre celles du nerf optique qui part du côté gauche, & par leur réunion forment un nerf qui va ſe rendre à l'œil gauche; & les lames du nerf optique qui tire ſon origine du côté gauche du cerveau, paſſent entre les lames du nerf optique du côté droit, puis en ſe réuniſſant forment un nerf qui va ſe rendre à l'œil droit.

J'ai obſervé que les yeux de Mouton, de Bœuf & de Chevaux ont moins de convexité à leur partie poſterieure qu'à leur partie anterieure; que ceux des Oiſeaux ſont un peu applatis à leur partie anterieure; que les yeux de la plûpart des Poiſſons ſont applatis à leur partie anterieure & poſterieure; & que l'Homme a les yeux à peu près ronds, auſſi-bien que le Chien, le Chat & le Loup. L'on trouve des yeux d'homme qui ſont ronds, & qui n'ont pas plus de longueur que de largeur, mais l'on en trouve fort ſouvent qui ſont

plus longs que larges d'une demi-ligne & même d'une ligne. J'en ai vû quantité, tant de jeunes que de gens âgez, qui étoient en quelque maniere anguleux : ils étoient applatis à leur partie latérale, aux endroits où les muſcles droits ſont appliquez ils m'ont paru plus applatis ſous le muſcle adducteur ou buveur. Ils l'étoient un peu moins ſous le muſcle indignateur, & moins ſous le baiſſeur ou l'humble. Mais il paroiſſoit peu ou point d'applatiſſement ſous le muſcle releveur. La Sclerotique ſe trouve moins épaiſſe en ces endrois que dans le reſte du globe de l'œil, & s'y trouve d'autant plus mince qu'ils y ſont plus applatis. Cette obſervation peut donner lieu de conjecturer que les yeux de l'homme ſont comprimez par les muſcles droits. L'on ne trouve pourtant pas la même diſpoſition dans tous les yeux. C'eſt ce que j'examinerai dans un autre Memoire où je parlerai de la quantité reſpective de grandeur & de peſanteur de toutes les parties des yeux, des rapports que les differentes figures des yeux de l'homme, des animaux à quatre pieds, des oiſeaux & des poiſſons ont avec la differente convexité de leurs criſtallins & de leur cornée.

La Cornée des yeux de l'homme paroit toûjours ronde à tous ceux qui ne font ſimplement que la regarder : mais ſi l'on examine exactement cette membrane l'on trouve dans tous les yeux, que la Conjonctive s'avance ſur la partie ſuperieure de la Cornée d'un tiers de ligne, d'une demi-ligne, de deux tiers de ligne, & même d'une ligne; ce qui donne à cette derniere membrane une figure irreguliere, & fait que ſon centre eſt ex-

excentrique au centre de l'Iris & de la prunelle. La Conjonctive s'avance auſſi quelquefois ſur la partie inferieure de la Cornée, mais environ de la moitié de ce qu'elle s'avance ſur la partie ſuperieure. La Cornée eſt tout-à-fait ronde à la face interne. J'ai dit que la Conjonctive s'avance ſur la Cornée dans tous les yeux; & c'eſt veritablement une choſe extraordinaire que de ne l'y pas rencontrer. Cela ne m'eſt arrivé que trois ou quatre fois ſur plus de cent yeux que j'ai examinés à cette occaſion.

Si l'on diſſeque tout-à-fait cette partie de la Conjonctive, l'on fait diſparoitre l'excentricité, & l'on trouve que la Cornée eſt ronde exterieurement comme elle l'eſt interieurement. Il eſt vrai que cette diſſection n'a pas toûjours ôté l'excentricité, car il arrive quelquefois que la Conjonctive a penetré la Cornée, & y eſt ſi adherente qu'on ne peut entierement l'emporter.

J'ai encore trouvé la Cornée d'une figure particuliere dans les yeux d'un Negre: elle avoit quatre lignes de largeur de haut en bas, & cinq lignes demi-tiers de longueur de droit à gauche, dont chaque extremité finiſſoit par un angle mouſſe. Cette figure ne me paroiſſoit pas cauſée par la Conjonctive, ce qui pouvoit ſe découvrir d'autant plus facilement que tout le fond de la Cornée étoit noir. L'attention que j'avois à obſerver cette Cornée pour y découvrir la prunelle que je n'y voyois point, m'y fit appercevoir quantité de lignes rougeâtres, qui par leur union formoient diverſes figures de trois côtez, de

cinq, & même de ſix côtez : je jugeai que ce pouvoit être des vaiſſeaux ſanguins qui les formoient par leurs anaſtomoſes ; pour m'en éclaircir j'enlevai la Cornée, je vis la prunelle que je n'avois pû découvrir parce que la partie anterieure de l'Uvée étoit toute noire, il n'y avoit aucune autre couleur pour produire l'Iris. (Cela m'a engagé à examiner les yeux de quelques Negres vivans : j'ai trouvé dans les uns, le fond de la Cornée tout noir, & par conſéquent il n'y avoit aucune couleur ſur la partie anterieure de l'Uvée : j'ai trouvé dans d'autres, quelques couleurs qui formoient un Iris, mais fort brun, tel qu'on le voit dans des bœufs & des chevaux.) Je pris la Cornée, je la regardai au jour, je la trouvai très tranſparente, & je n'y remarquai aucune des lignes que j'y avois vû ; je la remis ſur l'œil, je retrouvai mes lignes ; je la regardai encore au jour, je ne les vis plus ; mais l'ayant regardée vers un lieu obſcur à l'oppoſite de la lumiere, j'y vis mes lignes de la même maniere que je les voyois lorſque la Cornée étoit ſur l'œil. Je n'ai point eû d'occaſion de diſſequer des yeux de Negres depuis ce tems-là : je n'ai pû m'aſſurer ſi ces lignes rougeâtres ſe trouvent toûjours dans leur Cornée, on ne les apperçoit point dans le vivant.

Je me ſuis d'abord imaginé que ſi l'on ne trouvoit pas les mêmes lignes dans les Cornées des yeux de nos Européens, c'étoit peut-être parce que l'Iris reflechiſſant beaucoup de lumiere à cauſe de ſes couleurs, les empêchoit de paroître ; ce qui m'a engagé d'exami-

ner

ner pluſieurs Cornées en les regardant du côté oppoſé à la lumiere. Les ſoins que je me ſuis donné pour cela ont été d'abord ſans aucun fruit : mais au mois de Fevrier 1723. en examinant les yeux d'un jeune homme de 20 ans, j'ai trouvé les mêmes lignes dans la Cornée, malgré l'éclat des couleurs de l'Iris: elles étoient rougeâtres, & formoient les mêmes figures que dans le Negre. Lorſque j'ai regardé cette Cornée du côté de la lumiere par ſa ſurface concave, j'ai vû ces lignes, mais elles m'ont paru plus fines que lorſque je les ai regardé ſur l'œil ; j'ai regardé la Cornée par ſa convexité, les lignes ont paru plus groſſes ; mais m'étant tourné du côté oppoſé à la lumiere, je les ai trouvé plus groſſes qu'elles ne paroiſſoient avant que la Cornée fût ſeparée de l'œil.

Au mois de Novembre de la même année 1723. entre pluſieurs yeux qu'on m'apporta en même tems de l'Hôtel-Dieu, j'en trouvai quatre qui avoient les mêmes lignes dans la Cornée que les precedens, mais elles étoient brunes & non pas rougeâtres. Ces lignes dans tous ces yeux paroiſſoient groſſes comme un fil dont il en faut 16 pour couvrir une ligne qui fait la 12e. partie d'un pouce. Il y avoit deux yeux d'un garçon de 15 ans, & les deux autres étoient d'un garçon de 13 ans; & comme l'on me les apporta le ſoir, & que je ne diſſeque point à la chandelle, je mis un œil de chacun dans de l'eau pour conſerver leur tenſion juſqu'au lendemain, afin de les diſſequer ſans être flétris : je remarquai le lendemain dans les yeux du

garçon de 15 ans, que les lignes de la Cornée étoient moins apparentes dans l'œil qui avoit trempé dans l'eau, que dans celui qui n'avoit pas trempé. Le contraire s'eſt trouvé dans les yeux du garçon de 13 ans, dont les lignes étoient moins apparentes dans l'œil qui n'avoit point trempé; & ce qu'il y a encore de ſingulier, c'eſt qu'après avoir coupé la Cornée de tous ces yeux, elles ſe ſont trouvées ſi froncées que je n'ai pû y appercevoir aucune ligne ni à la lumiere, ni à l'oppoſite de la lumiere: je les ai un peu apperçûes dans l'œil du garçon de 13 ans, qui avoit trempé dans l'eau, lorſque j'ai remis la Cornée ſur l'œil.

La couleur rougeâtre des lignes des yeux du Negre & du jeune homme de 20 ans nous perſuade aiſément, que ce ne peut être autre choſe que du ſang contenu dans des vaiſſeaux de la Cornée: mais y a-t-il veritablement des vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée, ou bien ce ſang s'y ſeroit-il introduit par la dilatation des vaiſſeaux lymphatiques?

Pluſieurs choſes pourroient nous induire à croire qu'il y a des vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée.

1°. Lors que l'on a reçû quelque coup à l'œil, on voit aſſés ſouvent du ſang épanché dans la Cornée, ce que l'on peut rapporter à la rupture & à la contuſion de quelques vaiſſeaux ſanguins.

2°. Il ſe forme de petits abſcès dans la Cornée, comme on le voit dans la maladie appellée *Hypopion*, dans les Phlictenes & dans les puſtules, ce qui eſt ordinaire-

ment

ment produit par du ſang épanché hors de ſes vaiſſeaux.

3°. Dans les grandes inflammations de l'œil la Cornée paroît quelquefois rouge, ce qui ne peut être produit que par la dilatation des vaiſſeaux ſanguins de la Cornée dans l'interception du ſang, comme nous le voyons dans la Conjonctive qui nous paroît toute blanche dans l'état naturel, quoiqu'elle ſoit remplie d'une prodigieuſe quantité de vaiſſeaux ſanguins.

Quoique cela paroiſſe vrai, on ne doit pas en conclure que dans l'état naturel il y ait des vaiſſeaux ſanguins dans la Cornée.

1°. On ne peut appercevoir ces vaiſſeaux avec le Microſcope.

2°. Il n'en paroît aucun dans la Cornée des fœtus, la Sclerotique eſt ſouvent rouge, la membrane Criſtalline quelquefois rougeâtre, & la Choroïde pour l'ordinaire très rouge.

3°. Les hypopion, les puſtules, & autres abſcès qui ſe produiſent dans la Cornée, ne ſont quelquefois precedez d'aucune inflammation ni rougeur, lorſqu'ils ne ſont point cauſez par des contuſions.

4°. Les injections les plus fines ne paſſent jamais dans la Cornée, quoique la Choroïde & la membrane Criſtalline ſe trouvent ſouvent ſeringuées.

S'il ſe trouve quelquefois des rougeurs à la Cornée, ce n'eſt qu'après quelque grand coup reçû à l'œil, ou dans de violentes inflammations qui ont commencé dans les autres parties de l'œil, & qui ont fort dérangé les vaiſſeaux de la Sclerotique & de la Con-

jonctive; car le ſang ne pouvant y circuler, force les embouchures des vaiſſeaux qui portent la liqueur qui eſt diſtribuée dans la Cornée, où le ſang s'épanche d'autant plus facilement que ces vaiſſeaux ſe trouvent meurtris & contus. De là on peut conclure que toutes les fois que l'on rencontre des vaiſſeaux dans la Cornée, remplis de quelque liqueur colorée, qui peut empêcher le paſſage d'un grand nombre de rayons de lumiere, ce ne peut être que dans un état contre nature; ainſi les lignes rougeâtres & brunes que j'ai trouvées dans tous les ſujets dont je viens de parler, n'étoient autre choſe que des vaiſſeaux remplis d'une matiere étrangere, qui s'y eſt introduite par la dilatation & le relâchement des vaiſſeaux de la Cornée.

Il faut preſentement expliquer pourquoi ces lignes rouges ne paroiſſoient point dans la Cornée du Negre, étant regardées du côté de la lumiere, & qu'elles paroiſſoient dans la Cornée du jeune garçon de vingt ans: je ne puis rapporter cette difference, qu'à la differente groſſeur des vaiſſeaux qui apparemment étoient plus gros dans la Cornée du jeune garçon, ce que je ne puis pas aſſurer; il faudroit pour cela, que j'euſſe obſervé les Cornées de ces deux ſujets dans le même tems, & j'ai obſervé celle du Negre en 1720. & l'autre en 1723. Mais voici quelques experiences qui pourront ſuppléer à ce défaut.

Le 29 Septembre 1724. j'ai pris un fil de ſoye grege, (c'eſt de la ſoye telle qu'elle ſort de deſſus les cocons) j'ai attaché une épingle à une de ſes extremités, afin que par ſon

ſon poids elle pût étendre le fil de ſoye, qui ſans cela voltige à cauſe de ſa grande legereté. Après cela j'ai pris deux de ces fils que j'ai tordus enſemble pour faire un fil double du premier, auquel j'ai auſſi attaché une épingle: j'ai preſenté ces deux fils à la lumiere vers le Ciel dans un tems ſerein & un beau Soleil, à deux heures après midi.

J'ai regardé ces deux fils du côté de la lumiere, je les voyois fort bien à la diſtance de 6 pouces de mes yeux, mais m'étant reculé j'ai perdu le fil ſimple de vûe à la diſtance de 7 pouces, & je voyois très bien le fil double. Je me ſuis encore reculé, le fil double me paroiſſoit d'autant plus fin que je m'en éloignois; enſorte que je le voyois à la diſtance de 24 pouces, tel que je voyois le fil ſimple à la diſtance de 6 pouces, & je l'ai enfin perdu de vue à la diſtance de 25 pouces. Après cela j'ai regardé ces fils du côté oppoſé à la lumiere vis-à-vis quelque choſe de brun, j'ai vû fort bien le fil ſimple à la diſtance de 5 pieds ou 60 pouces, & je l'ai perdu entierement de vue à la diſtance de 5 pieds un pouce ou 61 pouces; j'ai vû le fil double à la diſtance de 12 pieds ou 144 pouces, & je l'ai perdu de vûe à 12 pieds & un pouce ou 145 pouces. Il eſt bon de remarquer qu'il ſe rencontre quelque varieté dans cette experience par rapport à la vûe; il s'eſt trouvé des perſonnes chés moi, qui ont vû ce fil ſimple à 8 & 9 pouces, dans le tems que je ne le voyois qu'à 6.

Il s'en rencontre par rapport à la lumiere, en ce que plus la lumiere eſt éclatante, plus les fils paroiſſent fins, l'on les perd de vûe

de plus près. Il ne faut point examiner ces fils au travers des vitres d'une chambre, ni contre quelque corps que ce puiſſe être, & il faut que le Ciel ſoit ſans nuage.

Puiſque l'on perd le fil ſimple de vûe à 7 pouces des yeux, & qu'on ne perd le fil double qu'à 25 pouces, on peut juger que s'il étoit poſſible d'avoir un fil ſimple plus fin de la moitié, il échaperoit entierement à la vûe, de ſi près qu'on puiſſe le regarder du côté de la lumiere; mais que ce fil étant du côté oppoſé à la lumiere, pourroit être apperçû à la diſtance d'un pied, ou du moins à la diſtance de 7 à 8 pouces, puiſque notre fil ſimple s'eſt apperçû à la diſtance de 5 pieds: ce qui peut prouver que les lignes rouges de la Cornée du jeune homme de 20 ans étoient plus groſſes que celles de la Cornée du Negre, puiſque je voyois les premieres du côté de la lumiere; & c'eſt pour la même raiſon que je n'y pouvois voir les autres qui paroiſſoient plus groſſes dans la Cornée du jeune garçon de 20 ans, que dans celle du Negre regardée à l'oppoſite de la lumiere, de même que le fil double paroiſſoit plus gros que le ſimple, regardé de la même maniere.

Il ne ſera pas difficile de rendre raiſon de toutes ces diverſes apparences. L'on ſait que plus on s'éloigne d'un objet, moins il eſt perceptible, parce qu'on reçoit d'autant moins des rayons qui partent de cet objet: on doit bien-tôt perdre de vûe un de ces fils de ſoye ſimple qui eſt d'une ſi grande fineſſe qu'il en faut environ 180 pour couvrir la largeur d'une ligne, autant que j'ai pû le reconnoître. M. Boyle dit qu'il en faut 120 aunes

pour

pour faire la peſanteur d'un grain : des fils de ſoye ſi fins ne peuvent intercepter qu'une très petite quantité de rayons. Lorſque je regarde un de ces fils à une grande lumiere, les rayons par leſquels je dois l'appercevoir, ont peu de force, parce que ce ſont des rayons réflechis, qui viennent du côté oppoſé à la lumiere ; au lieu que les rayons qui paſſent à côté de ce fil, & qui partent directement de la grande lumiere, ont beaucoup de force : & comme ces deux ſortes de rayons entrent enſemble dans mon œil, & produiſent leur impreſſion tout auprès l'un de l'autre, l'impreſſion des rayons de la grande lumiere ſe communique d'autant plus facilement aux fibres de la retine qui reçoivent l'impreſſion des rayons réflechis, que ceux-ci ſe trouvent plus foibles & en plus petite quantité, ce qui fait qu'en s'éloignant des fils on les perd d'autant plûtôt de vûe qu'ils ſont plus fins, & que la lumiere eſt plus forte. Tout le contraire doit arriver lorſque je regarde un de ces fils de ſoye en l'expoſant du côté oppoſé à la lumiere, parce que les rayons par leſquels je dois l'appercevoir viennent de cette lumiere, ils ſe réflechiſſent de deſſus ce fil avec beaucoup de force, & les rayons qui paſſent à côté de ce fil & partent de derriere, n'ont que peu de force & ne ſont pas capables d'affoiblir dans mon œil l'impreſſion de ceux qui viennent de la lumiere ; ce qui eſt cauſe que le fil ſimple que je ne voyois point à 7 pouces de diſtance étant regardé du côté de la lumiere, s'eſt laiſſé appercevoir à 5 pieds étant regardé du côté

opposé à la lumiere, & que le fil double que je ne pouvois voir à 25 pouces, s'est laissé voir à 12 pieds. J'aurois donc pû voir un fil de soye de la moitié plus fin, à un demi-pied de distance du côté opposé à la lumiere. Voilà la raison pourquoi les lignes de la Cornée du Negre se sont laissées appercevoir en les examinant du côté opposé à la lumiere, & que les lignes de la Cornée du jeune garçon de 20 ans ont paru plus grosses.

Mais pourquoi les lignes de la Cornée du jeune garçon de 20 ans ont-elles paru plus grosses lorsque je les ai examinées par le côté convexe de la Cornée, & plus fines par le côté concave?

Pour découvrir la cause de ce phenomene, j'ai pris un verre convexe, tel qu'on en met aux montres. J'ai appliqué des bouts de fils dedans & dehors, j'ai trouvé que lorsque je regardois mon verre par la partie concave, le fil qui étoit dans la concavité paroissoit plus gros que celui qui étoit sur la convexité, & que lorsque je regardois le verre du côté convexe, le fil qui étoit sur la convexité paroissoit plus gros que celui qui étoit dans la concavité.

Lorsque le verre est entre le fil & les yeux, il arrête une partie des rayons qui doivent aller frapper le fil, & en arrête encore de ceux qui doivent se réflechir, ce qui doit le faire paroître plus fin; si cela avoit besoin de preuves, on pourroit faire remarquer que plus le verre dont on se sert est épais, plus les fils paroissent fins au-delà du verre: mais lorsque le fil est entre le verre & mes yeux, rien

rien n'empêche qu'il ne reçoive tous les rayons qui vont à lui & qu'ils ne ſe réflechiſſent dans mes yeux, où ils font une impreſſion plus forte & me font appercevoir le fil plus gros. De-là j'ai jugé que les lignes de la Cornée du jeune garçon étoient placées plus vers la ſuperficie convexe qne vers la concave, puiſqu'elles ont paru plus groſſes étant examinées par le côté convexe de la Cornée. Je n'ai pû dans cette experience me ſervir de fils de ſoye grege, parce qu'ils ſont trop fins, mais je me ſuis ſervi du fil de Malines dont il faut 35 fils pour couvrir la largeur d'une ligne.

Tous les Anatomiſtes ont crû juſqu'à preſent, que la Choroïde étoit noire; je n'en connois que peu qui ont dit qu'elle étoit preſque noire dans l'homme, comme elle l'eſt dans les oiſeaux, & dans une portion de celle des animaux à 4 pieds, & de quelques poiſſons. Mais ſi l'on examine bien cette membrane dans tous les yeux d'hommes, on trouvera que ſous la retine elle eſt tout-à fait brune dans les enfans, qu'elle l'eſt un peu moins à l'âge de 20 ans, qu'elle commence à 30 ans à prendre une couleur de gris de lin foncée, & qu'à meſure que l'on avance en âge, cette couleur s'éclaircit ſi fort qu'à l'âge de 80 ans elle ſe trouve preſque blanche; c'eſt ce que j'ai fait voir à la Compagnie ſur un grand nombre d'yeux. Je ne m'étendrai pas davantage ſur cette matiere, parce que j'en parlerai plus amplement dans un Memoire très circonſtancié ſur la Choroïde, l'Uvée, les Proceſſus & le Ligament ciliaire.

Lorſque je donnerai les découvertes que j'ai faites ſur ces parties, je ferai voir comment la matiere brune ou noire, qui fait l'enduit qui ſe trouve à la partie poſterieure de l'Uvée, produit la plus grande partie des différentes couleurs de l'Iris. Il y a ſix ans que j'ai fait cette découverte, mais depuis ce tems-là je l'ai trouvée dans une Theſe ſoutenue & imprimée à Strasbourg en 1677. Je dirai quelque choſe de l'excentricité naturelle au centre de l'Iris, dont parle Galien ſous le titre de *Mutatio papillæ de loco*, & de l'accidentelle dont parle auſſi Arnauld de Villeneuve; je parlerai des différentes dilatations des prunelles, qui ſe rencontrent tres ſouvent dans les yeux du même homme après la mort; ce que l'on voit auſſi dans les animaux à quatre pieds, les Oiſeaux & les Poiſſons: je rechercherai l'uſage des diverſes couleurs qui forment les tapis qui ſe trouvent ſur la Choroïde des Animaux à quatre pieds, & de quelques Poiſſons: j'examinerai la pretendue bourſe que l'on trouve dans les yeux des Oiſeaux. C'eſt une membrane de couleur noire de figure rhomboïde, & non pas triangulaire, comme MM. Perraut, de la Hire, & Hovius l'ont crû; elle n'a aucune cavité, elle eſt formée par des fibres paralleles, qui tirent leur origine du nerf optique & de la Choroïde.

Je ferai ici une remarque ſur la retine ſeulement, pour empêcher que les Anatomiſtes ne s'y trompent après M. Ruiſch. Cet habile Anatomeſte dit à la page 10 de ſon ſecond Treſor, qu'il a quelquefois remarqué ſur la retine des ondes contre les loix de la nature: il les repre-

ſente

ſente dans la figure 19 de la 16e. Table qui eſt à la ſuite de ſa 13e. Lettre problematique. Mais ſi ce ſavant homme eût coupé quantité d'yeux en deux hemiſpheres, il auroit preſque toûjours trouvé la même diſpoſition à la retine, dans ceux qui ont été gardez deux ou trois jours, car cette membrane ſuit les mouvemens que l'on fait faire à l'humeur vitrée, & comme il n'eſt preſque pas poſſible de diviſer un œil en deux hemiſpheres ſans déranger l'humeur vitrée, la retine ſe dérange auſſi, & il s'y forme des plis ou des ondes que l'on peut effacer en remettant la retine dans ſon extenſion naturelle. Il faut prendre beaucoup de précaution en coupant l'œil, ſi l'on veut éviter ce dérangement: l'œil doit être frais, ſans quoi on doit trouver ces ondes preſque toutes les fois qu'on coupe un œil tranſverſalement, à moins que l'œil n'ait trempé dans quelque liqueur.

J'ai découvert un petit canal autour du Criſtallin, je l'appelle Canal circulaire godronné. On ne peut le voir qu'en le ſoufflant, & lorſqu'il eſt rempli d'air il s'y fait des plis ſemblables aux ornemens que l'on fait ſur des pieces d'argenterie, que l'on nomme pour cela vaiſſelle godronnée: il eſt formé par la duplicature de la membrane hyaloïde qui eſt bridée d'eſpace en eſpace à peu près égaux par de petits canaux qui le traverſent, qui ne ſouffrent pas la même extenſion que la membrane qui eſt très flexible, ce qui la fait godronner. Si l'on ôte le Criſtallin de ſon chaton ſans endommager la membrane qui fait le canal, on aura beau le ſouffler, il ne s'y formera plus de plis godronnez, ou très peu; mais il en devient plus large;

ge : il a pour l'ordinaire dans l'homme 1 $\frac{1}{4}$ ou 1 $\frac{1}{2}$ & 2 lignes, il n'en a pas davantage dans le Bœuf.

Je ne l'ai jamais trouvé naturellement gonflé ni d'air ni de liqueur, & l'uſage ne m'en eſt point encore connu.

J'ai trouvé une liqueur il y a quelques années ſous la capſule de la plupart des Criſtallins de l'homme, des animaux à quatre pieds & des Dindons ; mais depuis ce tems-là j'ai vû cette découverte dans Morgani.

Les experiences que j'ai faites ſur cette liqueur, m'ont fait connoître qu'elle eſt differente de l'humeur aqueuſe. Je les rapporterai dans un Memoire particulier que je donnerai, où je marquerai les differentes quantités que l'on trouve dans les Criſtallins des differens animaux, & en parlant de ſon uſage je ferai voir la maniere dont le Criſtallin ſe nourrit & s'augmente, ce qui me donnera occaſion de parler de la cauſe des Cataractes.

Le Criſtallin de l'homme eſt naturellement plus convexe à ſa partie poſterieure qu'à ſa partie anterieure ; j'ai pourtant trouvé des Criſtallins dont les deux convexités étoient égales ; j'en ai auſſi rencontré de plus convexes à la partie anterieure qu'à la partie poſterieure : c'eſt peut-être ce qui a trompé M. Briſſeau qui aura apparemment trouvé quelques Criſtallins de cette convexité, ce qui lui à fait dire dans ſon Traité de l'œil, que le Criſtallin de l'homme eſt plus convexe à la partie anterieure qu'à la poſterieure. Mais ce que l'on doit trouver de particulier, j'ai rencontré plus d'une fois dans les

yeux

yeux du même homme un Criſtallin plus convexe à ſa partie anterieure qu'à la poſterieure, l'autre Criſtallin au contraire étoit dans ſon état naturel; ce qui a dû neceſſairement faire un defaut dans la vûe.

Une des plus belles obſervations que j'ai faites ſur les Criſtallins, c'eſt la difference des couleurs jointe à la differente conſiſtance, ſuivant les differens âges. Ils paroiſſent n'avoir point de couleur depuis l'enfance juſqu'à l'âge de 25 à 30 ans, où ils commencent à prendre une couleur jaune très legere. Cette couleur s'augmente peu à peu, enſorte qu'ils deviennent d'autant plus jaunes que l'on devient plus âgé. La conſiſtance des Criſtallins ſouffre les mêmes changemens, car ils ſont très mous dans toute leur ſubſtance dans l'enfance, ils le ſont moins à 25 ans, après quoi ils acquierent de la conſiſtance qui devient d'autant grande que l'on avance en âge & qu'elle eſt près du centre du Criſtallin: c'eſt une choſe très rare de rencontrer des Criſtallins d'égale conſiſtance dans toute leur étendue depuis l'âge de 25 ans juſqu'à 60. Leur partie exterieure eſt toûjours plus molle que vers le centre, & d'autant plus molle qu'elle approche de la ſuperficie, & elle eſt d'autant plus ferme qu'elle ſe trouve plus près du centre.

J'en ai demontré une ſuite d'âge à la Compagnie ſur un grand nombre d'yeux que j'ai apporté en même tems, depuis l'âge de 20 ans juſqu'à 80, & l'ony a obſervé que les Criſtallins de 20 ans n'avoient point de couleur; que ceux de 30 ans commençoient à avoir un peu de couleur jaune, ceux de 44 ans étoient jaunâtres

nâtre de paille ; ceux de 55 ans étoient plus jaunes, mais ceux de 70 & de 80 ans reſſembloient à des morceaux d'ambre jaune : c'étoit un ſpectacle aſſés joli de voir d'un ſeul coup d'œil toutes ces nuances de jaune ſe ſucceder ſi bien les unes aux autres ſuivant les differens âges.

En examinant les Criſtallins de l'homme je les trouvois toûjours plus clairs & plus transparens, lorſque je les regardois par leur partie anterieure où ils ſont toûjours ternes de quelque âge qu'ils puiſſent être. Cette difference de tranſparence me fit juger que cela pouvoit bien venir de la capſule qui enveloppe le Criſtallin, qui eſt de la moitié plus fine à la partie poſterieure qu'à la partie anterieure ; effectivement après avoir emporté cette membrane j'ai trouvé les Criſtallins également tranſparens de tous les côtés. Ainſi cette capſule dans l'homme eſt moins tranſparente que dans les animaux à 4 pieds, les Oiſeaux & les Poiſſons, même dans le Bœuf & dans le Cheval, dans leſquels elle eſt deux ou trois fois plus épaiſſe que celle de l'homme, & qui ne peut être plus tranſparente qu'elle l'eſt. J'ai remarqué une choſe bien particuliere ſur cette membrane, c'eſt que je ne l'ai jamais trouvé opaque dans aucune Cataracte, & je n'ai pû rendre tout-à-fait opaque celle de l'œil du Bœuf par aucun moyen. La gelée, les eſprits acides lui ont laiſſé ſa tranſparence ; l'eſprit de nitre la rend tant ſoit peu opaque, & même la diſſout lorſqu'on la laiſſe tremper un peu de tems. Cette membrane dans les enfans eſt plus terne que dans l'homme.

Quoi-

Quoique les obſervations que je viens de rapporter ſur les differentes couleurs & les differentes conſiſtances du Criſtallin par rapport aux differens âges ſoient conſtantes, c'eſt-à-dire, que plus on eſt âgé, plus on trouve de conſiſtance & de couleurs dans les Criſtallins, il ſe rencontre pourtant de grandes varietés. J'ai trouvé des Criſtallins de même âge plus colorés & plus fermes les uns que les autres; j'ai même trouvé plus d'une fois dans le même ſujet un Criſtallin plus ferme & plus coloré que l'autre.

J'ai toûjours trouvé les Criſtallins des Animaux à quatre pieds, des Oiſeaux & des Poiſſons, très tranſparens & ſans couleurs, quoique j'en aye examiné un très grand nombre: tout ce que j'ai remarqué de particulier, c'eſt que plus l'animal eſt âgé, plus la ſubſtance du Criſtallin a de conſiſtance, qui eſt d'autant plus grande qu'elle ſe trouve plus près du centre du Criſtallin, car pour l'ordinaire l'exterieure eſt molle: mais quelque conſiſtance naturelle que puiſſent acquerir les Criſtallins de l'homme, elle ne parvient jamais à celle que j'ai trouvé dans les Criſtallins des animaux à quatre pieds; mais les Poiſſons l'emportent ſur les autres, car j'ai trouvé des Criſtallins dont la partie interne étoit ſi ferme, ou pour mieux dire ſi dure, que leur conſiſtance égaloit celle de la corne. L'on trouve les mêmes varietés ſur les couleurs de la Choroïde.

Je ne parle point ici de pluſieurs autres découvertes que j'ai faites, non ſeulement dans les yeux, mais même dans d'autres parties du corps, parce que je veux encore les vérifier.

On

On ſe ſouviendra que j'ai fait voir à l'Académie il y a quatre ans, deux experiences de Phyſique ſur la diſſolution des Sels. L'on a remarqué dans la diſſolution du Salpêtre, du Sel marin, & d'autres Sels, que l'eau baiſſe à meſure que ces Sels ſe diſſolvent. L'on a vû le contraire dans la diſſolution du Sel Armoniac, car l'eau s'éleve à meſure que ce Sel ſe diſſout. J'ai trouvé depuis ce tems-là que les liqueurs corroſives baiſſent conſiderablement dans la diſſolution des métaux, & qu'au contraire elles s'élevent dans la diſſolution des yeux d'écreviſſes, des Cruſtacées, & d'autres choſes ſemblables. Je donnerai un Memoire ſur cette matiere.

SUR UNE QUESTION DE MAXIMIS ET MINIMIS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SOUVENT en cherchant à réſoudre un Probleme par le calcul, on parvient à des reſolutions ſi éloignées de celle qu'on ſe propoſoit comme unique, qu'on les pourroit méconnoître, & qu'on ſeroit tenté de croire que la methode qui nous les preſente, nous trompe.

Rien ne fait cependant mieux connoître l'avantage de l'Algebre ſur la Geometrie dans la

la reſolution des problemes, que cette abondance avec laquelle elle donne non-ſeulement ce qu'on avoit deſſein de lui demander, mais encore tout ce qui dépendoit des mêmes conditions, & qu'on ne penſoit pas à lui demander.

Voici un exemple ſingulier de ce que nous venons de dire.

Soit le Trapeze $ABCD$ (Fig. 1.) dont les côtés AD, BC ſoient égaux, & plus grands pris enſemble que celui du milieu CD. Soient les angles ABC, BAD égaux, & la baſe AB variable. On demande le plus grand & le plus petit.

Faiſant $DC = a$

$AD = b$

$AB = x$

$AP = \frac{x-a}{2}$

$DP = \frac{\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}}{4}$

Et l'expreſſion de ces Trapezes ſera

$$\frac{\overline{a+x}}{4} \times \sqrt{4bb-aa+2ax-xx}.$$

Prenant la difference de cette expreſſion, il vient

$$\frac{dx}{4} \times \sqrt{4bb-aa+2ax-xx} + \frac{adx-xdx}{\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}} \times \frac{\overline{a+x}}{6}.$$

faiſant cette difference $=0$,
l'on trouve l'équation

$$2bb + ax - xx = 0,$$

dont les racines ſont

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb.}$$

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb.}$$

faiſant la difference $=\infty$
l'on trouve l'équation

$$4bb + 2ax - xx - aa = 0$$

dont les racines ſont

$$x = a + 2b.$$

$$x = a - 2b.$$

Voilà donc 4 valeurs de x, quoiqu'il ne puiſſe y en avoir qu'une qui donne le plus grand, & une qui donne le plus petit Trapeze.

$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$ donne le plus grand

$x = a + 2b$ donne évidemment le plus petit.

Car le plus petit Trapeze eſt celui où le côté CD eſt infinniment près de la baſe AB, alors le Trapeze eſt entierement écraſé & les trois côtés AD, DC, CB ſont appliqués ſur la baſe qui leur eſt égale, & qui alors eſt $a + 2b$.

Mais pourquoi trouve-t-on les deux autres valeurs de x?

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$

$$x = a - 2b$$

De quoi peuvent-elles ſervir, puiſqu'il n'y a qu'un plus grand & un plus petit Trapeze, & qu'ils ſont donnez tous deux l'un par

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$

& l'autre par

$$x = a + 2b.$$

Il faut remarquer que l'expreſſion des Trapezes

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

n'eſt pas ſeulement l'expreſſion * de tous les Trapezes $ABCD$, mais encore l'expreſſion du triangle ACD & des doubles triangles $ABCD$ qui ſe forment par le croiſement des côtés AD, BC, obſervant que dans ce dernier cas

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}$$

eſt l'expreſſion de la difference des 2 triangles ABK, KCD. Et quoiqu'on ne cherche que le *Maximum* & le *Minimum* des Trapezes, comme leur expreſſion repreſente encore toutes les figures qui peuvent être compriſes par les 3 côtés AD, DC, CB, & une baſe variable, obſervant que les angles ABC, BAD, ſoient toujours égaux, on doit trouver non-ſeulement le *Maximum* & le *Minimum* des Trapezes, mais encore le *Maximum* & le *Minimum*, ſi elles en ont, de toutes les figures qui peuvent être compriſes par ces 4 lignes avec cette condition.

Le calcul ne répond donc pas ſeulement à la queſtion que nous lui faiſions, mais il nous apprend encore qu'elle a un ſens plus étendu que nous ne penſions, & répond à tout.

* Fig. 2, & 3.

Il y aura toûjours deux *Minimums* dans cette queſtion, l'un pour les Trapezes lorſqu'on fera

$$x = a + 2b,$$

l'autre pour les doubles triangles lorſqu'on fera

$$x = a - 2b.$$

Il y aura toûjours un *Maximum* pour les Trapezes, & ce ſera celui dont la baſe ſera

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

Mais il n'y aura pas toûjours de *Maximum* pour les doubles triangles. Pour diſtinguer les cas où il y en aura, & ceux où il n'y en aura pas, Il faut ſubſtituer la deuxieme valeur de x

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

Dans l'expreſſion generale

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}.$$

Elle deviendra

$$\frac{a + \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \tfrac{1}{2}aa - a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}.$$

Lors donc que $2bb$ ſera plus petit que

$$\tfrac{1}{2}aa + a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb},$$

l'expreſſion

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \tfrac{1}{2}aa - a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}$$

ſera imaginaire, & il n'y aura point de *Maximum* pour les doubles triangles.

Mais lorſque $2bb$ ſera plus grand que

$$\tfrac{1}{2}aa + a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb},$$

l'expreſſion

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \tfrac{1}{2}aa - a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}$$

ſera réelle, & les doubles triangles auront leur *Maximum* & leur *Minimum* comme les Trapezes.

C'eſt donc du rapport qu'auront entr'eux a & b que dépendra le *Maximum* des doubles triangles, & pour ſavoir quel doit être ce rapport, je fais

$$2bb = \tfrac{1}{2}aa + a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$

ôtant les incommenſurables, il vient

$$4b^4 - 2aabb + \tfrac{1}{4}a^4 = \tfrac{1}{4}a^4 + 2aabb$$

ou

$$4b^4 - 4aabb = 0$$

$$bb = aa$$

$$b = \pm a.$$

Lors donc que $b < a$

l'expreſſion

$$\frac{a + \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \tfrac{1}{2}aa - a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}}$$

eſt imaginaire, & il n'y a point de *Maximum* parmi les doubles triangles. La figure depuis le plus grand Trapeze décroît continuellement, ſoit que les côtés AD, BC s'ouvrent, ſoit qu'ils ſe croiſent.

Lorſque $b = a$,

l'expreſſion

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{\&c.}$$

devient zero, & il n'y a point encore de *Maximum* parmi les doubles Triangles.

La premiere valeur de x qui donne le plus grand Trapeze

$$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb.}$$

devient

$$x = 2a.$$

la valeur de x qui donne le plus petit Trapeze

$$x = a + 2b$$

devient

$$x = 3a.$$

& la valeur de x qui donne le plus petit double triangle

$$x = a - 2b$$

devient

$$x = -a.$$

Mais lorſque $b > a$, l'expreſſion

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{\&c.}$$

eſt toûjours réelle. Et il ſe trouve parmi les doubles triangles, comme parmi les Trapezes, un *Maximum* & un *Minimum*.

La figure depuis le plus grand Trapeze décroît, les côtés ſe rapprochant; elle décroît encore les côtés ſe croiſant juſqu'à un certain point, après lequel elle recommence à croître pour faire le plus grand double triangle, après lequel elle recommence encore à

décroître jusqu'au plus petit double triangle, qui est le double triangle écrasé, dont la base est

$$x = a - 2b.$$

Cette grandeur

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

augmente & diminue 2 fois dans son cours, & est l'expression generale,* non seulement des Trapezes, mais encore d'une suite de figures qui sont tantôt Trapezes, rectangles, triangles, doubles triangles, & enfin qui ont pour bornes la ligne droite des deux côtés.

L'on peut observer le cours de cette grandeur changeante dans la courbe, dont elle va devenir l'équation, en la faisant égale à une ordonnée, c'est-à-dire, faisant

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} = y.$$

† Si l'on décrit la Courbe que represente cette Equation, l'on verra qu'elle a deux branches égales; l'une representée par

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} = y,$$

l'autre branche par

$$-\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} = y.$$

Et lorsqu'on aura chassé les incommensurables, l'on trouvera :

$$\left.\begin{array}{l} -x^4 + 2aaxx + 8abbx - a^4 \\ \quad + 4bbxx \qquad\quad + 4aabb \end{array}\right\} = 16y^4$$

qui

* Fig. 2. 3. 4. 5. † Fig. 6.

qui eſt l'Equation de la Courbe entiere $bmCMBNCnb$, l'origine des x étant en A.

Il eſt évident par la ſeule vûe de l'Equation, qu'à chaque point de l'axe l'ordonnée poſitive eſt toûjours égale à l'ordonnée negative.

Mais revenons au ſeul rameau $bmCMB$, qui eſt celui qui appartient à notre Probleme, l'on verra qu'après avoir donné du côté poſitif de l'axe, ſa plus grande ordonnée en M & ſa moindre en b qui répondent au plus grand & au plus petit Trapeze, il vient couper l'axe en C pour donner du côté negatif une plus grande ordonnée en m & une moindre en b, qui répondent au plus grand & au plus petit double triangle.

Chaque rameau coupe l'axe en trois points, au point B, lorſque..... $x = AB = a + 2b$, au point b, lorſque..... $x = Ab = a - 2b$, & enfin au point C, lorſque $x = AC = -a$.

Car ſubſtituant cette valeur de $-a$ dans l'Equation entiere de la Courbe, à la place de x, l'on trouve pour

$$\left.\begin{array}{l} -x^4 + 2aaxx + 8abbx - a^4 \\ \quad + 4bbxx \qquad\quad + 4aabb \end{array}\right\} = 16yy.$$

$$\left.\begin{array}{l} -a^4 + 2a^4 - 8abba - a^4 \\ \quad + 4bbaa \qquad + 4aabb \end{array}\right\} = 16yy$$

Et $y = \pm 0$.

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx au point C, c'eſt-à-dire, l'angle que fait la Courbe avec ſon axe en ce point, il faut ſubſtituer dans la fraction qui exprime ce rapport pour

tous les points de la Courbe, ou de la seule branche $bmCM_1B$, $= a$ à la place de x. Cette fraction qui est

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa}+2ax-xx} = \frac{dy}{dx}$$

se changera en celle-ci,

$$\frac{2bb-aa-aa}{2\sqrt{4bb-aa-2aa}-aa} = \frac{bb-aa}{\sqrt{4bb-4aa}} = \frac{bb-aa}{2\sqrt{bb-aa}}.$$

Et divisant par le commun diviseur $\sqrt{bb-aa}$, il vient

$$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{bb-aa}}{} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on substitue $a+2b$ à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa}+2ax-xx} = \frac{dy}{dx},$$

elle se changera en

$$\frac{2bb+aa+2ab-aa-4ab-4bb}{2\sqrt{4bb-aa+2aa+4ab-4a-4ab-4b}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2bb-2ab}}{2\sqrt{0}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend que le petit côté de la Courbe eſt perpendiculaire à l'axe au point B.

Si l'on ſubſtitue $a - 2b$ à la place de x, la fraction ſe changera en

$$\frac{-2bb+aa-2ab-aa+4ab-4bb}{2\sqrt{4bb+aa+2aa-4ab-aa+4ab-4bb}} = \frac{-2bb+2ab}{2\sqrt{0}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend que le petit côté de la Courbe eſt encore perpendiculaire à l'axe au point b.

Si l'on ſubſtitue $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}$ à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}} = \frac{dy}{dx},$$

elle deviendra

$$\frac{2bb+\frac{1}{2}aa+a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-2bb}{2\sqrt{4bb-aa+aa+2a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-2bb}} =$$

$$\frac{0}{2\sqrt{2bb-\frac{1}{2}aa+a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend qu'au point M, à l'endroit du *Maximum* des Trapezes, le petit côté de la Courbe eſt parallele à l'axe.

Si l'on ſubſtitue $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ à la place de x, dans la fraction, elle deviendra

$$\frac{2bb + \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - 2bb}{2\sqrt{4bb - aa + aa - 2a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} - \frac{1}{4}aa - 2bb}} = \frac{0}{2\sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}} = \frac{dy}{dx}$$

D'où l'on voit qu'au point m, à l'endroit du *Maximum* des doubles Triangles, le petit côté de la Courbe eſt encore parallele à l'axe.

Lorſque $a = b$,

l'Equation

$$y = \frac{\overline{a + x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

devient

$$y = \frac{\overline{a+x}}{4}\sqrt{3aa+2ax-xx}.$$

Et les quatre valeurs de x, qui donnent les *Maximums* & les *Minimums*,

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb} \\ x = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb} \\ x = a+2b \\ x = a-2b \end{array}\right\} \text{deviennent} \left\{\begin{array}{l} x = 2a \\ x = -a \\ x = 3a \\ x = -a \end{array}\right.$$

* La portion bmC du rameau $bmCMB$ s'anéantit, le point b tombe sur le point C, & le rameau se change en bMB, qui avec l'autre rameau bNB, qui lui est toûjours égal, & semblable, forme la Courbe entiere $bMBNb$.

La fraction

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}} = \frac{dy}{dx},$$

se change en

$$\frac{2aa+ax-xx}{2\sqrt{3aa+2ax-xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx, au point C, il faut substituer $-a$ à la place de x dans cette fraction; ce qui la change en

$$\frac{2aa-aa-aa}{2\sqrt{3aa-2aa-aa}} = \frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}.$$

L'on voit par-là, suivant † les excellentes remar-

* Fig. 7.
† *Voyez les Memoires* 1716. & 1721.

remarques qu'a données M. Saurin sur cette matiere, que le numerateur & le dénominateur ont un diviseur commun.

En effet,

$$\frac{2aa+ax-xx}{2\sqrt{3aa+2ax-xx}} = \frac{\sqrt{a+x}\times\sqrt{a+x}\times 2a-x}{2\times\sqrt{a+x}\times\sqrt{3a-x}} = \frac{dy}{dx}.$$

Divisant donc le numerateur & le denominateur par $\sqrt{a+x}$, il vient

$$\frac{\sqrt{a+x}\times 2a-x}{2\sqrt{3a-x}} = \frac{dy}{dx}.$$

Et substituant alors $-a$ à la place de x, l'on trouve

$$\frac{\sqrt{a-a}\times 2a+a}{2\sqrt{4a}} = \frac{0}{2\sqrt{4a}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend qu'au point C, le petit côté de la Courbe est couché sur l'axe.

L'on trouvera, comme ci-dessus, qu'il est parallele à l'axe au point M, & perpendiculaire au point B.

MAis si l'on fait $a=0$,

l'expression des Trapezes

$$\frac{a+x}{4}\times\sqrt{4bb-aa+2ax-xx},$$

deviendra l'expression de tous les triangles isoceles possibles,

$$\frac{x}{4}\times\sqrt{4bb-xx}=y.$$

Les

Les quatre valeurs de x

$$\left.\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb} \\ x=\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb} \\ x=a+2b \\ x=a-2b \end{array}\right\} \text{deviennent} \left\{\begin{array}{l} x=\sqrt{2bb} \\ x=-\sqrt{2bb} \\ x=2b \\ x=-3b \end{array}\right.$$

La 1ere. donne le *Maximum* des Triangles.

La 2e. donne encore le *Maximum* des Triangles, mais après que les jambes se sont croiſées.

La 3e. donne le *Minimum* des Triangles, c'eſt-à-dire, le Triangle écraſé, les jambes ouvertes.

La 4e. donne l'autre *Minimum* des Triangle écraſé, les jambes croiſées.

Il eſt évident que les deux *Maximums* ſont égaux, auſſi-bien que les deux *Minimums*, que le point A origine des x, tombe ſur le point C, & que la portion negative bmC du rameau eſt ſemblable & égale à la portion poſitive CMB; Et les deux rameaux enſemble forment la Courbe entiere $bmCMBNCnb$.

La fraction

$$\frac{2bb+2ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}}=\frac{dy}{dx}.$$

ſe change en

$$\frac{2bb-xx}{2\sqrt{4bb-xx}}=\frac{dy}{dx}.$$

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx au point C, lorſque $x=0$, il faut ſubſtituer 0 à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb-xx}{2\sqrt{4bb-xx}}=\frac{dy}{dx}.$$

* Fig. 8.

Elle devient

$$\frac{2b}{2\sqrt{4b}} = \frac{b}{2} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui détermine l'angle ſous lequel la Courbe coupe ſon axe au point *C*.

DIFFERENS MOYENS D'ENFLAMMER, NON-SEULEMENT LES HUILES ESSENTIELLES, MAIS MEME LES BAUMES NATURELS, PAR LES ESPRITS ACIDES.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

ENTRE les différens Phenomenes que la Chymie a découverts de nos jours, on peut regarder comme un des plus ſurprenans, la production de la Flamme, par le ſimple mêlange de deux liqueurs, froides au toucher, telles que ſont d'une part les Eſprits acides tirés des Mineraux, & de l'autre, les Huiles eſſentielles tirées des Plantes.

Becher eſt le premier qui ait publié dans ſa

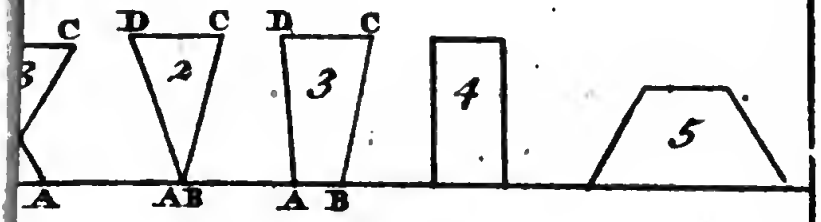
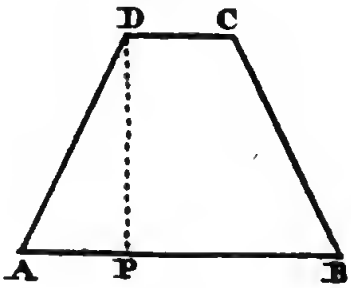
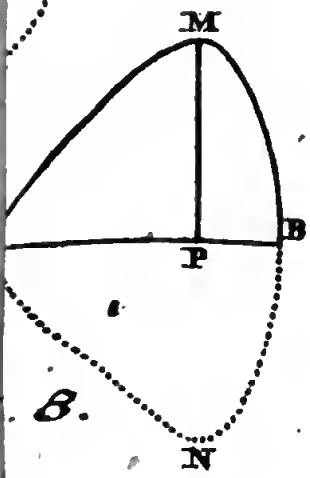


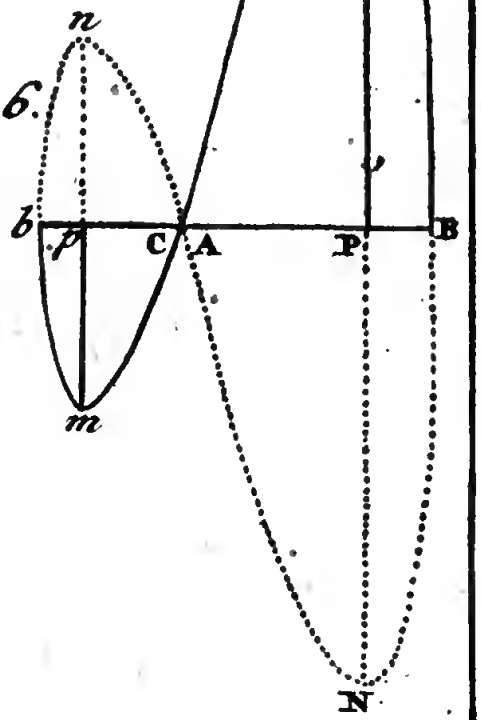
Fig. 1.





B.

Fig. 6.



ſa Phyſique ſouterraine, que le mêlange de l'Huile de Vitriol, qui eſt une liqueur acide très puiſſante, avec l'Huile de Terebenthine, liqueur ſulphureuſe, produit une chaleur violente, & même de la flamme. Les Chymiſtes ont tenté pluſieurs fois de repeter cette experience, mais toûjours inutilement. Borrichius, dont le procedé eſt rapporté dans les Actes de Copenhague, année 1671, obſervation 71e, s'explique d'une maniere plus préciſe: Il dit que ſi l'on mêle dans un vaiſſeau de verre quatre onces d'Huile de Terebenthine fraîchement tirée, avec ſix onces de bonne Eau forte nouvelle, & qu'on agite ce mêlange, en tenant le vaiſſeau couvert, lorſqu'on le découvre au bout d'une demi-heure, la flamme s'en éleve avec des tourbillons de fumée: il ajoûte cependant, que pour la réuſſite de l'experience, il faut que les eſprits ſoient très recens, & que le vaiſſeau ſoit expoſé à la plus grande chaleur du Soleil.

D'autres Chymiſtes celebres ayant auſſi tenté cette operation, en ſuivant le procedé de Borrichius, n'en ont pas été plus ſatisfaits que de celle de Beccher; deſorte que dans la ſuite on n'a parlé de ces deux experiences que comme d'operations douteuſes, dont les auteurs avoient voulu faire un myſtere, n'en étant pas eux-mêmes trop aſſurés.

Il y a de certains faits qu'on neglige comme frivoles, il y en a d'autres qu'on abandonne par dépit, juſqu'à ce que de nouvelles meditations, & bien ſouvent le hazard ſeul, remettent l'Artiſte ſur la voye, & le ramenent à ce point de préciſion neceſſaire

pour réuſſir. A force d'eſſais variés, on eſt parvenu cependant à enflammer les Huiles eſſentielles avec de fort Eſprit de Nitre; principalement celles qui ſont tirées des Plantes aromatiques étrangeres, parce qu'elles ſont plus denſes & plus peſantes que celles qu'on tire de nos Plantes d'Europe.

Dès l'année 1698, comme on le voit dans l'Hiſtoire Latine de l'Academie, deuxieme Edition, M. de Tournefort qui n'avoit pû réuſſir en tentant l'operation de Borrichius, trouva qu'en mêlant de l'Huile de bois de Saſſafras bien rectifiée, & de l'Eſprit de Nitre bien déflegmé, à parties égales, il en ſortoit une fumée accompagée d'une flamme rouge. Il eſſaya de produire ce Phénomene par le mêlange de cet Eſprit de Nitre avec différentes Huiles eſſentielles, & même avec de l'Huile de Geroſle, mais le ſuccès n'en fut pas heureux. M. Homberg y parvint cependant dans la ſuite; & l'on voit dans les Memoires de l'Academie, année 1702, que cette experience réuſſiſſoit avec les Huiles eſſentielles des Plantes aromatiques des Indes.

Dans le Cours public de Chymie que M. de Rouviere fit au Jardin des Apothiquaires en 1706, en travaillant dans les mêmes vûes, il découvrit le moyen de faire cette belle experience, où non ſeulement l'Eſprit de Nitre enflamme l'Huile fetide de Gayac, mais fait naître encore du milieu des flammes un corps rare & ſpongieux qui s'éleve environ deux pieds au-deſſus du vaiſſeau. Tou-

Toutes ces experiences, quoi-que très belles, ne rempliſſoient pas l'idée de Borrichius, puiſqu'on n'enflammoit pas l'Huile de Terebenthine avec les eſprits acides. Il s'agiſſoit pour cela de preparer une Eau forte très déflegmée.

J'étois déja parvenu à faire un Eſprit de Nitre avec quatre parties d'Argile ſur une de Salpêtre, qui étoit tellement dépouillé de ſon flegme, qu'il allumoit l'Huile du bois de Saſſafras & celle du Geroſle.

Pour produire cet effet, il falloit que l'Argile que j'employois fût entierement deſſéchée, auſſi-bien que le Nitre, & qu'étant mêlés enſemble encore chauds, on en chargeât promptement les cornues. Avec toutes ces précautions, il falloit encore ſéparer une partie du premier eſprit ſortant, parce qu'il contient encore du flegme, & ne prendre que l'eſprit qui le ſuit. C'eſt cet eſprit ſeul, d'ailleurs trop fort pour quelques diſſolutions métalliques, qui peut allumer les Huiles eſſentielles.

Pour avoir un eſprit acide plus puiſſant encore, j'eſſayai de tirer une Eau forte par une voye propre à la rendre plus déflegmée: je pris du Vitriol calciné à rougeur, pulveriſé & encore chaud, que je mêlai avec partie égale de Nitre, en poudre & bien ſec; ces deux Sels me donnerent une Eau forte qui diſtille promptement, & qui ne manque pas d'enflammer les Huiles eſſentielles dont j'ai parlé, mais elle eſt trop forte auſſi pour faire la diſſolution des métaux.

Com-

Comme cette operation eſt embarraſſante à cauſe que les vapeurs qui s'élevent dans le mêlange des deux Sels, incommodent fort l'Artiſte, je pris de l'Huile de Vitriol concentrée, dans laquelle je jettai du Nitre en poudre; puis échauffant vivement ce mêlange, j'eus ſans diſtillation une eſpece d'Eau forte, à la verité moins active, mais qui verſée ſur l'Huile de Gayac, l'enflammoit comme dans l'experience que j'ai rapportée.

Cette operation, toute facile qu'elle eſt, ne pouvoit encore me ſatisfaire; cependant elle me fit naître l'idée de faire par la diſtillation une Eau forte, avec l'Huile de Vitriol & le Salpêtre bien deſſéché, à la maniere dont on tire l'Eſprit de Sel de Glauber.

Je pris donc trois livres de Nitre ou Salpêtre rafiné, bien ſec & reduit en poudre très fine; je verſai deſſus une livre d'Huile de Vitriol: ce mêlange étant fait dans une cornue, m'a fourni par la diſtillation au feu de reverbere, 12 onces 7 gros d'un eſprit très rouge & très fumant, qu'on a peine à contenir dans la bouteille, quoiqu'on la bouche bien exactement d'un bouchon de verre. Cet eſprit enflamme bien toutes les Huiles eſſentielles qu'on tire des Plantes aromatiques des Indes, mais il ne produit pas le même effet ſur l'Huile de Terebenthine.

J'avois reconnu d'un autre côté, par pluſieurs tentatives, que l'Huile de Vitriol, même la plus concentrée, ne pouvoit ſeule faire réuſſir l'experience de Borrichius, parce qu'en toutes ces experiences, l'Acide du Nitre paroît être le principal agent, lorſqu'il s'agit de produire

de

de la flamme & de l'explosion, par le mélange d'un esprit acide avec des matieres sulfureuses. Je crûs donc que l'union de cette Huile, avec l'esprit fumant que je viens de décrire, rempliroit enfin mon attente.

En effet, ayant mis dans un verre une once d'Huile de Vitriol concentrée, avec autant de cet Esprit de Nitre fumant, & versant par-dessus un pareil volume d'Huile de Terebenthine, j'eus la satisfaction de voir la matiere s'embraser tout à coup avec explosion, & produire une très belle flamme, qui est accompagnée en s'élevant d'un tourbillon de fumée très épaisse; ce n'est point un feu passager, il dure quelque tems, il consume tout le mélange qui est dans le verre, & il ne laisse en s'éteignant qu'une petite quantité d'une espece de charbon noir fort leger.

Ayant ainsi réussi à enflammer l'Huile de Terebenthine, je crûs qu'il falloit simplifier mon operation, en me délivrant de l'embarras d'avoir deux liqueurs acides à mêler pour le succès de l'experience: il me fut aisé de juger, que puisque j'étois obligé d'ajoûter de l'Huile de Vitriol à mon esprit de Nitre fumant, il n'en entroit pas assés dans sa composition, eû égard à la quantité de Nitre que j'avois employé, & qu'ainsi il falloit changer la proportion que j'avois observée d'abord: au lieu donc de trois livres de Nitre, je n'en pris que deux, avec une livre d'Huile de Vitriol ordinaire, mais de la plus forte, & dont je m'assurai par des essais que j'exposerai dans la suite de ce Memoire. Je tirai de ce mélange, par la distillation, une eau forte capable d'enflammer l'Huile.

le de Terebenthine sans autre secours. C'est ainsi que j'ai executé cette experience l'année derniere, en presence de plusieurs personnes de consideration, parmi desquelles il y en avoit de l'Academie.

Voilà où j'étois arrivé par mes propres recherches, lorsqu'il me tomba entre les mains un Recueil d'Observations Chymiques, intitulé : *Frederici Hoffmanni Observationum Physico-Chymicarum Selectiorum libri tres*, imprimé à Hall en 1722. Cet Auteur y donne une préparation d'Esprit de Nitre, avec lequel il enflamme, non seulement les Huiles essentielles qui nous viennent d'Asie, mais même l'Huile de Terebenthine. Il décrit sa préparation en ces termes :

„ Je prends demi-livre du meilleur Nitre purifié, tel qu'il nous vient de Moscovie, parce qu'il est entierement débarassé des impuretés du Sel commun, & autant d'Huile de Vitriol très rectifiée; je mets le tout ensemble dans une cornue de verre que je fais distiller à un feu de sable très lent, & j'en tire en peu d'heures un esprit sulfureux très volatile.

Il prend une once de cet esprit fumeux & autant d'esprit de Terebenthine, qu'il mêle dans un grand verre, d'une ouverture & d'une surface fort large, à qui il donne le nom de *Sucrier* ; & après avoir bien agité ce mélange, il s'en éleve, dit-il, une flamme très claire, accompagnée d'un peu de fumée. Il observe que le feu ne prend pas si vîte à l'Huile de Terebenthine, qu'il prend à l'Huile de Geroffle, mais que cela n'arrive qu'au bout de quelque

que tems : il demande une forte agitation du mêlange, pour en faire sortir une flamme, qui est, ajoûte-t-il, si vive, qu'elle menace d'incendie.

Nos procedés sont bien différens. De quelque maniere que j'aye executé cette operation, soit par le mêlange de l'Esprit de Nitre & de l'Huile de Vitriol, soit par l'Esprit de Nitre seul, preparé avec une plus grande proportion d'Huile de Vitriol ; ce feu a toûjours pris sur le champ à l'Huile de Terebenthine, & même si subitement, qu'on n'a presque pas le loisir de verser cette Huile sur les esprits acides.

Sa préparation de l'Esprit de Nitre n'est pas non plus conforme à la mienne. Il prend pour la faire, partie égale de Salpêtre & d'Huile de Vitriol très rectifiée, savoir demi-livre de l'un & demi-livre de l'autre.

Je ne me sers pour la mienne, que de l'Huile de Vitriol simple, à la verité du meilleur choix ; & au lieu de partie égale, j'y joins le double de Salpêtre bien sec : je fais ma distillation dans une cornue de terre, au feu de reverbere, poussé par degrés à la maniere ordinaire, & l'Esprit qui en vient, produit toûjours sur le champ, avec l'Huile de Terebenthine, ce grand effet dont parle M. Hofman. De plus, je fais mes experiences dans un verre étroit par en bas, où celles de M. Hofman ne peuvent réussir, il lui faut un grand vaisseau large de base, où le mêlange se puisse agiter commodément.

Il est vrai qu'en prenant des bouteilles de verre, dont on se sert pour mettre des fruits confits

fits à l'Eau de Vie, & qui ont un pied de haut sur un peu plus de trois pouces de diametre j'ai trouvé que la flamme se developpoit davantage, parce que la matiere a plus de tem pour s'embraser, ce qui rend l'operation plu brillante.

Comme rien n'est plus délicat, & plus suje à caution que les operations de Chymie, surtout quand elles sont singulieres & peu connues, il est toûjours à propos de vérifier ce que les Auteurs avancent de nouveau. Ce n'est que par cette exactitude que la Chymie est devenue un Art certain, & qu'on l'a debarrassée d'une grande quantité d'operations, publiées trop au hazard, sur le succès d'une premiere réussite.

J'ai donc suivi le procedé de M. Hofman pour la préparation de son esprit de Nitre fumeux, & j'ai observé avec le dernier scrupule toutes les circonstances qu'il a prescrites. Il m'a parfaitement bien réussi: j'en ai retiré d'abord quatre onces deux gros, & en continuant la distillation, cinq gros de plus.

Je dois dire, en rendant justice à ce celebre Chymiste, que cette liqueur acide est très curieuse, & qu'elle differe presque totalement des autres esprits de Nitre usitez en Chymie. Celui que j'ai retiré, en suivant son procedé, est veritablement, comme il le dit, d'une très belle couleur citrine, & répand des vapeurs blanches, contre l'ordinaire de tous les esprits acides qu'on tire du Salpêtre, dont le caractere particulier est d'être d'une couleur rouge & de répandre des vapeurs rougeâtres. C'est cette couleur

leur des eſprits de Nitre ordinaires, que les Chymiſtes entêtez de la Pierre philoſophale ont nommé le ſang de la Salamandre, & ſur laquelle ils ont debité tant de folies.

Soit que l'Huile de Vitriol dont je me ſuis ſervi dans mon operation, fût plus rectifiée que celle qu'employe M. Hofman; ſoit que mon Nitre fût plus ſec & plus purifié; ſoit enfin que notre Huile de Terebenthine, que j'employe, ſoit plus propre à l'experience, cet eſprit de Nitre l'enflamme tout d'un coup avec exploſion; & il n'eſt pas beſoin certainement d'attendre, ni d'agiter le vaiſſeau pour produire cette violente déflagration, comme le dit M. Hofman en deux endroits de ſon Livre. C'eſt un embraſement prodigieux, durable, & tel qu'on ne doit pas l'attendre du ſimple mêlange de deux liqueurs.

Mais il n'eſt pas neceſſaire pour cela d'avoir préciſément de l'eſprit de Nitre, fait à la maniere de M. Hofman; tout autre eſprit de Nitre, qui ſera bien déflegmé, pourvû qu'on y joigne dans le verre une portion ſuffiſante d'Huile de Vitriol, enflammera non-ſeulement l'Huile de Terebenthine, mais même les Huiles eſſentielles de nos Plantes d'Europe; ce qui n'a pas réuſſi, ni à M. Hofman, ni à d'autres Chymiſtes qui l'ont ſouvent eſſayé.

J'ai enflammé par ce moyen l'Huile de Genievre, l'Huile de Menthe, l'Huile des Plantes vulneraires diſtillées, l'Huile de Citron, l'Huile de Fenouil, quelques tenues que ſoient ces ſortes d'Eſſences, en comparaiſon de celles que fourniſſent les Plantes aromatiques des Indes.

Cet-

Cette observation me détermineroit volontiers à préférer, pour ces sortes d'experiences, le mélange de l'esprit de Nitre & de l'Huile de Vitriol rectifiée, à tout autre esprit acide, de quelque façon qu'il soit tiré, parce que de cette maniere elles ne manquent point, & que de l'autre, elles sont sujettes à manquer, principalement quand l'esprit de Nitre n'est pas bien récent.

Comme ces experiences ne peuvent se faire qu'avec beaucoup de dépense & d'embarras, il n'est pas inutile, pour satisfaire la curiosité, de trouver moyen de les executer avec moins de frais.

Selon M. Hofman, il faut toûjours au moins une once de son esprit & autant d'Huile de Terebenthine, pour produire une belle flamme.

Je le fais par ma méthode à une moindre dose; car avec le poids d'un gros seulement de chacun des deux acides & de trois gros d'Huile de Terebenthine, le mélange s'enflamme parfaitement.

L'Huile essentielle de Citron, & celle de Menthe ont pris feu, en y employant les mêmes doses.

En joignant à demi-once de l'esprit fumeux de M. Hofman, deux gros d'Huile de Vitriol concentrée, j'ai enflammé l'essence de Fenouil au poids de demi-once; ce qui n'avoit pas pû réussir avec l'esprit fumeux tout seul.

Pour l'Huile essentielle de Genievre, j'ai pris la dose d'une once de chacun des deux acides, sur une once de cette Huile, & l'experience a réussi.

M.

M. Hofman remarque qu'il a auſſi allumé de l'Huile de Genievre qui lui venoit de Turinge; mais qu'il a reconnu que le feu n'y prenoit que parce qu'elle étoit mêlée d'Huile de Terebenthine. Il n'a pû enflammer de veritable Huile de Genievre qu'il avoit tirée lui-même. Je ſuis en cela plus heureux, puiſque l'Huile de Genievre que j'ai enflammée par ma methode, eſt une Huile de Genievre pure, dont je ſuis ſûr & que j'ai diſtillé moi-même avec ſoin.

Plus les Huiles eſſentielles ſont legeres, comme le ſont celles qu'on tire de nos Plantes d'Europe, plus la doſe des acides doit être forte. C'eſt pourquoi j'ai auſſi employé pour les enflammer la même doſe dont je m'étois ſervi pour l'Huile de Genievre.

Je croyois enflammer l'Huile blanche de Pétrole par ce même procedé, mais je n'ai pû encore y réuſſir, parce que cette ſorte d'Huile minerale étant déja un Bitume parfait & chargé d'acides, elle ne peut plus être aſſez penetrée par ces nouveaux eſprits acides, pour en être enflammée; au lieu que les Huiles eſſentielles des Plantes ne forment de Bitume que dans l'inſtant qu'elles fermentent, & qu'elles s'allument par les acides. L'Huile de Vitriol me paroit en cela d'une très grande utilité pour procurer l'embralement des eſſences, qui ſont d'elles-mêmes trop tenues; parce qu'en commençant à former un Bitume avec elles, l'eſprit de Nitre a plus de priſe pour les penetrer, & pour les mettre tout à la fois dans un mouvement violent, tel que celui qui doit produire la flamme; au lieu que ſans l'Huile de

yi-

Vitriol, elles ſe diſſiperoient en fumée avec la ſimple chaleur ordinaire aux fermentations.

Ce ne ſont pas ſeulement les Huiles eſſentielles des Plantes, tant de l'Europe que de l'Aſie, que je rends inflammables par ce procedé ; les Baumes naturels le deviennent auſſi. Experience à laquelle on n'avoit pas ſeulement penſé ; & pour dire la verité, je ne m'attendois pas trop que le ſuccès en dût être ſi heureux.

On croiroit avec aſſés de raiſon, qu'avant que d'employer ces matieres pour des experiences auſſi delicates, il faudroit tout au moins les avoir purifiées de ce qu'elles ont de plus groſſier & du flegme trop abondant (C'eſt ce qu'on obtient par les diſtillations & les rectifications qui nous fourniſſent des Huiles claires & limpides, tant de la Terebenthine que des autres Baumes qu'on traite par cette voye.) Mais j'ai éprouvé que des préparations, d'ailleurs ſi neceſſaires pour ſubtiliſer ces matieres ſulfureuſes, ne l'étoient pas du tout pour les diſpoſer à s'enflammer par les forts eſprits acides. J'ai allumé la Terebenthine elle-même, telle qu'elle découle des Arbres & qu'on nous l'apporte, ſans autre préparation que de jetter ſur une once de cette matiere, quoi qu'aſſés épaiſſe, un mêlange d'une once d'eſprit de Nitre fumeux & de demi-once d'Huile de Vitriol concentrée. La flamme ſemble durer plus long-tems que dans les autres experiences, & faire pluſieurs exploſions à diverſes repriſes.

Ce n'eſt pas une proprieté particuliere à la Terebenthine; le Baume de Copaü, dont j'étoi

tois bien ſûr, parce que je l'avois eû de M. Barere, qui l'avoit recueilli & rapporté lui-même des Iſles, m'a réuſſi aux mêmes doſes ; & il a produit une flamme claire & nette avec une forte exploſion, accompagnée d'un peu de vapeurs.

J'ai faît la même experience & aux mêmes doſes, avec le Baume blanc de la Meque, qui m'a réuſſi d'une façon toute ſinguliere : la flamme en eſt ſortie avec tant de vivacité & avec une exploſion ſi forte, qu'elle a fait le même bruit qu'un coup d'arme à feu bien chargée. Il y a apparence que les autres Baumes qui coulent des Arbres par la ſimple inciſion, pourvû qu'ils ſoient legitimes, étant mêlez avec les eſprits acides ſuivant les formules preſcrites, doivent produire cette flamme ſubite, qui fait un ſpectacle ſi extraordinaire.

Il eſt fâcheux que la dépenſe conſiderable de ces experiences ne permette pas de les repeter auſſi ſouvent que la curioſité l'exigeroit, on en tireroit des inductions pour tâcher d'expliquer la maniere dont les acides agiſſent ſur les matieres ſulfureuſes pour produire de la flamme, & la violente raréfaction des mêmes matieres qui cauſe l'exploſion.

Les vapeurs qui ſortent de ces differentes déflagrations répandent une odeur aromatique aſſez forte, mais qui n'a rien de deſagréable : au contraire en s'affoibliſſant, elle ſe convertit en une eſpece de parfum très doux, qui s'étend au loin & qui ſubſiſte long-tems. Celui que laiſſe la déflagration du Baume de Copaü a beaucoup de douceur & d'agrément. L'Huile blanche

du Petrole m'a dédommagé par ſon parfum de la flamme qu'elle a manqué de produire avec les eſprits acides: la vapeur qu'elle répand a ſur la fin une odeur d'ambre gris ſi naturelle, auſſi bien que la matiere qui reſte après la fermentation, que tout ce qui y touche eſt parfumé de la même maniere que ſi on y avoit employé le Muſc & l'Ambre. J'ai une plume, parfumée de la ſorte, qui a conſervé long-tems ſon odeur, parce qu'un petit bout preſque imperceptible avoit trempé dans cette matiere.

On voit par tout ce que j'ai rapporté, que le procedé que je tiens, de joindre l'Huile de Vitriol concentrée avec l'eſprit de Nitre bien deflegmé, eſt plus ſûr, plus commode & plus étendu dans la pratique, que celui de s'en tenir à l'eſprit de Nitre fumeux, quelque excellent qu'il ſoit, comme fait M. Hofman. Nous avons cherché tout les deux à perfectionner ces experiences; & ſi nous convenons en quelque choſe, il n'eſt pas étonnant que des Artiſtes dont l'un eſt à Hall en Saxe & l'autre à Paris, ſe rencontrent ſans ſe communiquer, puiſqu'ils travaillent ſûr le même ſujet.

Au ſurplus, cette maniere d'allumer l'eſprit de Terebenthine, les Huiles eſſentielles des Plantes d'Europe, & même les Baumes naturels par les eſprits acides, m'a paru une operation aſſés curieuſe & aſſés intereſſante en ce genre, pour meriter d'être publiée, en donnant les différens moyens de la faire réuſſir. En effet elle s'étend beaucoup au-delà des deux operations, publiées depuis ſi long-tems par Becher & par Olaus Borrichius, que l'on regar-

gardoit comme deux problêmes de Chymie des plus difficiles à réſoudre.

DE LA POUSSÉE DES TERRES CONTRE LEURS REVESTEMENS, ET LA FORCE DES REVESTEMENS QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

LEs ruïnes que j'ai vû arriver à pluſieurs revêtemens, faute d'une bonne conſtruction, m'ont engagé à chercher les regles qu'il faut obſerver dans les épaiſſeurs & les talus qu'on leur doit donner, pour qu'ils puiſſent réſiſter à la Pouſſée des Terres qu'ils ont à ſoûtenir.

M. Bullet Architecte du Roi & de l'Academie Royale d'Architecture, & après lui M. Gautier Architecte, Ingenieur & Inſpecteur des grands-Chemins, Ponts & Chauſſées du Royaume, ont entrepris cette recherche avant moi, mais ils ne reſolvent point la difficulté; car outre qu'ils ne conſiderent point les Revêtemens comme des corps dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales, & qu'ils ne font aucu-

ne attention aux leviers qui ſe trouvent employez, tant dans la Pouſſée des Terres que dans la réſiſtance des Revêtemens, ils ſont encore tombés dans pluſieurs erreurs conſidérables, tant dans le calcul des forces que dans la maniere de conſidérer le talu des Terres.

Autant les erreurs ſont dangereuſes dans des regles de pratique, autant il eſt important de les faire connoître quand on s'en eſt apperçû: c'eſt pourquoi avant de conſidérer quelle eſt la Pouſſée des Terres contre les Revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales, je crois qu'il eſt à propos, à l'occaſion des erreurs de M. Bullet, de déterminer quelle ſeroit la Pouſſée des Terres contre des Revêtemens dont les ſurfaces ſeroient planes & polies, & de donner les épaiſſeurs & les talus qui conviendroient à ces ſortes de Revêtemens; ce qui diviſera ce Memoire en deux parties.

Dans la premiére je ferai voir quel eſt le talu naturel des Terres, quelle eſt leur Pouſſée contre les Revêtemens dont les ſurfaces ſont planes & polies, & quelles ſont les épaiſſeurs & les fruits qu'il faut donner à ces Revêtemens.

Dans la ſeconde, je déterminerai quelle eſt la Pouſſée des Terres contre les Revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes, & j'y donnerai non ſeulement les baſes & les fruits des Revêtemens qui doivent ſoûtenir la Pouſſée des Terres, mais encore les baſes & les fruits de ceux qui doivent ſoûtenir la Pouſſée des Terres avec celle des efforts accidentels quelconques.

PRE-

PREMIERE PARTIE.

De la Poussée des Terres contre les Revêtemens, dont les surfaces sont planes & polies, & de la force des Revêtemens qu'on leur doit opposer.

COmme les Terres différentes demandent différens talus, je prendrai pour exemple celles qui demandent le plus grand, c'est-à-dire, celles dont les parties sont les plus roulantes & détachées les unes des autres, comme seroient des grains de Sable ou des Boulets de Canon, & je supposerai que toutes ces parties sont égales entr'elles & parfaitement rondes: c'est de cette maniere que M. Bullet a regardé les parties de la Terre, & c'est de tout ce qu'il dit, la seule chose qu'on lui puisse accorder.

Il dit, *pag.* 171 *de son Architecture Pratique imprimée à Paris en* 1691, que des petits cailloux tous ronds arrangés dans leur situation naturelle, auront un talu qui formera avec leur base de niveau, un angle de 60. o Mais ayant reconnu par l'experience, que les Sables prennent une pente ou talu plus incliné, il suppose pour tenir sur cela le chemin le plus sûr, qu'ils prennent un talu de 45. o *comme l'on voit, fig.* 2. Ainsi il examine quel soûtien *ABE* il faut pour arrêter la Poussée du Triangle isocele & rectangle *ACB*. Mais comment le fait-il?

Il est démontré, dit-il, page 172, *dans les prin-*

principes de la Statique, qu'un plan étant incliné * *comme* CB, *qui peut être une table ou un autre corps uni sur lequel on veut faire tenir une boule, comme* D, *il faut pour tenir cette boule sur le corps incliné, une force ou puissance qui soit au poids de la boule comme la hauteur* BA *est au plan incliné* CB, *ou comme le côté est à la diagonale d'un quarré, &c.* Voilà la Doctrine de M. Bullet sur les talus & sur la Poussée des Terres, laquelle se reduit à ces trois articles.

1°. Que les boules s'arrangent comme dans la figure premiere, & prennent un talu qui forme avec l'horizon un angle de 60.°

† 2°. Que la Poussée des Terres est à leur pesanteur, comme la hauteur *AB* du plan incliné, est à sa longueur *BC*.

3°. Que les talus des Terres peuvent être regardés comme des plans inclinés, sur lesquels il faut soûtenir les Terres qui veulent ébouler.

Or ces trois articles sont absolument faux, car

1°. Il n'est pas vrai que les Boulets prendront un talu de 60.° comme nous le ferons voir dans le Corollaire second du Theoreme premier.

2°. La proposition de Statique qu'il avance, n'est vraye que quand ‡ le poids *D* est soûtenu par une puissance *F*, qui agit paralleleement au plan incliné *BC*, & elle est fausse lorsque le corps *D* est soûtenu par un Revêtement plan *ABE*, qui agit toûjours horizontalement contre la boule *D*, comme nous

* Fig. 2. † Fig. 2. ‡ Fig. 3.

nous le ferons voir dans le Corollaire du Theoreme ſecond.

3°. Quand même la propoſition de Statique qu'il avance, auroit lieu dans la Pouſſée des Terres, il n'eſt pas vrai qu'on puiſſe regarder le talu *CB* comme un plan incliné ſur lequel il faut ſoûtenir une boule *D*, ainſi que nous le ferons voir dans le Theoreme troiſieme.

LEMME.

* Quand un corps *A* eſt pouſſé par deux forces exprimées par les côtés *AB*, *AC* d'un parallélogramme, il parcourt la diagonale *AD* du parallélogramme dont les deux forces lui auroient fait parcourir ces mêmes côtés *AB*, *AC*; & reciproquement quand un corps *A* parcourt, ou fait effort pour parcourir la diagonale *AD* d'un parallélogramme *ACDB*, il eſt pouſſé ſuivant cette diagonale, comme il le ſeroit par deux forces capables de lui faire parcourir les deux côtés *AB*, *AC* du parallélogramme dont il parcourt la diagonale: comme il n'y a aucune méchanique qui ne démontre ce Lemme, je me contenterai de l'énoncer ſans en rapporter la démonſtration.

THEOREME I.

† *Si l'on arrange des boulets les uns ſur les autres, enſorte qu'ils ſe ſoûtiennent ſans Revêtement.*

1°. *Ils*

* Fig. 4. † Fig. 5.

1°. *Ils auront un talu dont l'inclinaiſon ſera égale à l'inclinaiſon des faces d'un Tetraëdre ſur ſa baſe.*

2°. *La hauteur* AI *de ce talu* AK *ſera à ſon fruit ou à la longueur de ſa baſe* IK, *comme* $\sqrt{8}$ *eſt à* 1.

DEMONSTRATION.

PART. I. Il eſt évident que chaque boulet ſera toûjours appuyé ſur trois autres boulets.

Et comme les boulets ſont égaux, ils formeront un Tetraëdre à qui l'on peut donner pour faces les quatre triangles équilateraux *ABC*, *ACD*, *ADB*, *BCD*, qui joignent les centres *A*, *B*, *C*, *D* des quatre boulets pris trois à trois.

Or quelque nombre de boulets qu'on prenne, l'on aura toûjours un Tetraëdre ſemblable au premier *ABCD*. Donc ſi l'on arrange des boulets les uns ſur les autres, enſorte qu'ils ſe ſoûtiennent ſans revêtement, ils auront un talu *AK* dont l'inclinaiſon *AKD* ſera égale à l'inclinaiſon des faces d'un Tetraëdre ſur ſa baſe *BCD*. *Ce qu'il falloit* 1.° *démontrer.*

PART. II. *La hauteur* AI *du talu* AK *eſt à ſon fruit ou à ſa baſe* IK, *comme* $\sqrt{8}$ *eſt à* 1.

CAr puiſque le Tetraëdre eſt regulier, ſi l'on abaiſſe la perpendiculaire *AI*, menée de ſon ſommet *A* ſur ſa baſe *BCD*, elle tombera ſur le milieu de cette baſe, & en même tems

tems ſur ſon centre de gravité en I, enſorte que l'on aura $IK = \frac{1}{3} KD$, & partant $ID = \frac{2}{3} KD$; mais $KD = AK$, parce que les faces du Tetraëdre ſont égales. Donc $KI = \frac{1}{3} AK$, & $ID = \frac{2}{3} AK$. C'eſt pourquoi en ſuppoſant $KI = 1$, l'on aura $AK = 3$; & la perpendiculaire AI du triangle rectangle AIK, ſera $= \sqrt{AK^2 - KI^2} = \sqrt{9-1} = \sqrt{8}$. On aura auſſi $ID = 2$.

Mais $AI = \sqrt{8}$ eſt la hauteur du Tetraëdre, & $KI = 1$ eſt la baſe ou le fruit de ſon talu. Donc la hauteur AI du talu AK du Tetraëdre, eſt à ſa baſe KI, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Et par conſéquent la hauteur des Terres qui ſe ſoûtiennent ſans revêtement, eſt à leur baſe ou fruit, comme la racine de 8 eſt à l'unité. *Ce qu'il falloit* 2°. *démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc ſi la hauteur des Terres eſt pour exemple de 18 pieds, l'on aura la baſe de leur talu naturel en faiſant cette analogie $\sqrt{8}$: 1 : : 18 : à un quatrieme terme qui donnera la baſe du talu que prendra cette hauteur de 18 pieds; & ce fruit, où cette baſe ſe trouvera de $\frac{18}{\sqrt{8}}$ pied. L'on voit donc que pour avoir le fruit naturel des Boulets ou des Terres dont je regarde chacune des parties qui les compoſent, comme autant de petits grains ſemblables à des petits Boulets tous égaux en-

entr'eux, il n'y a qu'à diviſer leur hauteur quelconque par $\sqrt{8}$, & le quotient donnera leur fruit demandé.

COROLLAIRE II.

* Donc le talu des Boulets ne fera pas, comme le dit M. Bullet, avec l'horizon, un angle de 60 degrés. Car pour qu'un plan AB, (*figure* 1,) faſſe avec l'horizon un angle ABC de 60 degrés, il faut pour cela que ſa baſe BC ſoit égale à la moitié de ſa longueur AB, parce que dans tout triangle équilateral, comme ABD, où les angles ſont de 60. °, l'on a $BC = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} BA$.

† Mais nous avons trouvé, (*figure* 5,) que la baſe KI du talu AK, n'eſt que de $\frac{1}{3} AK$. Donc l'angle AKI que cette face ABC du Tetraëdre fait avec l'horizon KI, n'eſt pas de 60 degrés, comme M. Bullet le prétend, mais conſidérablement plus grand, puiſque pour qu'il fût de 60 degrés, il faudroit que KI fût $= \frac{1}{2} AK$, au lieu qu'il n'en eſt que le tiers, ſuivant la ſeconde partie du Theoreme premier.

THEOREME II.

‡ *Si l'on retient un corps* D *ſur un plan incliné* BC, *par un revêtement vertical* AB, (figure 6,) *je dis que la peſanteur du corps* D *ſera à l'effort qu'il fera contre le revêtement, comme la baſe* QB

* Fig. 1. † Fig. 5. ‡ Fig. 6.

QB *du plan eſt à ſa hauteur* BA, *& non pas comme la longueur* CB *dudit plan incliné eſt à la hauteur* BA *ou ſon égale* CQ, *comme le prétend M. Bullet.*

DEMONSTRATION.

Si du centre de gravité *D* du corps à ſoûtenir, l'on abaiſſe la verticale *DG*, comme auſſi les perpendiculaires *DF* ſur *AB*, & *DH* ſur *CB*; & qu'autour d'une portion *DG* de la verticale priſe pour diagonale on acheve le parallélogramme *DHGF*; pour-lors la peſanteur du corps *D* étant exprimée par *DG*, l'effort qu'il fera contre le revêtement *AB* ſera exprimé par *DF*, puiſque ſuivant le Lemme ci-deſſus le corps *D* étant pouſſé par ſa peſanteur ſuivant la diagonale *DG* du parallélogramme, l'on peut transformer ſa peſanteur en deux autres forces, qui le pouſſeront, l'une ſuivant *DF*, & l'autre ſuivant *DH*, leſquelles ſeront à ſa peſanteur, comme *DF* & *DH* ſont à *DG*. Mais de ces deux forces, d'où reſulte la peſanteur du corps *D*, il n'y a que la force *DF* qui agiſſe contre le revêtement *AB*, puiſque l'autre *DH* eſt entierement ſoutenue par le plan incliné *CB* auquel elle eſt perpendiculaire: donc la peſanteur du corps *D* eſt à l'effort qu'il fait contre le revêtement *AB*, comme *DG* eſt à *DF*, ou bien comme *DG* eſt à *GH*, ce qui eſt le même. Mais *DG*: *GH*:: *BQ*: *QC*=*AB*, à cauſe des triangles ſemblables *DGH*, *BQC*, ayant chacun un angle droit, l'un en *Q* &

l'autre en *G*, & l'angle *BCQ* égal à l'angle *DHG*. Comme il eſt aiſé de le voir.

Car *HG* étant parallele à *QB*, l'on aura l'angle *GHB* égal à ſon alterne *CBQ*. Donc leurs complémens à un droit ſeront auſſi égaux.

Mais l'angle *DHG* eſt le complément de l'angle *GHB*, de même que l'angle *BCQ*. eſt le complément de l'angle *CBQ*. Donc l'angle *DHG* eſt égal à l'angle *BCQ*, étant tous deux les complémens à un droit des angles égaux *GHB*, *CBQ*. Donc ces Triangles *DGH*, *BQC* ſont ſemblables, ce qui donnera cette proportion *DG*: *GH*:: *BQ*: *QC*. C'eſt-à-dire, la peſanteur du corps *D* exprimée par *DG* eſt à l'effort *DF* qu'il fait contre le revêtement vertical *AB*, comme la baſe *BQ* du plan incliné eſt à ſa hauteur *QC* ou ſon égal *AB*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc la pouſſée d'un Boulet retenu ſur un plan incliné par un revêtement, n'eſt pas à ſa peſanteur comme la hauteur *AB* du plan eſt à ſa longueur *BC*. Mais bien comme cette même hauteur *AB*, ou ſon égal *CQ* du même plan incliné eſt à ſa baſe *BQ*. *Comme nous le venons de démontrer.*

THEO-

THEOREME III.

* *Les talus des terres ſur leſquels il faut ſoûtenir avec des revêtemens les terres qui veulent ébouler, ne doivent point être regardez comme des plans inclinés, comme le prétend M. Bullet.*

DEMONSTRATION.

Pour mieux faire ſentir la verité de cette propoſition, arrangeons des Boulets les uns ſur les autres comme fait M. Bullet (*fig.* 7.) quoique ce ne ſoit pas le veritable arrangement que ces Boulets prendront d'eux-mêmes, comme nous l'avons démontré dans le Corollaire II. du premier Theoreme: il eſt évident que dans cet arrangement de M. Bullet les Boulets auront un talu qui formera avec l'horizon un angle de 60. degrés, & la ligne *C B* qui touchera ces Boulets repréſentera un plan *C B* qui fera auſſi avec l'horizon un angle de 60. degrés. Mais ſi l'on veut arranger des Boulets comme *D* ſur ces premiers, il eſt certain qu'ils ne s'y ſoutiendront pas d'eux-mêmes, mais qu'il faudra employer quelque force, comme celle d'un Revêtement, pour les empêcher de tomber, enſorte que ces Boulets ſeront ſoûtenus d'un côté par le Revêtement, & de l'autre par le tas de Boulets.

Mais ils ne ſeront pas ſoûtenus par le tas de Boulets de la même maniere qu'ils le ſeroient

* Fig. 7.

roient par le plan incliné CB, car le Boulet D étant mis ſur les premiers, il eſt clair qu'il ſera ſoûtenu par le Boulet qu'il touche au point L, de la même maniere qu'il le ſeroit par un plan incliné LK, qui toucheroit ces deux Boulets au point L, & non pas par le plan incliné CB. Donc le Boulet D ne ſera pas ſoûtenu par le tas de Boulets de la même maniere qu'il le ſeroit par un plan auſſi incliné que le talu de ces Boulets; & par conſéquent, les talus ſur leſquels il faut avec des Revêtemens ſoûtenir les terres qui roulent ou veulent ébouler, ne doivent point être regardés comme des plans inclinés. Il ſera facile de démontrer la même propoſition dans le véritable arrangement des terres. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

* Si les talus pouvoient être regardés comme des plans inclinés, comme le dit M. Bullet, il arriveroit que la pouſſée des Terres ſeroit toûjours la même ſur des talus de même hauteur, quelque grands que fuſſent ces talus, comme on le voit aiſément.

Car ſi l'on prend deux talus MN, PQ, (*fig.* 8. & 9.) qui ayent des hauteurs égales MO, PR, & que l'on nomme b la baſe ON du grand, & C la baſe RQ du petit talu, & a la hauteur MO du grand, de même que celle PR du petit talu, puiſque nous ſuppoſons que ces deux talus ont même hauteur.

Alors

* Fig. 8. 9.

Alors la coupe des terres qu'il faudra ſoûtenir ſur le grand talu MN, ſera exprimée par $\frac{ab}{2}$, & la coupe des terres qu'il faudra ſoûtenir ſur le petit talu PQ ſera exprimée par $\frac{ac}{2}$. Ainſi en repréſentant la peſanteur des terres par leur coupe ou profil, la peſanteur des terres qui ſeront repréſentées par le grand triangle MNH ſera $= \frac{ab}{2}$, & la peſanteur des terres qui ſeront repréſentées par le petit triangle, & qu'il faut ſoûtenir ſur le petit talu PQ ſera $= \frac{ac}{2}$. Mais ſuivant le Theoreme II. la peſanteur d'un Boulet ou des terres qui ſeroient ſur un plan incliné, eſt à l'effort horizontal qu'elles feroient contre le Revêtement qu'on leur oppoſeroit, comme la baſe du plan incliné eſt à ſa hauteur; donc nous aurons l'effort horizontal des terres qui ſont ſur le grand talu MN. Par cette analogie $b : a :: \frac{ab}{2}$ qui eſt la peſanteur des terres: eſt à un quatrieme terme qui ſera l'effort horizontal des mêmes terres, & ce quatrieme terme ſera $\frac{aa}{2}$ pour l'effort horizontal des terres qui ſont ſur le grand talu, l'on aura de la même maniere l'effort horizontal des terres qui ſeront ſur le petit talu PQ, par cette même analogie, ſavoir la baſe c :

eſt

eſt à la hauteur a : : $\frac{ac}{2}$, qui eſt la peſanteur des terres: eſt à un quatrieme terme qui ſera leur effort horizontal, & ce quatrieme terme ſera $\frac{aa}{2}$, de même que le precedent.

Donc les efforts horizontaux des terres qui ſont ſur ces differens talus de même hauteur ſont égaux, puiſqu'ils ſont tous deux exprimez par $\frac{aa}{2}$. Ainſi la remarque qu'a fait M. Bullet ſur les talus des terres eſt fort inutile en regardant les talus comme des plans inclinés, puiſque les terres qui ſeroient ſur un plan incliné de 45. o ne pouſſeroient ni plus ni moins que celles qui ſeroient ſur un plan incliné de 60. o ayant tous deux même hauteur. *Ce qu'il falloit démonerer.*

COROLLAIRE.

Donc les efforts horizontaux des terres *MHN*, *PSQ*, qui ſont ſur des plans inclinés, ſont entr'eux comme les quarrés de leur hauteur, puiſque ces efforts ſont exprimés par la moitié du quarré de leur hauteur, & que les moitiés des quarrés ſont comme les quarrés entiers.

THEOREME IV.

Si l'on arrange des Boulets les uns ſur les autres, comme ils doivent être ſuivant le premier Theo-

re-

reme, c'eſt-à-dire, en ſorte qu'ils ayent un talu ſemblable à celui d'un Tetraëdre, (figure 10,) *je dis que la peſanteur d'un Boulet qu'on mettra ſur ledit talu des Boulets ſera à l'effort qu'il fera contre le Revêtement, comme* $\sqrt{8}$ *eſt à* 2.

DEMONSTRATION.*

*Tant qu'un Boulet *A* ſera ſoûtenu par trois autres Boulets, il ne pouſſera point contre le revêtement *MN*. Mais ſi l'on ôte les deux Boulets *B* & *C* qui le ſoûtiennent du côté dudit revêtement, alors il pouſſera contre lui avec une force qui ſera à celle de la peſanteur, comme *ID* eſt à *AI*.

Car ſi l'on tire *AG* parallele à *ID*, & *IG* parallele à *AD*, l'on aura un parallélogramme *AGID* qui aura pour diagonale la verticale *AI*.

Ainſi, ſi *AI* repréſente la peſanteur du corps *A*, cette peſanteur ſe changera en deux autres forces, dont l'une agira ſuivant *AG*, & l'autre ſuivant *AD*, avec des forces qui ſeront à la peſanteur dudit corps *A*, comme *AG*, & *AD* ſont à *AI*, qui ſeront par conſéquent exprimées par les mêmes lignes *AG*, *AD*. Mais des deux forces dans leſquelles ſe change cette peſanteur exprimée par *AI*, il n'y a que celle exprimée par *AG* qui agiſſe contre le revêtement *MN*, puiſque l'autre *AD* eſt entierement appuyée ſur le Boulet *D*; Donc la peſanteur du corps ou du Boulet *A*, eſt à l'effort qu'il fait contre le re-

* Fig. 10.

revêtement MN, comme AI eſt à AG, ou bien ce qui eſt le même, comme AI eſt à ID, ou bien ſelon la Propoſition premiere, qui eſt l'énoncé du preſent Theoreme, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Comme chaque grain de terre peut être conſideré comme un boulet, chacun de ces grains fera contre le Revêtement un effort qui ſera à ſa peſanteur, comme 2 eſt à $\sqrt{8}$; & par conſéquent tous les grains pris enſemble feront un effort total qui ſera à leur peſanteur comme 2 eſt à $\sqrt{8}$. C'eſt-à-dire, que la peſanteur des Terres eſt à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2.

REMARQUE SUR LE I. ET IV. THEOREME.

*Quelqu'un pourra peut-être dire que dans le Theoreme premier je ne détermine que le plus petit fruit poſſible des Terres, & qu'elles en peuvent avoir un beaucoup plus grand, en ſuppoſant comme j'ai fait, les grains de ſable comme des petits boulets.

L'on m'accordera, dis-je, qu'il eſt vrai qu'un Tetraëdre aura un talu AK dont la hauteur AI ſera à ſa baſe IK, comme AI eſt à IK, † ou ce qui eſt le même, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Mais on me dira qu'un plus grand nombre de boulets poſés les uns ſur

* Fig. 11. † Fig. 10.

ſur les autres, pourront auſſi prendre un talu AD dont la coupe ſera repreſentée par le triangle AID, (*fig.* 11.) dont la hauteur AI eſt à ſa baſe ID, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2 ſuivant le Theoreme 1er où nous avons vû que $ID = \frac{2}{3} AK$ qui vaut 3 dans le tems que $AI = \sqrt{8}$.

Je réponds à cela, qu'il eſt vrai que l'on peut auſſi-bien prendre le talu AD que le talu AK pour le talu naturel des terres, quoique la baſe ID de l'un ſoit double de la baſe KI de l'autre.

Mais il eſt vrai auſſi que les terres qui ſeront ſur le talu AD ne pouſſeront pas davantage contre leur revêtement OP, que celles qui ſeront ſur le talu AK pouſſeront contre leur revêtement MN, quoiqu'il y ait une fois plus de terre à ſoûtenir ſur ledit talu AD que ſur le talu AK, puiſque la baſe ID de l'un eſt double de la baſe IK de l'autre.

Pour démontrer cette Propoſition qui pourroit paroître un paradoxe, & qui paroît revenir à la remarque du Theoreme III, il ſuffit de faire voir que chaque partie qui eſt ſur le talu AD, (*fig.* 11.) pouſſe une fois moins fort contre ſon revêtement OP que chaque partie ſoûtenue ſur le talu AK, (*fig.* 10.) ne pouſſe contre ſon revêtement MN. *Et c'eſt ce que je vais démontrer.*

DEMONSTRATION.

* Faites AQ parallele à KI, & IQ parallele à KA, vous aurez un parallelogramme $AKIQ$ qui aura pour diagonale la verticale AI. Ainſi le

* *Fig.* 11.

le corps A, au lieu d'être pouſſé par ſa peſanteur ſuivant la verticale AI, peut être pouſſé par deux forces, l'une ſuivant AQ, & l'autre ſuivant AK, qui ſoient à la peſanteur dudit corps, comme AQ & AK ſont à AI. Mais la force qui ſuit AK étant dans le triangle ABC, qui joint les centres A, B, C des trois boulets A, B, C eſt entierement appuyée ſur les 2 boulets B & C. Ainſi il ne reſte que l'autre force ſuivant AQ pour pouſſer contre le revêtement OP. Et cette force qui eſt exprimée par AQ eſt à la peſanteur du boulet exprimée par AI, comme AQ eſt à AI, ou bien ſuivant le Theoreme 1er. comme 1 eſt à $\sqrt{8}$.

* Mais l'effort du même Boulet A contre ſon Revêtement MN du côté du petit talu AK, étant exprimé par $AG=ID=2$, eſt à ſa peſanteur exprimée par ſa verticale $AI=\sqrt{8}$. dans le rapport de 2. à $\sqrt{8}$. comme il eſt démontré dans le Theoreme IV. Donc l'effort que fait contre le Revêtement OP un boulet ou grain de ſable pris du côté du grand talu AD, eſt à l'effort que fait contre le Revêtement MN un boulet pris ſur le petit talu AK, comme 1 eſt à 2, c'eſt-à-dire, qu'un boulet pris ſur le grand talu, pouſſe une fois moins qu'un boulet pris ſur le petit talu. Et comme il y a une fois plus de boulets ſur le grand talu que ſur le petit, il s'enſuit que tous les boulets pris enſemble qui ſont ſur le grand talu, ne pouſſeront ni plus ni moins que tous les boulets pris enſemble qui ſont ſur le petit talu. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Co-

* Fig. 10, & 11.

COROLLAIRE.

Donc, comme nous l'avons remarqué, il n'importe pas lequel on prenne, ou du talu AK ou du talu AD, pour déterminer la Pouſſée des Terres contre leur Revêtement, puiſque les Terres qui ſont ſur ces deux talus pouſſeront également; l'on pourroit même dire que les ſables prennent le talu AD ou le fruit ID préférablement au fruit IK, parce, que comme l'experience me l'a fait voir à moi-même, ils prennent un talu d'environ 50 degrés, ce qui eſt très approchant de celui que cette figure nous donne, car le talu AD ou l'angle ADI eſt de 54.° 44 minutes, comme nous allons le voir, ce qui ne différe de noſdits 50.° que d'environ 4.° $\frac{3}{4}$, ce qui peut venir de l'inégalité des grains de ſable, & de la difficulté qu'il y a de meſurer & former aſſés préciſément ces talus ſabloneux, qui ſont très faciles à ébouler pour peu que les parties de ſable ſe choquent en les verſant.

DEMONSTRATION.

* Le côté $AK=3$ eſt au côté $KI=1$, comme le ſinus de l'angle AIK qui eſt droit, c'eſt-à-dire, comme le ſinus total 100000 eſt au ſinus de l'angle IAK qui ſe trouve d'environ 19.° 28′, & par conſéquent ſon complément $AKI=70.°$ 32 minutes. Maintenant, puiſque

* Fig. 5. 10. & 11.

que $AK = KD$, le triangle AKD eſt iſocele, enſorte que les angles à la baſe KDA, KAD, ſont égaux: c'eſt pourquoi, puiſque nous venons préſentement de trouver l'angle AKI de 70. ° 32′, nous aurons les deux angles égaux KDA, KAD pris enſemble, de 109. ° 28′ qui eſt le ſupplément à deux droits de l'angle AKD ; de laquelle ſomme, la moitié qui eſt 54. ° 44′ environ, eſt la valeur de l'angle ADK formé ſur la baſe horizontale DK par le talu AD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

DEFINITION.

* Quand deux puiſſances ſont appliquées aux bras d'un levier, j'appelle *Energie* le produit de ces puiſſances par leurs bras de levier, enſorte que pour que ces deux puiſſances ſoient en équilibre, il faut que leurs énergies ſoient égales, quiſqu'il faut que ces puiſſances ſoient en raiſon réciproque de leurs bras de levier: car ſi deux puiſſances p & ϖ ont pour bras de levier b & β, elles donneront cette analogie, $p : \varpi :: \beta : b$, ce qui donne $pb = \varpi\beta$, c'eſt-à-dire, des énergies égales.

REMARQUE.

On peut conſidérer les Terres qui pouſſent contre le Revêtement, comme une infinité de lames égales au profil des terres : l'on peut auſſi conſidérer le Revêtement comme étant com-

* Fig. 12.

composé d'une infinité de lames égales au profil du Revêtement : cela posé, il suffira pour que les Terres fassent équilibre avec le Revêtement contre lequel elles poussent, que chaque lame de terre fasse équilibre avec la lame du Revêtement qui lui répond ; c'est pourquoi nous considérerons d'abord quelle est l'énergie d'une lame de Terre pour renverser une lame du Revêtement, & nous considérerons ensuite qu'elle doit être la grandeur & la force d'une lame de Revêtement pour resister à l'énergie d'une lame de terre qui pousse contre elle : car puisque les lames de terre sont égales entr'elles comme le sont entr'elles les lames du Revêtement, il est évident que quand nous aurons déterminé qu'elle doit être la grandeur & la forme d'une lame de Revêtement, nous aurons déterminé la grandeur & la forme de toutes les autres lames qui composent le Revêtement.

* Nous comparerons dans la suite l'énergie d'une lame de terre avec l'énergie d'une lame de Revêtement ; & pour cela nous considérerons (*fig.* 13.) dans le revêtement BCQ, un levier coudé FQC, dont le point d'appui est en Q, & nous remarquerons que l'effort de la lame de terre ABC réunie à son centre de gravité D, est appliqué au bras de levier FQ, pour faire tourner le Revêtement autour du point d'appui Q, & que la force ou pesanteur de la lame du Revêtement $BCQL$ réunie à son centre de gravité R, est appliquée au bras de levier SQ, pour résister à l'effort des terres qui la veulent faire

* Fig. 13.

re tourner autour dudit point d'appui Q. Ainſi l'énergie de la lame de terre ſera ſon effort horizontal, multiplié par le bras de levier FQ, & l'énergie de la lame $BCQL$ du revêtement ſera ſa peſanteur, multipliée par ſon bras de levier SQ.

Comme il s'agit de faire équilibre entre les lames de Terre & les lames de Revêtement, il faut que leurs énergies ſoient égales autour du point d'appui Q, c'eſt pourquoi nous chercherons premierement quelle eſt l'énergie d'une lame de Terre, enſuite nous déterminerons la grandeur & la forme des lames du Revêtement, pour qu'elles ayent une énergie égale à l'énergie des lames de Terre.

AVERTISSEMENT.

Dans la ſuite nous appellerons Revêtement, la lame du Revêtement que nous conſidérerons; & nous appellerons Terres, la lame de terre dont nous examinerons l'effort.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie ou le momentum des Terres pour renverſer les Revêtemens.

SOLUTION.

Comme les mêmes Terres peuvent avoir deux différens talus, ſuivant ce que nous avons dit dans la remarque du Theoreme IV, &

& qu'il eſt indifferent de prendre l'un ou l'autre de ces deux talus, je ſuppoſerai que la hauteur de leur talu naturel eſt à la baſe ou au fruit du même talu, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1, ſuivant ce que nous avons démontré dans le Theoreme I.

Suivant ces principes, les Terres qui auront un talu, dont la hauteur ſera à la baſe, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1, ſe ſoutiendront d'elles-mêmes, ſans revêtement. * Donc il ne faudra ſoutenir par le revêtement BCQ que les Terres dont la coupe eſt repréſentée par le triangle renverſé ABC, dont la hauteur BC eſt à ſa baſe AB, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Il eſt encore évident que ſi l'on exprime la peſanteur des Terres par la ſurface de leur coupe, pour-lors la peſanteur entiere des Terres ſera réunie au centre de gravité D du triangle renverſé ABC, enſorte que les Terres dont ce triangle eſt la coupe, pouſſeront le revêtement BCQ par un point E qui ſera aux deux tiers de ſa hauteur BC pour le renverſer, en le faiſant tourner autour du point Q. Et comme l'énergie des Terres ſera d'autant plus grande que le point E par lequel elles pouſſent le revêtement, ſera plus élevé, ou que le bras de levier EC ou ſon égal FQ auquel eſt appliqué l'effort horizontal des Terres pour faire tourner le revêtement autour du point Q ſera grand, il eſt abſolument néceſſaire de faire entrer ce levier FQ dans la compoſition de l'énergie des Terres contre le revêtement, c'eſt-à-dire, qu'il faut

* Fig. 12.

faut multiplier la pouſſée horizontale des Terres, dont le triangle ABC eſt la coupe, par ce bras de levier EC ou FQ qui eſt les deux tiers de la hauteur BC du triangle ABC; & c'eſt à quoi M. Bullet n'a fait aucune attention.

Cela poſé, il ne ſera pas difficile de déterminer l'énergie des Terres pour renverſer le Revêtement; car puiſque la hauteur eſt à la baſe, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1, ſi l'on appelle a la hauteur AM ou BC des Terres, on trouvera la baſe MC de leur talu par cette analogie, conformément au Corollaire I. du Theoreme $\sqrt{8} : 1 ::$ la hauteur a des Terres eſt à un quatrieme terme qui ſera leur baſe, & que l'on trouvera $= \frac{a}{\sqrt{8}}$.

La ſuperficie du triangle ABC qui eſt la coupe des Terres, ſera donc la moitié de la hauteur a multipliée par $\frac{a}{\sqrt{8}}$, c'eſt-à-dire, $\frac{a}{2} \times \frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{aa}{2\sqrt{8}}$, puiſque la hauteur BC du triangle renverſé ABC, eſt exprimée par a, & que ſa baſe MC eſt exprimée par $\frac{a}{\sqrt{8}}$, telle que nous la venons de trouver par l'analogie précédente; & ſi l'on exprime la peſanteur des Terres par la ſurface de leur coupe, cette peſanteur ſera auſſi exprimée par $\frac{aa}{2\sqrt{8}}$. Mais ſuivant le Theoreme IV, où nous ſuppoſons, comme ici, la hauteur à la baſe, comme $\sqrt{8}$ eſt

eſt à 1, nous avons la peſanteur des Terres, eſt à l'effort horizontal qu'elles font contre leur revêtement, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2. L'on aura donc l'effort horizontal des Terres par cette analogie, $\sqrt{8} : 2 :: \frac{aa}{2\sqrt{8}}$, qui eſt la peſanteur des Terres exprimées par leur coupe: eſt à un quatrieme terme, qui ſera leur effort horizontal contre le revêtement, cet effort horizontal ſera donc $\frac{aa}{8}$. Et comme cet effort horizontal des Terres contre le revêtement, eſt appliqué au bras de levier EC ou ſon égal FQ, pour renverſer le revêtement, il faut multiplier cet effort que nous venons de trouver $= \frac{aa}{8}$, par le bras de levier FQ ou $\frac{2a}{3}$, ce qui eſt le même; & le produit qui eſt $\frac{2aaa}{24} = \frac{a^3}{12}$, ſera l'énergie deſdites Terres pour renverſer le revêtement en le faiſant tourner autour du point Q, c'eſt-à-dire, que l'énergie des Terres eſt toûjours exprimée par la douzieme partie du cube de leur hauteur. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

Déterminer la conſtruction des Revêtemens capables de réſiſter à l'énergie des Terres.

Puiſque l'énergie des Terres contre le re-

vetêment eſt toûjours exprimée par $\frac{aaa}{12}$, c'eſt-à-dire, par la douzieme partie du cube de leur hauteur, il faut néceſſairement que l'énergie du revêtement, ou l'effort qu'il fait contre les Terres pour leur réſiſter & n'être point renverſé, ſoit auſſi $= \frac{aaa}{12}$.

Comme la hauteur des Terres eſt toûjours donnée, la hauteur du revêtement l'eſt auſſi, parce que l'on fait ordinairement les revêtemens de la hauteur des Terres; c'eſt pourquoi il ne s'agit ſeulement que d'en trouver les épaiſſeurs & les baſes. Mais il peut arriver pluſieurs cas différens.

* 1°. Le revêtement peut être ſans fruit, & pour-lors ſes lames ou profils ſeront des parallélogrammes AC, dont on connoîtra la hauteur AB, & dont il ne faudra chercher que la baſe BC.

† 2°. Le profil ou chaque lame du revêtement peut être triangulaire, & pour-lors il ne s'agit que de trouver la baſe BC de ſon profil.

‡ 3°. Le revêtement peut avoir un fruit donné CB comme on fait ſouvent, puiſque l'uſage ordinaire eſt de donner pour fruit la ſixieme partie de la hauteur, & pour-lors il ne s'agit que de déterminer le reſte BD de la baſe.

§ 4°. L'épaiſſeur AQ du revêtement peut être déterminée dans ſa partie ſupérieure égale

* Fig. 14. † Fig. 15.
‡ Fig. 16. § Fig. 17.

le à la partie BC de la baſe, & pour-lors il ne s'agit que de déterminer le fruit CD du revêtement.

* 5°. Le revêtement peut avoir un talu qui n'aille pas juſqu'enhaut, & la hauteur de ce talu peut être donnée avec ſa baſe, pour lors il ne s'agit que de trouver le reſte de la baſe, ou ſi l'on veut la baſe entiere DC du même revêtement.

† 6°. L'épaiſſeur AQ d'un revêtement étant donnée dans la partie ſupérieure avec la hauteur BG de ſon talu, pour lors il faut trouver la baſe BC de ce talu.

‡ 7°. La baſe entiere du revêtement peut être donnée, & pour-lors il s'agit de déterminer quel doit être ſon fruit qui fait une partie de ſa baſe.

‡ 8°. La ſurface du profil ou lame du revêtement peut être donnée, & pour-lors il s'agit de déterminer ſon fruit & ſa baſe.

§ 9°. Le revêtement peut être plus élevé que les Terres, & ſon talu peut être plus ou moins élevé que les mêmes Terres, & pour-lors il s'agit de trouver l'épaiſſeur ſupérieure, ſi le fruit eſt donné.

** 10°. Le revêtement peut être plus élevé que les Terres, & ſon talu peut être plus ou moins élevé que leſdites Terres, & pour-lors il s'agit de trouver le fruit, ſi l'épaiſſeur de la partie ſupérieure eſt donnée.

Je vais réſoudre tous ces cas par ordre.

PRE-

* Fig. 18. & 19. † 18. & 20. ‡ Fig. 21. 22.
‡ Fig. 21. 23. § Fig. 18. 24. ** Fig. 18. 25.

PREMIER CAS.

Déterminer la baſe d'un Revêtement qui n'a point de fruit.

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du revêtement..... $= a$
Sa baſe BC que nous cherchons..... $= x$
La ſurface du parallélogramme AC, ſera..... $= ax$.

Comme nous avons exprimé la peſanteur des lames de Terre par leur ſurface, il faudroit auſſi exprimer la peſanteur des lames du revêtement par leur ſurface ax, ſi le revêtement étoit de Terre; mais comme il eſt de maçonnerie, dont je ſuppoſe que la peſanteur eſt à celle de la Terre, comme p eſt à q, il faut pour exprimer ſa peſanteur, chercher une ſurface qui ſoit à ax, comme p eſt à q; ce que l'on fera par cette analogie, $q : p :: ax : \frac{pax}{p}$; & le quatrieme terme $\frac{pax}{b}$ exprimera la peſanteur du revêtement de pierre: mais cette peſanteur $\frac{pax}{q}$, étant réunie au centre de gravité P du parallélogramme AC, eſt appliquée au bras de levier $CQ = \frac{x}{2}$ pour réſiſter à l'effort des Terres qui le veulent renverſer en le faiſant tourner autour du point C.

* Fig. 14.

C. Donc en multipliant cette peſanteur $\frac{pax}{q}$ dudit revêtement de maçonnerie par ſon bras de levier $\frac{x}{2}$, le produit $\frac{paxx}{2q}$ ſera l'énergie du revêtement, laquelle énergie doit néceſſairement être égale à l'énergie des Terres, afin de conſerver l'équilibre; mais cette énergie des Terres a été trouvée dans le Probleme premier $= \frac{a^3}{12}$. Ainſi nous aurons cette Equation $\frac{paxx}{2q} = \frac{a^3}{12}$. D'où l'on tire $xx = \frac{2qaa}{12p} = \frac{qaa}{6p}$, & tirant la racine quarrée, l'on aura $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$; de laquelle Equation, le premier membre x eſt la baſe cherchée BC de notre revêtement ABC de maçonnerie, & le ſecond membre $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ en eſt la valeur exprimée en grandeurs connues. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement, ſoit tirée une ligne BM qui faſſe avec cette ligne AB un angle quelconque ABM; enſuite puiſque le rapport qui eſt en-

* Fig. 14.

entre p & q nous eſt donné, on les exprimera en lignes, comme la figure nous le montre, en p & en q; & on portera de B en M ſur le côté BM, le diviſeur $6p$ de la fraction $\frac{qaa}{pp}$; & ſur ce même côté BM, l'on portera la ligne q de B en N; puis ayant mené la ligne MA, l'on tirera la ligne NE parallele à cette ligne MA, & cette parallele NE retranchera de la hauteur $BA = a$, la partie $BE = \frac{qa}{6p}$, car par la proprieté des triangles ſemblables BAM & BEN, l'on aura cette analogie $BM : BN :: BA : BE$, c'eſt-à-dire, que l'on aura $6p : q :: a : \frac{qa}{6p} = BE$; enſuite ſur la hauteur AB pour diametre, faites un cercle; & du point E tirés lui une perpendiculaire juſqu'à la rencontre dudit cercle en O; & de ce point O de rencontre menés la corde OB; cette corde ſera la baſe x cherchée du revêtement propoſé à conſtruire $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}} = x$.

Car OB étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{6p}$ comme nous le venons de trouver ci-deſſus, l'on aura $OB = \sqrt{\frac{qaa}{6p}} = x$. Donc il faudra faire la baſe BC

du

du revêtement égale à la corde *OB*. *Ce qu'il falloit trouver.*

SECOND CAS.

Déterminer la baſe d'un Revêtement dont le profil eſt triangulaire.

SOLUTION.

* Soit la hauteur *AB* du Revêtement.... $= a$
Sa baſe *BC* que l'on cherche..... $= x$
La ſurface de ce profil triangulaire ſera..... $= \frac{ax}{2}$

Si le revêtement étoit de Terre, j'exprimerois ſa peſanteur par cette ſurface $\frac{ax}{2}$; mais comme il eſt de pierre dont la peſanteur eſt à celle de la Terre, dans le rapport de p à q, il faut pour exprimer la peſanteur de ce revêtement de maçonnerie, chercher une ſurface qui ſoit à $\frac{ax}{2}$, dans le rapport de p à q, ce que l'on aura par cette analogie, $q : p :: \frac{ax}{2} : \frac{pax}{2q}$. dont le quatrieme terme exprime la peſanteur de la maçonnerie dont le triangle *ABC* eſt la coupe; & ſi l'on multiplie cette peſanteur $\frac{pax}{2q}$ réunie à ſon centre de gravité *R* par ſon bras de levier $QC = \frac{2x}{3}$.

* Fig. 15.

$\frac{2x}{3}$ auquel elle eſt appliquée, le produit $\frac{paxx}{3q}$ ſera l'énergie du revêtement triangulaire qui doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement, ſoit tirée une ligne BM qui faſſe avec cette hauteur AB un angle quelconque ABM, puis ayant fait $BM = 4p$, & $BN = q$, tirés la ligne MA, & menés-lui la parallele NE, cette parallele NE retranchera de la hauteur AB, la partie $BE = \frac{qa}{4p}$. Car à cauſe des paralleles MA, NE, l'on aura $BM : BN :: BA : BE$, c'eſt-à-dire, $4p : q :: a : \frac{qa}{4p} = BE$.

Enſuite du point E tirés la perpendiculaire EO ſur AB juſqu'à ce qu'elle rencontre en O un cercle fait ſur AB pour diametre; enfin du point de rencontre O tirés la corde OB, cette corde ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}} = x$.

Ainſi

* Fig. 15.

Ainſi il faudra faire la baſe *BC* du revêtement triangulaire, égale à cette corde *OB*. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

* Il eſt évident que le revêtement triangulaire eſt celui où l'on employe le moins de materiaux qu'il eſt poſſible pour réſiſter à l'énergie des Terres ; car le revêtement où l'on employe le moins de materiaux qu'il eſt poſſible, doit être conſtruit de telle maniere qu'une de ſes parties quelconque *ADH*, ſoûtienne préciſément l'effort des Terres qui pouſſent contre elle.

Or la portion quelconque *ADH* du revêtement triangulaire ſoûtient préciſément l'effort des Terres qui pouſſent contre elle, car ſi l'on tire *DF* parallele au talu *BZ* que prendroient les Terres, il eſt évident qu'il n'y aura que la partie *ADF* des Terres qui pouſſera contre la partie *ADH* du revêtement, car la portion parallelogrammique *ZGDF* des Terres ayant un talu *FD* ſemblable au talu *ZB*, ſe ſoûtiendra d'elle-même, & ne pouſſera point contre la partie *ADH* du revêtement. Or la partie *ADH* du revêtement ſoûtiendra préciſément la portion *ADF* des terres qui pouſſent contre elle; car puiſque le revêtement entier *ABC* ſoûtient l'effort des Terres *ABZ* qui ſont de même hauteur que lui, il eſt évident que le revêtement *ADH* étant ſemblable au revête-

* *Fig. 15.*

tement entier ABC, ſoûtiendra l'effort du triangle de terre ADF qui eſt de même hauteur que lui & qui eſt ſemblable au triangle ABZ, de la même maniere que le revêtement entier ABC, ſoûtient le triangle entier de Terre ABZ.

Donc une portion quelconque ADH du revêtement triangulaire ſoûtiendra préciſément l'effort des Terres qui pouſſent contre lui, de même que le revêtement entier ABC ſoûtient l'effort de toutes les terres ABZ.

Donc un revêtement triangulaire ABC dont la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ eſt celui qui contient le moins de materiaux qu'il eſt poſſible pour reſiſter à l'énergie des Terres.

COROLLAIRE II.

L'on voit par la ſolution du premier & du ſecond Cas, que la baſe du revêtement triangulaire n'eſt pas double de la baſe du revêtement parallélogrammique, car nous avons trouvé la baſe x du revêtement triangulaire égale $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, & nous avons trouvé la baſe du revêtement parallélogrammique égale $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

Ainſi pour que la baſe du revêtement triangulaire fût double de la baſe du revêtement parallélogrammique, il faudroit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ fût

fut égale à $\sqrt{\frac{qaa}{6p}} = \sqrt{\frac{4qaa}{6p}} = \sqrt{\frac{2qaa}{3p}}$. Or $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ eſt beaucoup plus petite que $\sqrt{\frac{2qaa}{3p}}$ dans le rapport de $\sqrt{\frac{1}{4}}$ à $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Donc la baſe du revêtement triangulaire n'eſt pas double de la baſe du revêtement parallélogrammique.

COROLLAIRE III.

Donc la baſe du revêtement triangulaire eſt à la baſe du revêtement parallélogrammique, comme $\sqrt{\frac{1}{4}}$ eſt à $\sqrt{\frac{1}{6}}$, puiſque la baſe du premier eſt $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ & que la baſe du ſecond eſt $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

COROLLAIRE IV.

Comme le revêtement triangulaire contient moins de materiaux qu'aucun autre revêtement, il s'enſuit que plus un revêtement approchera du triangulaire, c'eſt-à-dire, moins un revêtement aura d'épaiſſeur dans ſa partie ſupérieure, & moins il contiendra de materiaux.

COROLLAIRE V.

Comme le revêtement parallélogrammique eſt le plus épais de tous dans ſa partie ſupérieure, il s'enſuit que ce revêtement contient plus de materiaux qu'aucun autre.

COROLLAIRE VI.

Quand le profil d'un revêtement ſera compoſé d'un parallélogramme & d'un triangle, il eſt évident que la baſe du triangle qui eſt ſon fruit doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ qui eſt la baſe d'un revêtement triangulaire, & que la baſe du parallélogramme doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, qui eſt la baſe d'un revêtement parallélogrammique. Car ſi le triangle avoit une baſe $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, ou ſi le parallélogramme avoit ſa baſe $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, l'un des deux ſuffiroit pour ſoûtenir l'énergie des terres, ſuivant le 1er. & 2e. cas.

TROISIEME CAS.

Conſtruire un Revêtement ADC, *dont le fruit* BC *eſt donné.*

SOLUTION.

*Comme la hauteur *AB* & le fruit *BC* de ce revêtement ſont donnés, il évident qu'il ne s'agit que de déterminer le reſte *DB* de ſa baſe. Mais

* Fig. 19.

Mais il faut remarquer que le revêtement étant composé d'un parallélogramme & d'un triangle, son fruit donné BC qui est la base du triangle, doit être plus petit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, selon le Corrollaire VI. du second Cas. Soit donc donné le fruit BC plus petit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. Cela posé soit la hauteur donnée AB..... $= a$
Le fruit donné BC..... $= b$
Et le reste inconnu DB de la base.... $= x$
La surface du parallélogramme AD sera..... $= ax$
Et la surface du triangle ABC sera.... $= \frac{ab}{2}$.

Si le revêtement étoit de terre, j'exprimerois sa pesanteur par sa surface; mais comme il est de maçonnerie dont la pesanteur est à celle de la Terre comme p est à q, il faut pour exprimer sa pesanteur chercher une surface qui soit à celle de sa coupe comme p est à q. C'est pourquoi nous aurons la pesanteur de sa partie parallélogrammique ax par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$ dont le quatrieme terme $\frac{pax}{q}$ exprime la pesanteur de la maçonnerie parallélogrammique AD. Nous aurons de même la pesanteur du triangle ABC, dont la surface est $\frac{ab}{2}$ par cette analogie $q : p ::$

ab

$\frac{ab}{2} : \frac{pab}{2q}$, dont le quatrieme terme exprime la peſanteur de la maçonnerie triangulaire ABC.

Donc ſi l'on multiplie la peſanteur $\frac{pax}{q}$ de la maçonnerie parallélogrammique réunie à ſon centre de gravité P par ſon bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$ le produit $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{p}$ ſera l'énergie de cette maçonnerie parallélogrammique. On aura de même l'énergie de la maçonnerie triangulaire ABC, en multipliant la peſanteur $\frac{pab}{2q}$ réunie à ſon centre de gravité R par ſon bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$ & le produit $\frac{2pabb}{6q} = \frac{pabb}{3q}$ ſera l'énergie de cette maçonnerie triangulaire. Ajoûtant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q}$ ſera l'énergie du revêtement entier, qui doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des terres, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la baſe entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CON-

CONSTRUCTION.

*De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement, tirés une ligne BF qui faſſe avec la hauteur AB un angle quelconque ABF; enſuite ayant fait $BF = 6p$, & $BG = q$, tirés la ligne FA, menés-lui la parallele GE, & cette parallele GE retranchera de la hauteur AB une portion $BE = \frac{qa}{6p}$, comme nous l'avons fait voir dans les Cas précédens; enſuite du point E tirés EM perpendiculaire ſur AB juſqu'à ce qu'elle rencontre en M le cercle fait ſur AB pour diametre, & de ce point M tirés la corde MB, & cette Corde ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, comme nous l'avons déja vû dans les cas précédens. Maintenant diviſés le fruit donné BC, c'eſt-à-dire, la baſe du triangle en trois parties égales, & par la premiere diviſion T la plus prochaine du point B tirés ſur BC la perpendiculaire TN juſqu'à ce qu'elle rencontre en N un cercle fait ſur BC pour diametre, & de ce point de rencontre N tirés la Corde NB, cette Corde NB étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BT = \frac{b}{3}$ ſera $= \sqrt{\frac{bb}{3}}$.

Enfin mettés ces deux Cordes BM & BN à angle droit en les tranſportant ſur les côtés du

* Fig. 16.

du triangle rectangle ABC, ſavoir BM en BS & BN en BL, & tirés l'hypothenuſe SL. Cette hypothenuſe ſera $\sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}} = x + b$; c'eſt-à-dire, égale à la baſe entiere du revêtement qu'il falloit conſtruire, ainſi il faut faire la baſe entiere CD du revêtement égale à cette hypothenuſe SL. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme dans la pratique l'on fait ordinairement le fruit égal à la ſixieme partie de la hauteur, c'eſt-à-dire $= \frac{a}{6}$, il eſt évident que cette conſtruction revient au troiſieme Cas que nous venons de réſoudre, & que pour avoir l'Equation qui exprime la valeur de cette baſe totale dont le fruit $= \frac{a}{6}$, il n'y a qu'à ſubſtituer dans l'équation qui donne la baſe de ce troiſieme Cas, qui eſt $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ le fruit $\frac{a}{6}$ & ſes puiſſances en la place du fruit b & de ſes puiſſances, ce qui changera l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ en celle-ci $x + \frac{a}{6} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{aa}{108}}$.

Co-

COROLLAIRE II.

Si le Revêtement à conſtruire eſt pour exemple de 18 pieds de hauteur, il eſt évident qu'il faudra mettre 18 & ſes puiſſances en la place de a & de ſes puiſſances. C'eſt-à-dire qu'il faudra mettre 18 en la place de a, & 324 en la place de aa, ce qui changera l'Equation $x + \frac{a}{6} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{aa}{108}}$ qui exprime la baſe dans le Corollaire précédent, en celle-ci $x + \frac{a}{6}$ ou bien $x + 3 = \sqrt{\frac{3249}{6p} + \frac{324}{108}} = \sqrt{\frac{549}{p}} + 3$. Et ſi l'on détermine la valeur de p & de q, c'eſt-à-dire, le rapport qu'il y a entre le poids de la maçonnerie & le poids de la terre, par exemple de 2 à 1, l'Equation $x + 3 = \sqrt{\frac{549}{p}} + 3$, ſe changera en celle-ci, $x + 3 = \sqrt{\frac{54}{2}} + 3 = \sqrt{30}$. C'eſt-à-dire, la baſe entiere $x + 3 = 5$ pieds 5 pouces & près de 9 lignes. Si l'on veut trouver la baſe d'un revêtement dont la hauteur ſoit plus ou moins grande que 18 pieds, dont on veuille que le fruit ſoit égal à la ſixieme partie de ſa hauteur, il n'y a qu'à faire cette regle de proportion, Si 18 pieds de hauteur demandent 5 pieds 5 pouces 9 lignes de baſe entiere, combien demanderont par exemple

36 pieds de hauteur ? & le quatrieme terme 10 pieds 11 pouces 6 lignes ſera la baſe entiere du revêtement de 36 pieds de hauteur, ſur laquelle baſe on prendra d'abord $\frac{1}{6}$ de la hauteur pour le fruit.

REMARQUE.

Il faut remarquer que ces deux Corollaires ne peurent ſervir que pour les Revêtemens qui ont leur fruit égal à $\frac{1}{6}$ de leur hauteur, & que ſi l'on vouloit un fruit différent, comme pour exemple de $\frac{1}{8}$ de la hauteur, il faudroit avoir recours à l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$, *& y mettre le fruit que l'on demande & ſes puiſſances, en la place de* b *& de ſes puiſſances ; comme l'on a fait dans les deux Corollaires précédens.*

COROLLAIRE III.

Il eſt évident que l'Equation $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui donne la baſe du revêtement dans le premier Cas, revient à celle-ci, $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui donne la baſe du troiſieme Cas ; car le revêtement parallelogrammique n'eſt autre choſe qu'un revêtement dont le fruit b eſt $= 0$. Ainſi ſubſtituant zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{}$

$\sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ le Reſultat $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ ſera l'Equation qui donne la baſe du revêtement parralélogrammique, comme nous l'avons trouvé dans le premier Cas.

QUATRIEME CAS.

L'Epaiſſeur AQ *de la partie ſupérieure d'un Revêtement étant donnée, trouver ſa baſe entiere* BD *ou ſon fruit* CD.

SOLUTION.

* Puiſque le revêtement doit avoir un fruit que l'on cherche, l'épaiſſeur *AQ* de ſa partie ſupérieure qui eſt la baſe de ſa partie parallélogrammique, doit être, (*Corol. VI, Cas II,*) plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui eſt la baſe du revêtement parallélogrammique. Cela poſé:

Soit la hauteur *AB* du Revêtement..... $= a$
L'épaiſſeur *AQ* de ſa partie ſupérieure.... $= b$
Le fruit *CD* que l'on cherche ..... $= x$
La ſurface du parallelogramme *ABCQ* ſera ..... $= ab$
La ſurface du triangle rectangle *QCD* ſera..... $= \frac{ax}{2}$.

Si le Revêtement étoit de Terre, j'exprimerois ſa peſanteur par ſa ſurface $ab + \frac{ax}{2}$; mais comme il eſt de maçonnerie dont la peſanteur eſt à celle de la Terre, comme p eſt

à

à q, nous aurons la pesanteur de la partie parallélogrammique par cette analogie, $q : p :: ab : \frac{pab}{q}$, & ce quatrieme terme $\frac{pab}{q}$, sera la pesanteur du parallélogramme $ABCQ$.

L'on aura de même la pesanteur de la partie triangulaire QCD par cette analogie $q : p :: \frac{ax}{2} : \frac{pax}{2q}$, & ce quatrieme terme $\frac{pax}{2q}$, sera la pesanteur du triangle QCD.

Maintenant si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pab}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OD = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera son énergie.

De même si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{2q}$ du triangle par son bras de levier $ZD = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{paxx}{3q}$ sera son énergie.

Et si l'on ajoute ensemble l'énergie du parallélogramme & celle du triangle, leur somme $\frac{paxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$, sera l'énergie du revêtement entier.

Or si l'énergie du revêtement doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui nous donne cette Equation $\frac{paxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q} =$

$= \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire le fruit $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{3}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB du revêtement tirés une ligne BF qui faſſe avec cette hauteur AB un angle quelconque ABF; puis ayant fait cette ligne $BF = 4p$ & $BG = q$, tirés la ligne FA & lui menés du point G une parallele GE. Cette parallele retranchera de la hauteur AB une partie $BE = \frac{qa}{4p}$. Car à cauſe des paralleles FA, GE, l'on a $BF : BG :: BA : BE$, ou ce qui eſt le même $4p : q :: a : \frac{qa}{4p} = BE$: enſuite du point E tirés ſur AB la perpendiculaire EM juſqu'à ce qu'elle rencontre en M un cercle fait ſur ladite hauteur AB pour diametre, & tirés la Corde MB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{4p}$ ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. Puis ayant fait $BT = \frac{3}{4}$ de BC, c'eſt-à-dire $= \frac{3b}{4}$ tirés TN perpendiculaire ſur BC juſqu'à la rencontre en N du cercle fait ſur BC pour diametre

* Fig. 17.

metre, & menés la Corde NB. Cette Corde NB étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BT = \frac{3b}{4}$, ſera $= \sqrt{\frac{3bb}{4p}}$. Enfin, mettés ces deux Cordes BM & BN à angle droit, en les tranſportant ſur les côtés de l'angle droit ABD, ſavoir BM en BS & BN en BL, & l'hypothenuſe SL ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} = \frac{3b}{2} + x$ ſuivant la ſolution; & retranchant de cette hypothenuſe SL une partie $LV = \frac{BC}{2} = \frac{b}{2}$, le reſte SV ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2} = x + b$ qui eſt la baſe entiere du revêtement : ainſi il faut faire la baſe entiere $BD = SV$. Et comme nous connoiſſons l'épaiſſeur donnée de la partie parallélogrammique en la retranchant de SV, le reſte ſera la valeur du fruit, dont l'Equation eſt $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{3b}{2}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Il eſt évident que le revêtement triangulaire peut revenir à ce quatrieme Cas, où l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement eſt donnée; car le revêtement triangulaire n'eſt autre choſe qu'un revêtement dont l'é-

l'épaiſſeur de ſa partie ſupérieure eſt zero. Ainſi en ſubſtituant zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{2bb}{4}} - \frac{b}{2}$ qui donne la baſe de ce quatrieme Cas, le reſultat $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ ſera l'Equation qui donne la baſe du revêtement triangulaire, comme nous l'avons trouvé dans le ſecond Cas.

CINQUIEME CAS.

Le fruit BC *d'un Revêtement étant donné avec la hauteur* BG *de ſon talu, que je ſuppoſe plus petite que la hauteur* AB *du Revêtement, trouver la baſe entiere* DC *de ce Revêtement.*

SOLUTION. *

Soit la hauteur AB donnée du revêtement. $= z$
La hauteur $B\ G$ du talu ..... $= c$
La baſe BC du talu, c'eſt-à-dire, le fruit. $= b$
Le reſte inconnu $D\ B$ de la baſe ..... $= x$
La baſe entiere DC ſera ..... $= b + x$

Comme le revêtement doit avoir un fruit, ſa coupe ſera compoſée d'un parallélogramme & d'un triangle.

La ſurface du parallélogramme ſera ..... $= ax$.

Et la ſurface du triangle GBC ſera .... $\frac{bc}{2}$.

Comme la peſanteur de la maçonnerie eſt

* Fig. 18.

à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons, comme dans les autres Cas, la peſanteur du parallélogramme par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$, dont le quatrieme terme $\frac{pax}{q}$ ſera la peſanteur du parallélogramme.

On aura de même la peſanteur du triangle GBC par cette analogie $q : p :: \frac{bc}{2} : \frac{pbc}{2q}$, dont le quatrieme terme $\frac{pbc}{2q}$ eſt la peſanteur du triangle GBC.

Si l'on multiplie la peſanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$, leur produit $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q}$ ſera ſon énergie.

De même, ſi l'on multiplie la peſanteur $\frac{pbc}{2q}$ du triangle, réunie à ſon centre de gravité R par ſon bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$, le produit $\frac{pbbc}{3q}$ ſera l'énergie du triangle GBC, & ajoutant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ ſera l'énergie entiere du revêtement.

Or cette énergie du revêtement doit être égale

égale à celle $\frac{aaa}{12}$ des Terres que nous ſuppoſons toûjours de même hauteur que le revêtement, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la baſe entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$

Ce qu'il falloit trouver.

CONSTRUCTION.

* De l'extremité B de la hauteur AB tirés une ligne BM qui faſſe avec cette hauteur AB un angle quelconque ABM; & ayant fait cette ligne $BM = 6p$, & $BN = q$, menés la ligne MA, & du point N tirés-lui la parallele NE, cette parallele déterminera ſur la hauteur AB une partie $BE = \frac{qa}{6p}$.

Maintenant ſi du point E on éleve ſur BA une perpendiculaire juſqu'à la rencontre O d'un cercle fait ſur BA pour diametre, & que de ce point O on mene la Corde OB, cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$, & $BE = \frac{qa}{6p}$, ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

Enſuite ayant fait $BF = AB - \frac{2}{3} GB$, c'eſt-à-dire $= a - \frac{2c}{3}$, tirés la ligne AC, & du point F menés-lui une parallele FH. Cette

* Fig. 19.

te parallele retranchera de BC une portion $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, car à cauſe des paralleles AC & FH l'on aura $AB : BF :: BC : BH$, ou ce qui eſt le même, l'on aura $a : a - \frac{2c}{3} :: b : BH$. Ce qui donne $aBH = ab - \frac{2bc}{3}$, laquelle Equation étant diviſée par a, donne $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, comme nous l'avons dit ci-deſſus.

Maintenant ſi du point H l'on tire HZ perpendiculaire ſur BC juſqu'à ce qu'elle rencontre en Z un cercle fait ſur BC pour diametre, & que du point de rencontre Z l'on mene la Corde BZ; cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, l'on aura cette analogie $BC : BZ :: BZ : BH$, ou ce qui eſt le même, $b : BZ :: BZ : b - \frac{2bc}{3a}$. Ce qui donne $BZ^2 = bb - \frac{2bbc}{3a}$, & partant $BZ = \sqrt{bb - \frac{2bbc}{3a}}$. Enfin mettant ces deux Cordes OB & BZ à angle droit en transportant OB en BS & BZ en BL, l'hypothenuſe SL ſera $= \sqrt{BS^2 + BL^2} = \sqrt{OB^2 + BZ^2} = \sqrt{\frac{qaa}{6f} + bb - \frac{2bbc}{3a}} =$

$= x + b$ qui eſt la baſe entiere du revêtement, ainſi il faudra faire la baſe CD du revêtement égale à SL. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Il eſt évident que la Solution du premier Cas revient à celle de ce cinquieme Cas, qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

Car le revêtement du premier Cas étant parallélogrammique, c'eſt-à-dire, n'ayant point de fruit, on peut le regarder comme le revêtement de ce cinquieme Cas, dont le fruit eſt devenu égal zero, ainſi en ſubſtituant zero en la place du fruit b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, le reſultat qui eſt $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, ſera l'Equation qui donne la baſe du premier Cas.

COROLLAIRE II.

On voit auſſi clairement que l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui donne la baſe du troiſieme Cas, revient à l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb = \frac{2bbc}{3a}}$, qui donne la baſe de ce cinquieme Cas. Car le re-

revêtement du troiſieme Cas n'étant different de celui de ce cinquieme Cas, qu'en ce que le talu du revêtement va juſques en haut dans le troiſieme Cas, & a par conſéquent ſa hauteur $= a$, au lieu que dans ce cinquieme Cas le talu ne va pas juſqu'en haut du revêtement, & n'a pas par conſéquent ſa hauteur c égale à la hauteur a. Il eſt évident qu'en rendant la hauteur c du talu de ce cinquieme Cas égale à la hauteur a du revêtement, l'on aura le revêtement du troiſieme Cas.

Ainſi ſi l'on ſubſtitue a en la place de c dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, il en reſultera $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bba}{3a}} =$

$= \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bb}{3}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$

qui eſt l'Equation qui donne la baſe du troiſieme Cas.

SIXIEME CAS.

L'Epaiſſeur AQ *d'un Revêtement étant donnée dans ſa partie ſupérieure, avec la hauteur* BG *de ſon talu, trouver la baſe* BC *de ce talu.*

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du revêtement..... $= a$
La hauteur BG du talu..... $= c$
L'épaiſſeur AQ de la partie ſupérieure du revêtement ou ſon égal DB..... $= b$
La baſe inconnue BC du talu..... $= x$

* Fig. 18.

Com-

Comme le revêtement doit ſelon l'hypotheſe avoir un talu, ſon profil ſera compoſé d'un parallélogramme & d'un triangle, & par conſéquent la baſe DB du parallélogramme doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ (ſuivant le Corollaire VI. du ſecond Cas.)

La ſurface du parallélogramme ſera.... $= ab$.

La ſurface du triangle ſera..... $= \frac{cx}{2}$

Comme nous ſuppoſons toûjours la peſanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons comme dans les autres Cas la peſanteur du parallélogramme par cette analogie, $q : p :: ab : \frac{pab}{q}$, dont le quatrieme terme eſt la peſanteur du parallélogramme.

Nous aurons de même la peſanteur du triangle GBC par cette analogie, $q : p :: \frac{cx}{2} : \frac{pcx}{2q}$, dont le quatrieme terme eſt la peſanteur du triangle.

Si l'on multiplie la peſanteur $\frac{pab}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OC = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ ſera l'énergie du parallélogramme.

De même ſi l'on multiplie la peſanteur $\frac{pcx}{2q}$ du triangle par ſon bras de levier $TC =$

$\frac{2x}{3}$, le produit $\frac{2pcxx}{6q} = \frac{pcxx}{3q}$ ſera l'énergie du triangle.

Et ajoutant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ ſera l'énergie du revêtement entier, & comme cette énergie du revêtement doit être égale à l'énergie $\frac{a^3}{12}$ des Terres que nous ſuppoſons toûjours de même hauteur que lui, nous aurons cette Equation $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q} = \frac{a^3}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{9a^3}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$ qui ſera la baſe BC du talu. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant fait $BK = q$ du ſommet G du talu donné, tirés GK & menés-lui par le ſommet A du revêtement, une parallele AI, vous aurez $BI = \frac{qa}{c}$. Car à cauſe des paralleles GK, AI, l'on a $BG : BA :: BK : BI$.

C'eſt-à-dire..... $c : a :: q : \frac{qa}{c} = BI$.

Enſuite ayant fait $BE = 4p$ tirés EI & menés-lui par le point A une parallele AL, vous au-

* Fig. 20.

aurés $BL = \frac{qaa}{4pc}$. Car à cauſe des paralleles EI, AL, l'on a

$$BE : BA :: BI : BL.$$

C'eſt-à-dire..... $4p : a :: \frac{qa}{c} : \frac{qaa}{4pc} = BL.$

Puis ayant tranſporté BL en BX ſur le prolongement de la hauteur AB, décrivés un cercle ſur AX pour diametre, & vous aurés ſon Ordonnée $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$. Car BV étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BX = BL = \frac{qaa}{4pc}$ l'on aura

$$BA : BV :: BV : BX.$$

C'eſt-à-dire..... $a : BV :: BV : \frac{qaa}{4pc} = BX = BL$. D'où l'on tire $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Maintenant ayant fait $BO = \frac{3b}{2}$ tirés GO & menés-lui la parallele AM, vous aurés $BM = \frac{3ab}{2c}$.

Car à cauſe des paralleles GO, AM, l'on a

$$BG : BA :: BO : BM.$$

C'eſt-à-dire..... $c : a :: \frac{3b}{2} : \frac{3ab}{2c} = BM.$

Puis ayant fait un cercle ſur BM, pour diametre prolongés le côté vertical QD du revêtement juſqu'à la rencontre de la circonference de ce cercle, & du point de rencontre

tre N tirez la corde NM. Cette corde ſera $= \sqrt{\frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$.

Car puiſque $DB = b$ par la ſuppoſition, & que nous avons trouvé $BM = \frac{3ab}{2c}$, nous aurons $MD = BM - BD = \frac{3ab}{2c} - b$, & par conſéquent MN étant moyenne proportionnelle entre BM & MD, nous aurons

$$BM : MN :: MN : MD.$$

C'eſt-à-dire.... $\frac{3ab}{2c} : MN :: MN : \frac{3ab}{2c} - b.$

D'où l'on tire $MN = \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}$ comme nous avons dit.

Maintenant tranſportés cette Corde MN de B en R & tirés la ligne RV. Cette ligne RV ſera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$. Car à cauſe de l'angle droit RBV, l'on a $RV = \sqrt{BV^2 + BR^2} = \sqrt{BV^2 + MN^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$, & retranchant de cette ligne RT une partie $RT = BM = \frac{3ab}{2c}$, nous aurons le reſte $TV = RV - RT = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c} = x$, qui eſt le fruit

fruit cherché du revêtement, ainſi il faut faire le fruit BC demandé du revêtement $= TV$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Il eſt évident que le ſecond & quatrieme Cas reviennent à ce ſixieme Cas-ci.

Car 1°. dans le ſecond Cas l'on cherche un revêtement triangulaire, c'eſt-à-dire, dont la partie ſupérieure ſoit zero, & dont le talu aille juſqu'en haut, c'eſt-à-dire, ait ſa hauteur c égale à la hauteur a du revêtement.

Ainſi en ſubſtituant zero en la place de l'épaiſſeur b de la partie ſupérieure du revêtement, & a en la place de la hauteur c du talu, dans l'Equation de ce ſixieme Cas, qui eſt $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c}$, le reſultat $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, ſera l'Equation qui donne la baſe du revêtement dans le ſecond Cas.

2°. Dans le quatrieme Cas l'on cherche le fruit x d'un revêtement dont le talu va juſqu'en haut, au lieu que dans ce ſixieme Cas le talu ne va pas juſqu'en haut, ainſi ſi l'on faiſoit aller le talu du ſixieme Cas juſqu'en haut, c'eſt-à-dire, ſi l'on faiſoit la hauteur c de ce talu égale à la hauteur a du revêtement, ce ſixieme Cas deviendroit le quatrieme, & mettant a en la place de c dans l'Equation qui nous donne ſon fruit, elle deviendroit

$$x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa} + \frac{9aabb}{4aa} - \frac{3abb}{2a}} - \frac{3ab}{2a} =$$

$$\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bb}{4} - \frac{3bb}{2}} - \frac{3b}{2} = \sqrt{\frac{aa}{4p} + \frac{3bb}{4}}$$

$- \frac{3b}{2}$ qui eſt l'Equation qui donne le fruit du revêtement dans le quatrieme Cas.

SEPTIEME CAS.

La baſe entiere du Revêtement étant donnée, déterminer quel ſera ſon fruit, & quelle ſera l'épaiſſeur de ſa partie ſupérieure, c'eſt à dire ſon épaiſſeur au Cordon.

SOLUTION.

* Comme le revêtement doit être compoſé d'un parallélogramme & d'un triangle, il faut que ſa baſe ſoit donnée plus petite que celle du revêtement triangulaire, & plus grande que celle d'un revêtement parallélogrammique.

Cela poſé ſoit la hauteur AB du revêtement..... $= a$.

Sa baſe entiere BD..... $= b$.

La partie CB de la baſe ou l'épaiſſeur AQ de la partie ſupérieure... $= x$.

Son fruit CD ſera..... $= b - x$.

La ſurface du parallélogramme ſera..... $= ax$.

La ſurface du triangle ſera..... $= \frac{ab - ax}{2}$.

Com-

* Fig. 21.

Comme nous ſuppoſons toûjours la peſanteur de la maçonnerie à celle de la terre, comme p eſt à q, nous aurons la peſanteur du parallélogramme par cette analogie $q : p :: ax \frac{pax}{q}$, dont le quatrieme terme $\frac{pax}{q}$ exprime la peſanteur du parallélogramme. On aura de même la peſanteur du triangle par cette analogie $q : p :: \frac{ab - ax}{2} : \frac{pab - pax}{2q}$, dont le quatrieme terme ſera la peſanteur du triangle.

Maintenant ſi l'on multiplie la peſanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OD = b - \frac{x}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} - \frac{paxx}{2q}$ ſera l'énergie du parallélogramme.

De même en multipliant la peſanteur $\frac{pab - pax}{2q}$ du triangle par ſon bras de levier $TD = \frac{2b - 2x}{3}$ le produit $\frac{pabb - 2pabx + paxx}{3q}$ ſera l'énergie du triangle QCD.

Et ſi l'on ajoûte enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pabx}{q} - \frac{paxx}{2q} + \frac{pabb - 2pabx + paxx}{3q}$ ſera l'énergie du revêtement entier, laquelle étant abregée, devient $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q}$.

Or cette énergie doit être égale à l'énergie

$\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire $x = -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb} + b$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant fait $BM = 2p$ & $BN = q$, tirés la ligne MA, & menés-lui par le point N une parallele NE, cette parallele donnera $BE = -\frac{qa}{2p}$.

Enſuite du point E tirés EL perpendiculaire ſur AB juſqu'à la rencontre L d'un cercle fait ſur AB pour diametre, & de ce point L menés la corde LB, cette corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = -\frac{qa}{2p}$ ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$.

Maintenant faites $BR = 2b$ & ayant décrit ſur cette ligne pour diametre un cercle BPR faites la corde $PR = b$ & tirés la corde BP, cette corde BP ſera $= \sqrt{3bb}$. Car à cauſe de l'angle droit BPR l'on aura $BP = \sqrt{BR^2 - PR^2} = \sqrt{4bb - bb} = \sqrt{3bb}$.

Enſuite ſur la corde BP, pour diametre faites

* Fig. 22.

faites un demi-cercle BSP, & faites la corde $PS = BL = \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$ & tirés la corde BS.

Cette corde BS ſera $= \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$, car

$BS = \sqrt{BP^2 - PS^2} = \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$.

Enfin faites $CD = BS = \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$ ſur la baſe $BD = b$; & le reſte BC ſera $= BD - BS = b - \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$, ou ce qui eſt le même $= -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb}$, $+ b = x$.

Ainſi il faut faire l'épaiſſeur x ou AQ qui eſt l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement $= BC$, & faire ſon fruit $CD = BS$. *Ce qu'il falloit trouver.*

HUITIEME CAS.

La ſurface du profil du Revêtement étant donnée, trouver ſa baſe & ſon fruit.

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB du Revêtement..... $= a$.
La ſurface de ſon profil..... $= ab$.

L'é-

* Fig. 21.

L'épaiſſeur inconnue de ſa partie ſupérieure..... $= x$

Son fruit inconnu ou la baſe de ſon talu..... $= z$

La baſe entiere inconnue ſera..... $= x + z$

La partie parallélogrammique du profil ſera..... $= ax$

La partie triangulaire. ..... $= \frac{az}{2}$

La ſurface entiere du profil.... $= ax + \frac{az}{2} = ab$.

Et par conſéquent le triangle $\frac{az}{2} = ab - ax$, & diviſant par a & multipliant par 2, l'on aura $z = 2b - 2x$.

Comme la peſanteur de la maçonnerie eſt à celle de la terre dans le rapport de p à q, l'on aura la peſanteur de la partie parallélogrammique du profil par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$ dont le quatrieme terme en eſt la peſanteur.

L'on aura de même la peſanteur de la partie triangulaire par cette analogie $q : p :: \frac{az}{2}$ ou $:: ab - ax : \frac{pab - pax}{q}$, dont le quatrieme terme en eſt la peſanteur.

Et multipliant la peſanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $= z + \frac{x}{2} = 2b - 2x + \frac{x}{2} = 2b - \frac{3x}{2}$, le produit

duit $\frac{2pabx}{q} - \frac{3paxx}{2q}$ sera l'énergie du parallélogramme.

De même en multipliant la pesanteur $\frac{pab-pax}{q}$ du triangle par son bras de levier $\frac{2z}{3} = \frac{4b-4x}{q}$ le produit $\frac{4pabb-4pabx-4pabx+4paxx}{3q} = \frac{4pabb-8pabx+4paxx}{3q}$ sera son énergie, ajoûtant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{2pabx}{q} - \frac{3paxx}{2q} + \frac{4pabb-8pabx+4paxx}{3q} = \frac{-2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q}$ sera l'énergie du revêtement entier qui doit être égale $\frac{aaa}{12}$, ce qui donne cette Equation $-\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Sur l'horizontale PG prenés $BP = 3b$ & $BR = b$, l'on aura $PR = 4b$; sur cette ligne PR comme diametre décrivés un cercle PSR, & du point S où le cercle rencontre la hauteur AB, tirés la corde PS. Cette Corde

* Fig. 23.

de étant moyenne proportionnelle entre $PR = 4b$ & $BP = 3b$ ſera $= \sqrt{12bb}$.

Maintenant ayant fait $BM = 2p$ & $BN = q$, tirés MA, & lui menés par le point N une parallele NE, vous aurés $BE = \frac{qa}{2p}$. Car à cauſe des paralleles MA, NE, l'on a

$$BM : BN :: BA : BE.$$

C'eſt-à-dire..... $2p : q :: a : \frac{qa}{2p} = BE$.

Enſuite du point E tirés EO perpendiculaire ſur AB juſqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait ſur AB pour diametre, & du point O de rencontre tirés la Corde OB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{2p}$ ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$.

Puis faites un cercle ſur PS pour diametre, & inſcrivés-lui une Corde $SL = BO = \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$ & tirés la Corde PL. Cette Corde ſera $= \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

Car à cauſe de l'angle droit PLS l'on a

$$PL = \sqrt{PS^2 - SL^2} = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}.$$

Enfin de cette Corde PL retranchés une portion $PV = 2b$, le reſte VL ſera $=$

$\sqrt{12}$

$\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2p}}-2b=x$. Ainſi il faut faire la baſe x de la partie parallélogrammique du profil, ou ce qui eſt le même, l'épaiſſeur de la partie ſuperieure du revêtement $=VL$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme dans la ſolution nous avons trouvé le fruit $z=2b-2x$. Si l'on met en la place de x la valeur $\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2b}}-2b$ (telle que nous l'avons trouvée,) l'on aura le fruit $z=2b-2\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2p}}+4b=6b-2\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2p}}$.

COROLLAIRE II.

Puiſque dans la ſolution nous avons trouvé $z=2b-2x$, & que dans la conſtruction nous avons trouvé $VL=x$, & que nous avons fait $PV=2b$. Si de $PV=2b$ l'on retranche $TP=2VL=2x$, l'on aura le reſte $TV=2b-2x=z$. Ainſi il faut faire le fruit z du revêtement $=TV$.

NEU-

NEUVIEME CAS.

Etant donnée une hauteur AB *quelconque de Revêtement, avec la hauteur* BG *quelconque de ſon talu, & la grandeur* BC *de ſon fruit, trouver l'épaiſſeur* AQ *de la partie ſupérieure, ou le reſte* DB *de la baſe.*

SOLUTION.

Soit la hauteur *AB* du revêtement... $= d$
La hauteur *BG* de ſon talu..... $= c$
Son fruit donné *BC*..... $= b$
Le reſte *DB* de la baſe ou l'épaiſſeur *AQ* de la partie ſupérieure..... $= x$
La baſe entiere ſera..... $= x + b$
La ſurface de la partie parallélogrammique du profil..... $= dx$
La ſurface de la partie triangulaire.... $= \frac{bc}{2}$.

Comme nous ſuppoſons toûjours la peſanteur des materiaux à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons la peſanteur du parallélogramme *AD* par cette analogie, $q : p :: dx : \frac{p\,dx}{q}$, dont le quatrieme terme en ſera la peſanteur.

L'on aura de même la peſanteur du triangle *GBC* par cette analogie $q : p :: \frac{bc}{2} : \frac{pbc}{2q}$ dont le quatrieme terme en ſera la peſanteur.

Mul-

* Fig. 18.

Multipliant la peſanteur $\frac{pdx}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$ le produit $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q}$ en ſera l'énergie.

De même multipliant la peſanteur $\frac{pbc}{2q}$ du triangle par ſon bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$ le produit $\frac{2pbbc}{6q} = \frac{pbbc}{3q}$ en ſera l'énergie.

Et ajoûtant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbbx}{3q} + \frac{pbbc}{3q}$ ſera l'énergie du revêtement entier, laquelle doit être égale à l'énergie des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q} + \frac{pbbc}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la baſe entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant pris ſur la hauteur donnée $AB = d$ du revêtement, la grandeur $BF =$ à la hauteur a des Terres, & ayant fait $BP = q$ tirés

* Fig. 24.

rés la ligne PA & menés-lui par le point F la parallele FN. Cette parallele donnera $BN = \frac{qq}{d}$. Car à cauſe des paralleles AP, FN, l'on a

$$BA : BF :: BP : BN.$$

C'eſt-à-dire..... $d : a :: q : \frac{qa}{d} = BN$.

Enſuite ayant fait $BM = 6p$, tirés la ligne MF & menés-lui par le point N une parallele NE. Cette parallele donnera $BE = \frac{qaa}{6pd}$. Car à cauſe des paralleles MF, NE, l'on aura

$$BM : BN :: BF : BE.$$

C'eſt-à-dire..... $6p : \frac{qa}{d} :: a : \frac{qaa}{6pd} = BE$.

Maintenant tirés EO perpendiculaire à la hauteur AB juſqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait ſur BF pour diametre, & du point de rencontre O tirés la Corde OB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BF = a$ & $BE = \frac{qaa}{6pd}$ ſera $= \sqrt{\frac{qaaa}{6pd}}$.

Enſuite ayant fait $BH = d - \frac{2c}{3}$, tirés la ligne AC du haut du revêtement à l'extremité du fruit, & menés-lui par le point H une parallele HR, vous aurés $BR = \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d}$.

Car à cauſe des paralleles AC, HR, l'on a cette analogie $BA : BH :: BC : BR$.

C'eſt-à-dire..... $d : d - \frac{2c}{3} :: b : \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d} = BR$.

Main-

Maintenant du point R tirés ſur BC la perpendiculaire RS juſqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait ſur BC pour diametre, & du point de rencontre S tirés la Corde SB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BR = \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d}$ ſera = $\sqrt{bb - \frac{2bbc}{3d}}$.

Enfin ayant mis les Cordes OB & SB à angle droit, en mettant OB en LB & SB en ZB, tirés l'hypothenuſe LZ. Cette hypothenuſe ſera la baſe entiere du revêtement.

Car $LZ = \sqrt{LB^2 + BZ^2} = \sqrt{OB^2 + ZB^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bbc}{3d}} = x + b$. Ainſi il faut faire la baſe entiere DC ou $x + b$ du revêtement égale à l'hypothenuſe LZ.

Comme le fruit BC qui eſt une partie de la baſe eſt donné, & que la baſe entiere eſt $= LZ$, l'autre partie de la baſe qui eſt l'épaiſſeur demandée de la partie ſupérieure, ſera auſſi donnée $= LZ - BC$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on vouloit que le revêtement que l'on ſuppoſe plus élevé que les terres fût parallélogrammique, il faudroit que ſon fruit $BC = b$ devînt égal zero, ainſi il faudroit ſubſtituer zero en la place de b dans l'Equation $x + b =$

V.

$\sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bbc}{3d}}$ & le réſultat $x = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd}}$ donneroit la baſe du revêtement parallélogrammique.

COROLLAIRE II.

Si l'on vouloit que la hauteur du revêtement parallélogrammique fût égale à celle des terres, il faudroit faire non ſeulement $b =$ zero, mais il faudroit encore faire la hauteur d du revêtement propoſé = à la hauteur a des terres, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit ſubſtituer zero en la place de b, & a en la place de d, ce qui changeroit l'Équation de ce neuvieme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, qui eſt préciſément celle qui nous donnoit la baſe du revêtement parallélogrammique dans le premier Cas.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que le revêtement eût un talu, & que la hauteur de ce talu auſſi-bien que celle du revêtement, fût égale à la hauteur a des Terres comme dans le troiſieme Cas, il faudroit dans la formule qui donne la baſe du neuvieme Cas, ſubſtituer a en la place

place de d & de c, & le réſultat $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa} + bb - \frac{2bba}{3a}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ ſeroit la formule qui donneroit la baſe de ce revêtement, comme dans le troiſieme Cas.

COROLLAIRE IV.

Si l'on vouloit que le revêtement ne fût pas plus élevé que les Terres, & que ſon talu n'allât pas juſqu'en haut, ce revêtement ſeroit préciſément celui du cinquieme Cas, & pour-lors il faudroit ſeulement ſubſtituer a en la place de d dans la formule qui donne la baſe du neuvieme Cas, ce qui la changeroit en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa} + bb - \frac{2bbc}{3a}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ qui eſt la formule qui donne la baſe du cinquieme Cas.

Ainſi l'on voit que ce neuvieme Cas renferme le premier, le troiſieme & le cinquieme Cas, comme nous l'avons fait voir dans les Corollaires 2, 3 & 4. *de ce neuvieme Cas.*

COROLLAIRE V.

Si dans ce neuvieme Cas l'on vouloit établir la hauteur c du talu égale à la hauteur a des Terres, il n'y auroit qu'à ſubſtituer a en la place de c. Ce qui changeroit la formule du neuvieme Cas en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bba}{3d}}$.

DIXIEME CAS.

Etant donnée une hauteur quelconque AB *de revêtement, & la hauteur quelconque* BG *de son talu, avec l'épaisseur* AQ *de sa partie supérieure, trouver son fruit* BC.

SOLUTION.

* Soit la hauteur donnée du revêment
QD..... $= d$
La hauteur BG de son talu..... $= c$
L'épaisseur AQ de sa partie supérieure ou DB..... $= b$
Le fruit inconnu BC..... $= x$
La surface du parallélogramme AD sera..... $= db$

La surface du triangle GBC sera.... $= \frac{cx}{2}$.

Comme la pesanteur de la maçonnerie est à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons la pesanteur du parallélogramme AD par cette analogie $q : p :: db : \frac{pdb}{q}$, dont le quatrieme terme sera la pesanteur cherchée.

L'on aura de même la pesanteur du triangle GBC par cette analogie $q : p :: \frac{cx}{2} : \frac{pcx}{2q}$ dont le quatrieme terme sera la pesanteur cherchée.

Mul-

* Fig. 18.

Multipliant la peſanteur $\frac{pdb}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OC = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q}$ ſera ſon énergie.

De même en multipliant la peſanteur $\frac{pcx}{2q}$ du triangle par ſon bras de levier $TC = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{2pcxx}{6q} = \frac{pcxx}{3q}$ ſera ſon énergie.

Ajoutant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q} + \frac{pcxx}{3q}$ ſera l'énergie du revêtement entier, laquelle doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui nous donne cette équation $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q} = \frac{aaa}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9ddbb}{4cc}} - \frac{3dbb}{2c} - \frac{3db}{2c}$ qui exprimera la valeur du fruit $BC = x$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

* Ayant fait $BK = q$ & $BF =$ à la hauteur a des terres, du ſommet G du talu tirés la ligne GK

* Fig. 25.

GK & menés-lui par le point F une parallele FI, vous aurés $BI = \frac{qa}{c}$.

Car à cauſe des paralleles GK, FI, l'on a

$$BG : BF :: BK : BI.$$

C'eſt-à-dire..... $c : a :: q : \frac{qa}{c}$.

Enſuite ayant fait $BE = 4p$, tirés EI & menés-lui par le point F une parallele FL, vous aurés $BL = \frac{qaa}{4pc}$.

Car à cauſe des paralleles EI, FL, l'on a

$$BE : BF :: BI : BL.$$

C'eſt-à-dire..... $4p : a :: \frac{qa}{c} : \frac{qaa}{4pc} = BL$.

Puis ayant tranſporté BL de B en X ſur le prolongement de la hauteur AB, décrivés un cercle ſur FX pour diametre, & la partie BV de l'horizontal ſera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Car BV étant moyenne proportionnelle entre $BF = a$ & $BX = BL = \frac{qaa}{4pc}$, l'on a

$$BF : BV :: BV : BX.$$

C'eſt-à-dire..... $a : BV :: BV : \frac{qaa}{4pc}$.

D'où l'on tire $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Maintenant ayant fait $BO = \frac{3b}{2}$, tirés la ligne GO & menés-lui par le ſommet A du re-

revêtement la parallele AM, vous aurés $BM = \frac{3bd}{2c}$.

Car à cauſe des paralleles GO, AM l'on a $BG : BA :: BO : BM$.

C'eſt-à-dire..... $c : d :: \frac{3b}{2} : \frac{3bd}{2c} = BM$.

Enſuite prolongés le côté QD du revêtement juſqu'à ce qu'il rencontre en N un cercle fait ſur BM pour diametre, & tirés la Corde NB. Cette Corde ſera $= \sqrt{\frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Car puiſque $BD = b$ par l'hypotheſe, & que nous avons trouvé $BM = \frac{3bd}{2c}$, nous aurons

$MD = BM - BD = \frac{3bd}{2c} - b$.

Or la Corde MN eſt moyenne proportionnelle entre BM & MD.

Ce qui donne cette analogie

$BM : MN :: MN : MD$

C'eſt-à-dire..... $\frac{3bd}{2c} : MN :: MN : \frac{3bd}{2c} - b$.

Donc $MN = \sqrt{\frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Maintenant tranſportés cette Corde MN de B en R, & tirés RV. Cette ligne RV ſera

$= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Car à cauſe de l'angle droit RBV, l'on a

$RV - \sqrt{BV^2 + BR^2} = \sqrt{BV^2 + MN^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Enfin ſi l'on retranche de cette ligne RV une partie $RT = BM = \frac{3bd}{2c}$, l'on aura le reſte $TV = RV - RT = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}} - \frac{3bd}{2c} = x$ qui eſt le fruit cherché BC du revêtement propoſé. Ainſi il faut faire le fruit $BC = TV$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on fixe la hauteur c du talu égale à la hauteur a des Terres, il faudra ſubſtituer a en la place de c, ce qui changera la formule de ce dixieme Cas en celle-ci

$$\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bbdd}{4aa} - \frac{3bbd}{2a}} - \frac{3bb}{2a} = x.$$

COROLLAIRE II.

Si l'on fixe la hauteur du revêtement & celle de ſon talu toutes deux égales à la hauteur a des Terres, il eſt évident que ce dixieme Cas deviendra le quatrieme, & qu'il faudra ſubſtituer a en la place de la hauteur d du revêtement & de la hauteur c des Terres, ce qui changera la formule qui donne le fruit dans le dixieme Cas en celle-ci $x =$

V

$$\sqrt{\frac{qaaa}{4pa}+\frac{9bbaa}{4aa}-\frac{3bba}{2a}}-\frac{3ba}{2a}=$$

$$\sqrt{\frac{qaa}{4p}+\frac{9bb}{4}-\frac{3bb}{2}}-\frac{3b}{2}=\sqrt{\frac{qaa}{4p}+\frac{3bb}{4}}-\frac{3b}{2}$$

qui eſt la formule du quatrieme Cas.

COROLLAIRE III.

Si l'on fixe la hauteur d du revêtement à la hauteur a des Terres, ſans fixer ſon talu de la même hauteur, ce dixieme Cas deviendra le ſixieme, & il faudra ſubſtituer a en la place de la hauteur d du revêtement, ce qui changera la formule de ce dixieme Cas en celle-ci $x=\sqrt{\frac{qaaa}{4pc}+\frac{9bbaa}{4cc}-\frac{3bba}{2c}}-\frac{3ba}{2c}$ qui eſt la formule du ſixieme Cas.

COROLLAIRE IV.

Si l'on veut que le revêtement ſoit triangulaire, ſans fixer ſa hauteur, il eſt évident 1°. que le revêtement n'aura point d'épaiſſeur à ſa partie ſupérieure, ce qui donnera $b=$ zero. Ainſi il faudra ſubſtituer zero en la place de b dans la formule de ce dixieme Cas, ce qui la changera en celle-ci, $x=\sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

COROLLAIRE V.

Si l'on veut que le revêtement ſoit trian-

gulaire, c'eſt-à-dire, qu'il n'ait point d'épaiſſeur à ſa partie ſupérieure, & qu'on fixe ſa hauteur égale à la hauteur a des Terres, il eſt évident que la hauteur c du talu ſera la même que celle du revêtement, & comme l'on a fixé la hauteur du revêtement $= a$ & ſon épaiſſeur par le haut $=$ zero, il faut ſubſtituer a en la place de c & zero en la place de b. Ce qui changera la formule de ce dixieme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ qui eſt la formule du ſecond Cas.

Ainſi l'on voit que ce dixieme Cas comprend le ſecond, le quatrieme & le ſixieme; & comme le neuvieme Cas comprend le premier, le troiſieme & le cinquieme, nous aurions pû nous contenter de ces deux Cas, puiſqu'ils renferment tous les Cas dont on peut avoir beſoin dans la pratique.

REMARQUE.

Je n'ai déterminé juſqu'ici que les baſes des revêtemens dont l'énergie eſt la plus petite qu'il eſt poſſible, étant ſeulement capable de faire équilibre avec l'énergie des terres dont ils doivent ſoûtenir la pouſſée.

Cependant il ne convient point dans la pratique de ſe contenter de cet équilibre, & il eſt abſolument néceſſaire de donner aux revêtemens une force beaucoup plus grande que celle qui leur ſuffit pour faire équilibre avec l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des terres; c'eſt ce que l'on fait dans la pratique, au moyen des renforts ou

ou contreforts, qui ſont des éperons rentrans en dedans du terreplein des Terraſſes ou remparts, ou bien en augmentant ſeulement le profil du revêtement, enſorte que l'énergie du revêtement ſurpaſſe celle des Terres, ou ſoit à celle des Terres dans un rapport quelconque, comme de 3 à 2 ou de 4 à 3, ou plus generalemeut dans le rapport de m à n. Ce qui changera les formules des dix cas précédens en d'autres qui ſeront beaucoup plus generales, puiſqu'elles contiendront le rapport qui eſt entre l'énergie du revêtement & l'énergie des Terres.

Soit donc ſuppoſé l'énergie du revêtement que j'appelle z à l'énergie des Terres $\frac{aaa}{12}$ dans le rapport de m à n, c'eſt-à-dire, $z : \frac{aaa}{12} :: m : n$, nous aurons l'énergie z du revêtement $= \frac{maaa}{12a}$, au lieu que dans les dix Cas précédens, nous avons toûjours fait l'énergie du revêtement $= \frac{aaa}{12}$. Cela poſé, les dix formules précédentes qui nous donnent les baſes ou les parties x inconnues des baſes des revêtemens, ſe changeront dans les dix ſuivantes.

SAVOIR.

10. Celle du premier Cas qui donne la baſe

ſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ en celle-ci $x = \sqrt{\frac{maaa}{6np}}$.

2°. Celle du ſecond Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ en celle-ci $x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np}}$.

3°. Celle du troiſieme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$.

4°. Celle du quatrieme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$ en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$.

5°. Celle du cinquieme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ en celle-ci $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

6o. Celle du ſixieme Cas qui donne le fruit $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$ en celle-ci $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$.

7o. Celle du ſeptieme Cas qui donne la baſe moins le fruit, c'eſt-à-dire, l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement $x = -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb}} + b$ en celle-ci $x = -$

$\sqrt{-\frac{mqaa}{2np}+3bb}+b.$

8°. Celle du huitieme Cas qui donne l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement $x=\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2p}}-2b$ en celle-ci $x=\sqrt{12bb-\frac{mqaa}{2np}}-2b.$

9°. Celle du neuvieme Cas qui donne la baſe entiere du revêtement $x+b=\sqrt{\frac{qaaa}{6pd}-\frac{2bbc}{3d}}+bb$ en celle-ci $x+b=\sqrt{\frac{mqaaa}{6npd}-\frac{2bbc}{3d}}+bb.$

10. Celle du dixieme Cas qui donne le fruit x du revêtement $x=\sqrt{\frac{qaaa}{4pc}+\frac{9bbdd}{4cc}-\frac{3bbd}{2c}}-\frac{3bd}{2c}$ en celle-ci $x=\sqrt{\frac{mqaaa}{4npc}+\frac{9bbdd}{4cc}-\frac{3bbd}{2c}}-\frac{3bd}{2c}.$

DEMONSTRATION.

Comme nous avons ſuppoſé l'énergie du revêtement à l'énergie des terres dans le rapport de m à n. En appellant pour un moment z l'énergie du revêtement, nous aurons cette analogie $z:\frac{aaa}{12}::m:n.$ Et par conſéquent $z=\frac{maaa}{12n}.$

Ainſi ſi l'on veut que l'énergie du revêtement ſoit à l'énergie des terres dans le rapport quelconque de m à n, il faudra faire l'énergie du revêtement $= \frac{maaa}{12n}$, & non pas $= \frac{aaa}{12}$, comme nous avons fait dans les dix Cas du Probleme II. Cela poſé:

PREMIEREMENT.

La formule du premier Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ ſe changera en $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$ car l'énergie du revêtement du premier Cas eſt $\frac{paxx}{2q}$, & cette énergie doit être égale $\frac{maaa}{12n}$, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} = \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SECONDEMENT.

La formule du ſecond Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np}}$.

Car l'énergie du revêtement du ſecond Cas étant $\frac{paxx}{3q}$ l'on aura cette Equation $\frac{paxx}{3} = \frac{mqaa}{}$

$\frac{mqaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qmaa}{4np}}$.

Comme nous l'avons énoncé.

TROISIEMEMENT.

La formule du troiſieme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$.

Car l'énergie du revêtement étant dans le troiſieme Cas égale $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

QUATRIEMEMENT.

La formule du quatrieme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$.

Car l'énergie du revêtement dans le quatrieme Cas étant égale $\frac{pabb}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{paxx}{3q}$ doit

doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire la baſe $b + x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

CINQUIEMEMENT.

La formule du cinquieme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

Car l'énergie du revêtement étant dans le cinquieme Cas égale $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire la baſe $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SIXIEMEMENT.

La formule du ſixieme Cas qui donne le fruit du revêtement égal $x =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqa^3}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$.

Car

Car l'énergie du revêtement étant dans le ſiixime Cas égale $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire le fruit $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SEPTIEMEMENT.

La formule du ſeptieme Cas qui donne la baſe moins le fruit, c'eſt-à-dire, l'épaiſſeur x de la partie ſupérieure du revêtement $= -\sqrt{\frac{-qaa}{2p} + 3bb} + b$ deviendra $x = -\sqrt{-\frac{mqaa}{2np} + 3bb} + b$.

Car l'énergie du revêtement étant dans le ſeptieme Cas égale $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire le fruit $x = -\sqrt{-\frac{mqaa}{2np} + 3bb} + b$. *Comme nous l'avons énoncé.*

HUITIEMEMENT.

La formule du huitieme Cas qui donne l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement

ment, ſavoir $x = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b$ deviendra $x = \sqrt{12bb - \frac{mqaa}{2np}} - 2b$.

Car l'énergie du revêtement dans le huitieme Cas eſt $-\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{12bb - \frac{qmaa}{2np}} - 2b$ qui eſt l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du revêtement, *Comme nous l'avons énoncé.*

NEUVIEMEMENT.

La formule du neuvieme Cas qui donne la baſe du revêtement $x + b =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{6pd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaaa}{6npd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$.

Car l'énergie du revêtement dans le neuvieme Cas eſt $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x + b = \sqrt{\frac{qmaaa}{6npd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

DIXIE-

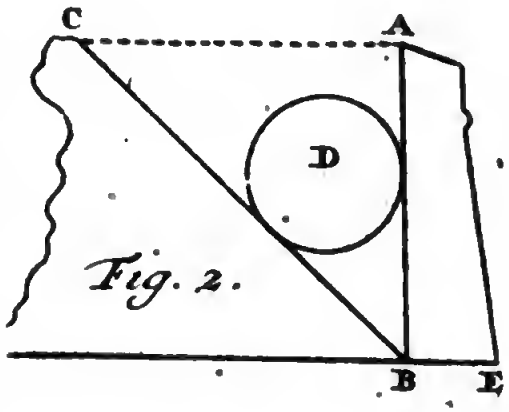


Fig. 2.

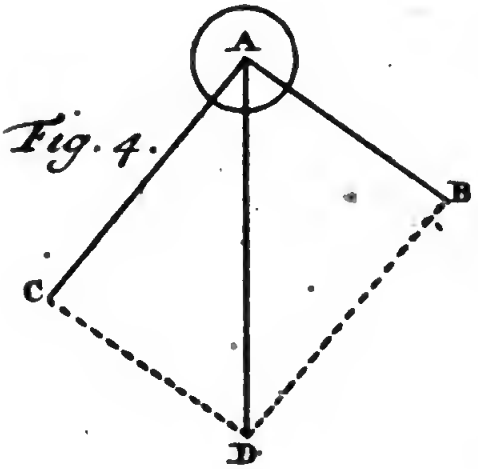


Fig. 4.

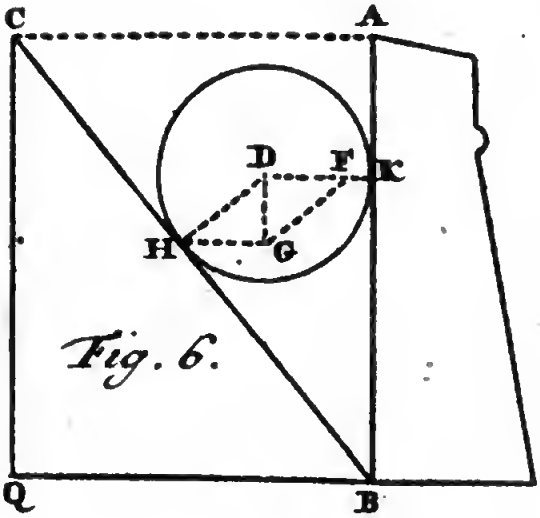


Fig. 6.

Fig. 8.

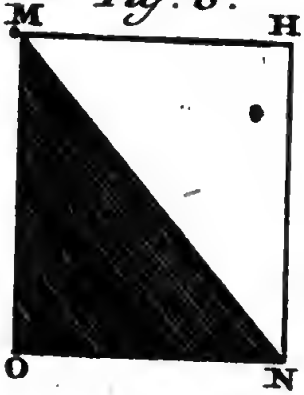


Fig. 9.

Fig. 11.

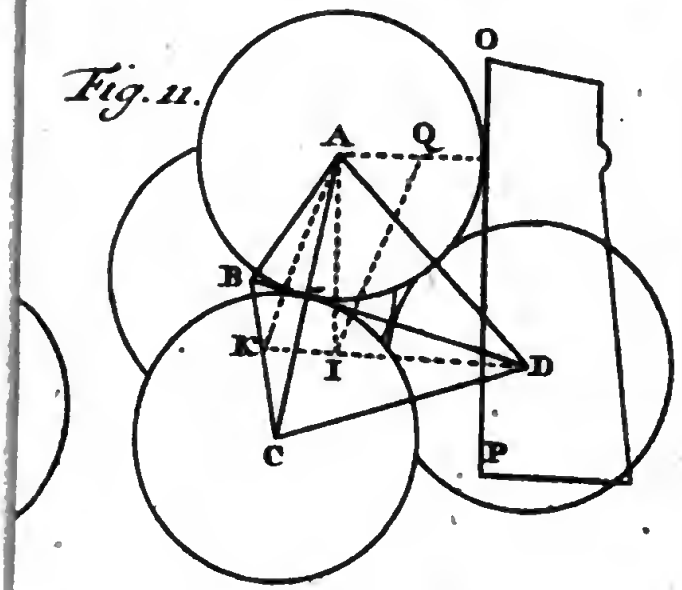
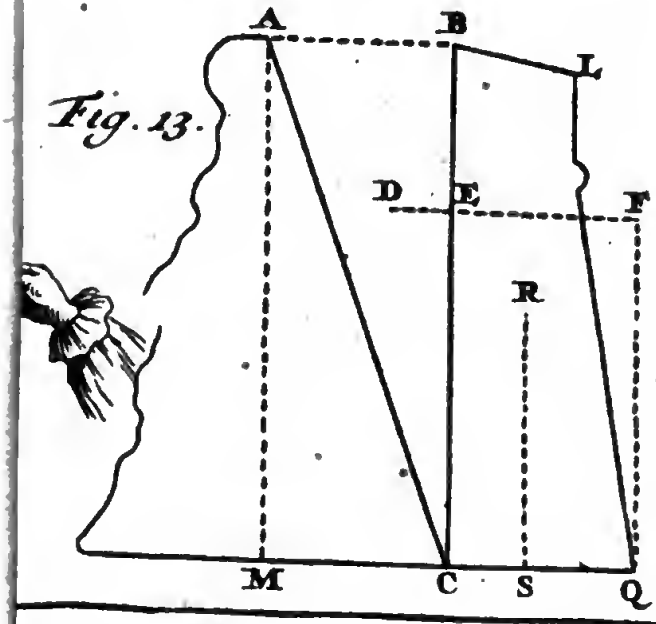
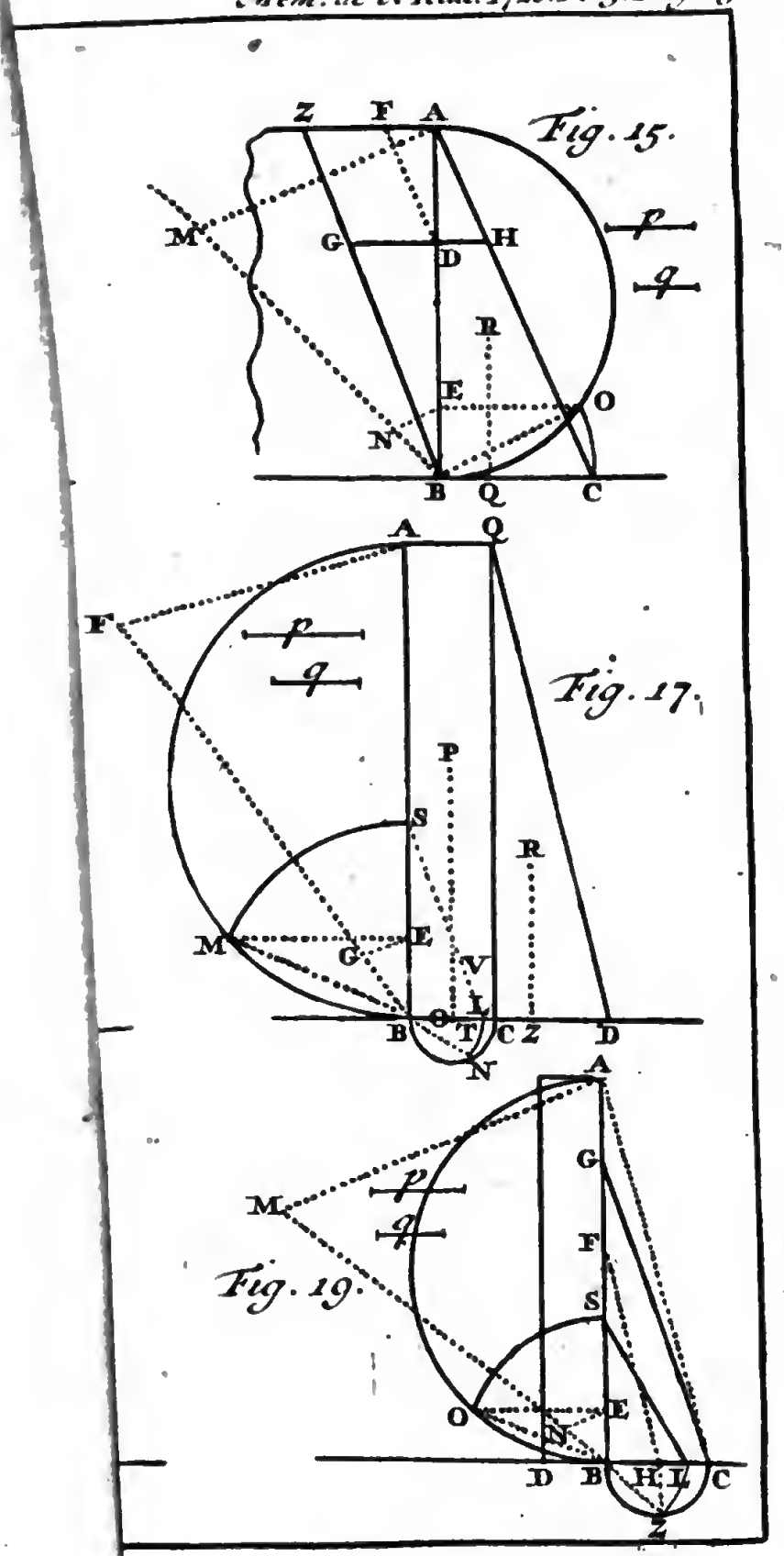


Fig. 13.




Z F A
M
G H D
p
q
R
E O
N
B Q C
Fig. 15.
A Q
F
p
q
P
S
R
M E
G V
I
B O T C Z D
N
Fig. 17.
A
G
M
p
q
F
S
O E
N
D B H I C
Z
Fig. 19.

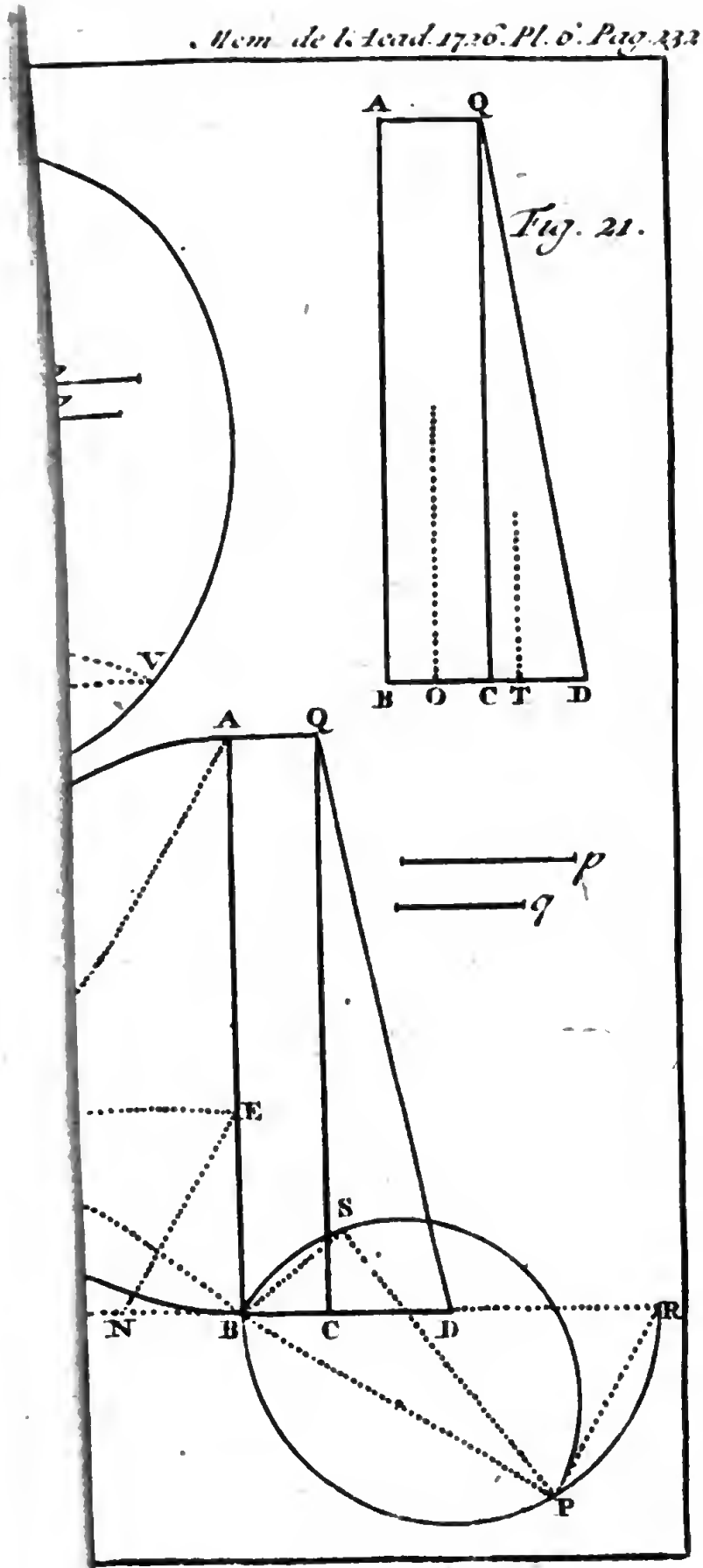


Fig. 21.

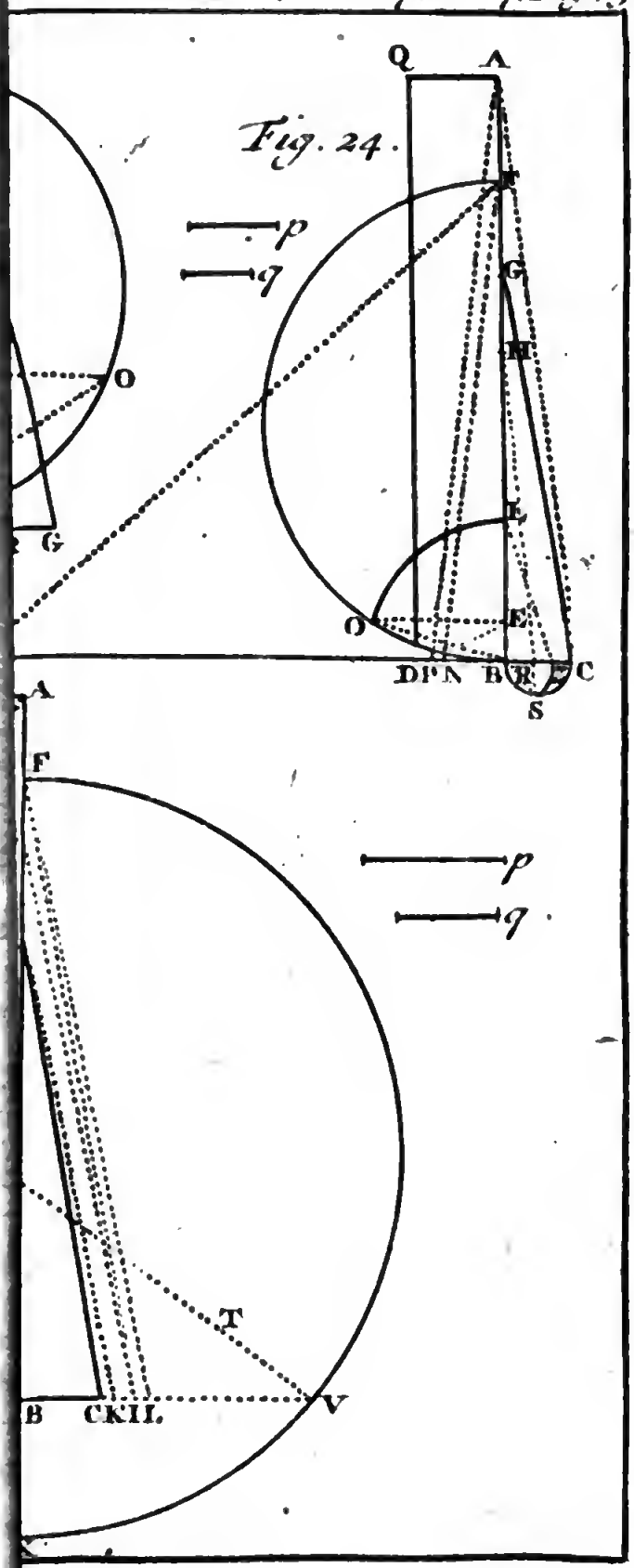


Fig. 24.
Q
A
p
q
O
G
H
E
O
DPN
B
C
S
A
F
p
q
T
B
CKIL
V

DIXIEMEMENT.

La formule du dixieme Cas qui donne le fruit x du revêtement $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c}$.

Car dans le dixieme Cas l'énergie du revêtement eſt $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pdbx}{q} + \frac{pbbd}{2q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qmaaa}{4npc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c}$ qui donne la valeur du fruit demandé. *Comme nous l'avons énoncé.*

Voici, je crois, tout ce que l'on peut dire touchant les terres qui pouſſent contre des revêtemens parfaitement polis, & touchant les épaiſſeurs de ces revêtemens polis qu'on leur doit oppoſer.

Il me reſte maintenant à examiner quelle eſt la pouſſée des terres contre les revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales, & quelles doivent être les épaiſſeurs & les talus de ces revêtemes graveleux pour leur réſiſter. Mais comme l'examen de la pouſſée des terres contre les revêtemens polis compoſe un Mémoire aſſés long, je reſerve pour un ſecond Mémoire la pouſſée des terres contre les revêtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales.

SUITE

SUITE DES

MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'ANNÉE M. DCCXXVI.

A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de Weſt-Friſe.

SUR QUELQUES EXPERIENCES DE CATOPTRIQUE.

Par M. DU FAY.

JE fis voir il y a quelque tems à la Compagnie, une experience qui m'avoit été indiquée par M. de Varinge très verſé dans les Mathematiques & dans la Phyſique experimentale. On lui avoit dit qu'au College des Jeſuites de Prague il y avoit deux Miroirs paraboliques concaves, qui étant placés vis-à-vis l'un de l'autre, comme on les voit, (*fig.* 1,) brûloient au foyer de l'un des deux lorſqu'on mettoit un charbon ardent au foyer de l'autre: il l'avoit éprouvé lui-même & avoit fait deux Miroirs de bois doré qui réuſſiſſoient parfaitement étant éloignés de 3 pieds l'un de l'autre.

J'avoue que cette experience qui m'étoit nouvelle me parut fort ſinguliere; je me diſpoſai à la vérifier par moi-même. Je fis donc deux Miroirs de plâtre auxquels je donnai la forme parabolique du mieux que je pus, en les travaillant avec un calibre de Cuivre coupé ſuivant une parabole, & mobile ſur ſon axe; je fis dorer & brunir ces deux Miroirs,

&

& les ayant disposés vis-à-vis l'un de l'autre, ensorte que leur axe fût commun, je plaçai au foyer de l'un des deux un charbon allumé que je soufflois du côté du Miroir avec un soufflet, dont le bout étoit recourbé; cela excita une si grande chaleur au foyer de l'autre Miroir, que le feu prit un instant après à de la poudre que j'y avois mise.

Je n'éloignai d'abord ces Miroirs que de six pieds l'un de l'autre, ne croyant pas que la chaleur du charbon de feu pût s'étendre plus loin; c'est à cette distance que j'en fis voir l'experience à l'Academie, & j'y appris que M. Homberg avoit dit à quelques personnes de l'Academie qu'il avoit autrefois vû deux Miroirs qui faisoient le même effet à dix pas ou environ l'un de l'autre; on me dit aussi qu'il y avoit quelques années qu'un Allemand avoit apporté à Paris deux Miroirs de Laiton appliqués sur un parquet de bois, qui brûloient à une distance considérable, & qu'il l'avoit fait voir à quelques personnes de l'Academie.

Voyant que cette experience étoit déja connue, je parcourus les Auteurs qui ont traité de l'Optique, pour voir s'il n'y auroit rien sur cette matiere: je trouvai en effet que le P. Zahn & le P. Cavalieri en avoient parlé. Le premier * rapporte qu'un homme digne de foi lui a dit avoir vû à Vienne deux Miroirs spheriques concaves qui faisoient l'effet que nous venons de dire, étant placés à vingt pieds l'un de l'autre.

Le

* *Oculus artif. pag.* 753.

* Le ſecond dit dans un Traité Italien ſur les Sections coniques, qu'il a mis des charbons ardens au foyer d'un Miroir ſpherique de plomb, & que les rayons s'étant réfléchis parallelement, il les avoit réunis enſuite avec un Miroir concave formé en cone paraboli-que tronqué, (*fig.* 2,) de façon que le foyer ſe trouvoit derriere le Miroir dans la partie tronquée; & que par ce moyen il avoit mis le feu à des matieres combuſtibles: mais il ne dit point à quelle diſtance ces Miroirs étoient l'un de l'autre.

Voilà tout ce que j'ai trouvé dans les Auteurs ſur cette matiere, & j'avoue que je ſuis ſurpris qu'on ait ſi long-tems negligé de s'aſſurer d'un fait ſi ſingulier & ſi facile à verifier.

Après un peu de réflexion, je jugeai que c'étoit fort inutilement que je m'étois donné tant de peine pour faire des Miroirs paraboliques, & que des Miroirs ſpheriques devoient faire le même effet, parce que quoi-que les Miroirs ſpheriques ne réuniſſent pas les rayons préciſément en un point, l'eſpace qu'ils occupent dans leur réunion eſt encore plus petit que le charbon qu'on y met; ainſi quoi-qu'il y ait apparence que de bons Miroirs paraboliques feroient un effet plus conſidérable que les ſphériques, ces derniers font néanmoins encore mieux que mes Miroirs paraboliques de plâtre, quelque ſoin que je me ſois donné pour les faire avec exactitude. Et en effet avec deux Miroirs ſpheriques, l'un de 20 pouces

* *Delle Settione coniche, cap.* 27.

ces de diametre & l'autre de 17, j'ai mis le feu à 50 pieds, au lieu qu'avec mes Miroirs paraboliques je n'ai pu y parvenir qu'à la diſtance de 18 pieds.

J'ai voulu voir ſi cette experience réuſſiroit auſſi-bien par refraction que par réflexion, mais j'ai trouvé une différence très conſidérable; car ayant mis un charbon au foyer d'un des deux Miroirs concaves, & ayant voulu réunir avec un verre lenticulaire les rayons qui en réfléchiſſoient, il m'a été impoſſible de rien allumer à ſon foyer, tant ces rayons ſe trouvent affoiblis après leur paſſage dans le verre: j'ai pourtant réuſſi à mettre le feu par refraction, mais ſeulement à 4 pieds de diſtance, en mettant un charbon derriere la lentille à ſon foyer, & réuniſſant avec un Miroir concave les rayons qui avoient traverſé le verre lenticulaire.

Cette différence de la diſtance à laquelle on peut brûler par réfraction à celle à laquelle ſe peuvent étendre les rayons réfléchis, m'a fait ſonger à faire paſſer ces derniers par différens milieux, afin de voir ce qui en réſulteroit.

J'ai placé entre mes deux Miroirs, éloignés l'un de l'autre de 18 pieds, une glace plane des deux côtés; cela a tellement diminué la chaleur, qu'il m'a fallu pour pouvoir brûler au foyer du ſecond, les rapprocher d'environ huit pieds, ce qui eſt près de moitié de la diſtance à laquelle ils brûlent ſans l'interpoſition de la glace. Je n'ai pas remarqué qu'il arrivât de différence ſenſible, ſoit que j'approchaſſe la glace de l'un des deux Miroirs,

ou

ou qu'elle fût placée à égale distance de l'un & de l'autre.

J'ai remarqué que la diminution de la force des rayons n'est pas à beaucoup près en raison des épaisseurs des glaces qu'ils traversent; car une glace très mince fait une diminution fort considérable, & une dont l'épaisseur étoit double de la premiere, ne m'a obligé de rapprocher le Miroir que de très peu de chose: ainsi c'est principalement à l'entrée des rayons dans le verre que se fait la plus grande perte.

Il semble qu'on doive inférer de ces observations, que les rayons du feu ordinaire sont composés de parties beaucoup plus grossiéres que ceux du Soleil, puisqu'il s'en faut bien que le passage dans le verre les affoiblisse à ce point-là, & que même la plûpart des expériences semblent prouver que les rayons du Soleil sont réunis en plus grand nombre, ou plus exactement, par voye de réfraction que par réflexion.

J'ai voulu voir aussi si l'air tranquille ou agité ne feroit point quelque changement dans l'experience; & pour cela je l'ai faite dans une chambre bien fermée, & ensuite à la même distance dans un endroit découvert où le vent étoit très violent, & je n'ai remarqué aucune différence sensible: j'ai même disposé les Miroirs en deux manieres différentes, l'une de façon que le vent traversoit les rayons, les coupant à angles droits, & l'autre enforte qu'il devoit s'opposer au mouvement que faisoient les rayons pour venir du premier Miroir sur le second.

J'ai mis entre les deux Miroirs placés à l'ordinaire, de la paille allumée, pour voir si le passage des rayons dans la flamme y apporteroit quelque changement; l'effet en a été très sensiblement diminué, & il m'a fallu rapprocher les miroirs pour pouvoir bruler. Il est difficile de marquer précisément la distance qui fait la difference d'une experience à l'autre; car lors qu'on brûle, on n'est pas assuré d'être au plus grand éloignement possible; & d'ailleurs il arrive souvent quelques varietés, parce que la chaleur du Charbon n'est pas toûjours la même.

J'ai crû qu'il étoit inutile d'éprouver ce qui arriveroit aux rayons lorsqu'ils traverseroient d'autres milieux, comme l'eau, ou les differentes liqueurs, parce qu'il est à presumer qu'ils doivent y souffrir une plus grande diminution qu'en traversant le verre.

Il suit de ces experiences, que la chaleur du feu ordinaire se peut étendre fort loin dans l'air libre, & qu'on le peut appliquer plus avantageusement qu'on n'a fait jusqu'à present; car il semble qu'on ne s'en soit encore servi qu'à un petit nombre d'usages, comme de renvoyer dans le lit ou à une certaine distance avec un verre lenticulaire fort convexe, l'image de la flamme d'une lampe placée dans une cheminée, & à augmenter la lumiere dans une machine d'Optique très connue, & appellée communément *Lanterne Magique*; au lieu qu'il n'est pas douteux qu'on en pourroit tirer beaucoup d'autres utilités.

Si l'on met, par exemple, au foyer d'un Miroir parabolique ou spherique concave un

char,

charbon ardent, les rayons qui après avoir rencontré le Miroir ſont réfléchis paralleleſ-ment, forment une une eſpece de cylindre, dans l'eſpace duquel on ſent une chaleur à peu près égale à celle d'un Poële, & qui eſt ſenſible juſques à 25 ou 30 pieds; de façon qu'avec quelques charbons on pourroit échauffer une ſerre pour des plantes ou quelque autre endroit d'une largeur mediocre.

On pourroit auſſi donner aux contre-cœurs des cheminées une forme ſpherique, ou plutôt hyperbolique, ce qui étant ajoûté aux plaques paraboliques que M. Gogher a imaginé de placer dans les côtés des cheminées, renvoyeroit beaucoup plus vivement que les plaques ordinaires, la chaleur du feu qu'on allumeroit à leur foyer, & par ce moyen on diminueroit la conſommation du bois; ſuppoſé même qu'il fût neceſſaire de nettoyer de tems en tems ces contre-cœurs, on les feroit de fonte adoucie, ſuivant la méthode qu'a donnée M. de Reaumur, & pour-lors il ſeroit facile de les tenir aſſés liſſes pour refléchir ſuffiſamment la chaleur.

On peut auſſi ſe ſervir du feu ordinaire pour faire les experiences qui ſe font communément avec le Soleil & les Miroirs concaves; car ſi on expoſe un Miroir ſpherique à dix pieds ou environ d'une cheminée, les rayons du feu ſe réuniront à ſon foyer & brûleront les matieres combuſtibles.

Il eſt certain que ſi l'on conſtruit un Miroir elliptique dont les foyers ſoient éloignés l'un de l'autre de vingt pieds ou environ, les

rayons qui partiront d'un charbon placé à un de ſes foyers, iront ſe réunir à l'autre & y brûleront immanquablement. J'ai tenté de faire cette experience, & j'ai fait un Miroir elliptique de laiton avec toute l'exactitude poſſible; mais n'ayant conſideré le foyer de l'ellipſe que comme un point, & n'ayant pas eû égard à la groſſeur du charbon que je devois y mettre, les rayons ne ſe ſont jamais réunis en aſſés grand nombre à l'autre foyer pour pouvoir y brûler; cependant lorsqu'au lieu d'un charbon j'y mettois une petite bougie allumée, les rayons ſe réuniſſoient exactement à l'autre foyer & y cauſoient une chaleur ſenſible, mais n'avoient pas la force de brûler; ce qui arrive de même avec les Miroirs paraboliques, ſans doute parce que les parties de la flamme ſont trop déliées pour conſerver long-tems leur mouvement dans l'air.

Je n'ai pu faire toutes ces experiences ſur les Miroirs avec le feu commun, ſans en faire auſſi quelques-unes avec le Soleil. Tout le monde ſait l'hiſtoire ou la fable d'Archimedes, pluſieurs Auteurs l'ont combattue vivement, quelques-uns ont entrepris de la défendre, entr'autres le P. Cavalieri qui prétend qu'on peut parvenir à bruler à une très grande diſtance par le moyen du Soleil en plaçant au foyer d'un Miroir concave un petit Miroir parabolique convexe & ſolide, comme on le voit, (*fig.* 3.) de façon que le foyer de l'un & de l'autre ſe rencontrent en un même point; il eſt aiſé de voir que les rayons étant

étant rendus convergens par le Miroir concave & tombant ſur le Miroir convexe en cet état, doivent en réfléchir parallelement à l'axe du petit Miroir, & former une eſpece de foyer lineaire. Quoi-que le P. Niceron combatte cette experience par le raiſonnement, j'ai voulu la tenter, mais j'y ai trouvé pluſieurs inconveniens : le petit Miroir s'échauffe en un moment, & il eſt preſque impoſſible de le placer dans le point où il doit être; d'ailleurs l'éclat de ces rayons réunis & tombans ſur ce Miroir convexe, incommode extrêmement la vûe.

Je m'y ſuis pris d'une autre maniere, j'ai fait deux Miroirs paraboliques fort concaves, le diametre de l'un étoit de deux pouces, & celui de l'autre n'étoit que de 6 lignes; ces deux paraboloïdes concaves étoient tronqués & le foyer étoit dans la partie tronquée: je les ai diſpoſés l'un après l'autre, comme on le voit, (*fig.* 4.) ils devoient réfléchir parallelement les rayons, qui après s'être croiſés à leur foyer, tomboient divergens ſur leur ſurface interieure ; celui des deux qui a le mieux réuſſi a été le grand, mais comme ſon embouchure étoit large, les rayons, quoique paralleles, n'étoient point aſſés proche les uns des autres pour faire une chaleur conſidérable, à moins que ce ne fût à une diſtance de 8 ou 10 pieds. J'ai fait & refait ces experiences de toutes les manieres que j'ai pû imaginer; j'ai placé des verres lenticulaires après le croiſement des rayons réunis par un miroir parabolique ; j'ai mis des verres

concaves avant la réunion des rayons ; je ne laiſſois pas par tous ces moyens de renvoyer les rayons paralleles, mais, ou ils étoient trop réunis, & en ce cas le petit Miroir n'y pouvoit reſter qu'un moment, ou ils étoient trop écartés les uns des autres pour pouvoir faire un effet bien ſenſible ; d'ailleurs le mouvement du Soleil rompoit toutes mes meſures dès que j'avois placé les Miroirs dans le point où ils devoient être.

C'eſt ainſi que la Phyſique ſe refuſe ſouvent aux verités de la Géometrie qui ſuppoſent pour l'ordinaire les corps plus reguliers ou plus parfaits qu'ils ne ſont, & nous ne voyons que trop ſouvent des exemples de cette diſcordance qui ſe trouve entre la Géometrie & la Phyſique.

Cependant s'il eſt poſſible de porter à une grande diſtance l'action des rayons du Soleil, je crois que le petit paraboloïde concave dont je viens de parler eſt une des meilleures voyes dont on puiſſe ſe ſervir. Premierement, ce petit Miroir s'échauffe très peu, puiſque la réunion des rayons réfléchis par le grand Miroir, ſe fait ſur un eſpace vuide ; en ſecond lieu, il eſt facile de rencontrer le foyer de ce Miroir dont on peut marquer la place avec un fil de fer : on pourroit auſſi ſubſtituer à ce Miroir parabolique un Miroir elliptique dont les foyers ſeroient à une très grande diſtance l'un de l'autre.

Pour faire ces experiences avec plus de commodité, je recevois d'abord les rayons du Soleil ſur un Miroir plan avec lequel je les

les renvoyois ſur le Miroir concave ou ſur les autres dont j'avois beſoin. Cela me fit ſouvenir que pluſieurs Auteurs, & entr'autres Porta, diſoient qu'on peut renvoyer aſſés loin l'image du Soleil, & que la faiſant tomber ſur un Miroir concave on pourroit brûler à ſon foyer; j'avois toûjours crû que cette diſtance pouvoit être de 40 ou 50 pieds, mais voulant éprouver juſqu'où cela pourroit aller, je fus fort étonné de voir qu'à 200, 300 pieds & juſques à 600, l'image du Soleil reçûe ſur un Miroir plan d'un pied en quarré & renvoyé ſur un Miroir concave de 17 pouces de diametre, avoit la force de brûler des matieres combuſtibles au foyer de ce dernier.

Ce n'eſt point encore là vrai-ſemblablement le dernier terme où cette experience puiſſe être portée, mais il eſt extrêmement difficile à une plus grande diſtance de diriger avec le Miroir plan l'image du Soleil ſur le Miroir concave, parce qu'elle eſt alors ſi fort étendue, qu'on ne peut preſque plus la diſtinguer.

Faiſons maintenant quelques obſervations ſur cette experience, elle prouve premierement que l'action des rayons du Soleil n'eſt que mediocrement diminuée par la réflexion, ſur un Miroir plan, & je ne vois pas pourquoi il n'arriveroit pas de même de toutes les autres formes que pourroit avoir le Miroir. Si des rayons réfléchis par un Miroir qui a un pied quarré de ſurface & qui après avoir fait dans l'air un chemin de 600 pieds, ſe ſont un peu écartés les uns des autres,

enſorte qu'ils occupent alors un eſpace d'environ dix pieds quarrés par les inegalités de la ſurface du Miroir, ſi dis-je, ces rayons, ou plutôt leur dixieme partie étant réunie avec un Miroir concave peut brûler au foyer de ce dernier après une ſeconde réflexion qui doit encore en faire perdre quelques-uns, pourquoi ne jugeroit-on pas qu'ils puiſſent brûler à la même diſtance ſi le premier Miroir étoit tel qu'il les rendît convergens en ce point? Cela n'eſt-il pas même vraiſemblable, puiſqu'il n'y auroit qu'une réflexion au lieu de deux, & que l'on ſuppoſe que tous ces rayons, qui dans l'experience préſente ſont diſperſés par les inégalités du Miroir, ſeroient dirigés au même foyer? Il ne s'agit pas de ſavoir ſi un tel Miroir eſt poſſible ou non, mais ſi phyſiquement parlant cela peut arriver. Cette opinion a été extrêmement contredite, & je dois mettre M. Deſcartes à la tête de ceux qui l'ont combattue.

Il dit poſitivement dans ſa Dioptrique, que ſi l'éloignement du foyer d'un verre eſt à ſon diametre, comme la diſtance de la Terre au Soleil eſt au diametre du Soleil, c'eſt-à-dire, ſi le foyer du verre eſt éloigné d'environ cent fois la longueur de ſon diametre, quand il ſeroit travaillé par la main des Anges, la chaleur n'en ſeroit pas plus ſenſible à ſon foyer, que celle des rayons du Soleil qui traverſeroient un verre plan. Le Pere Niceron qui ſoûtient la même opinion, entre dans un plus grand détail. Voici le raiſonnement ſur lequel il ſe fonde, & qu'il eſt inutile de rap-

rapporter tout au long, il ſuffit d'en bien examiner le ſens.

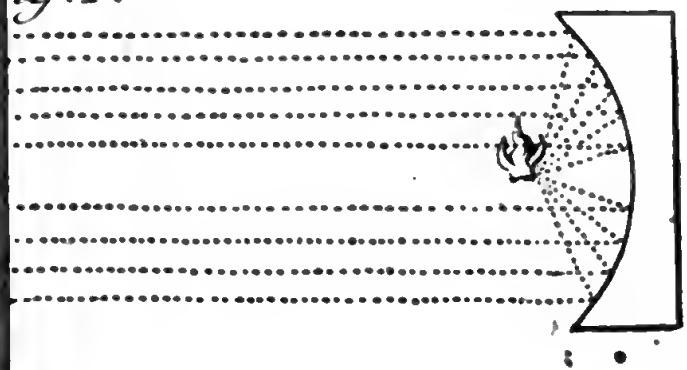
Il convient que les rayons qui partent d'une portion du diſque du Soleil égale au verre qu'on y expoſe, ſeront exactement réunis à ſon foyer s'il eſt elliptique, ou même hyperbolique, à cauſe que la grande diſtance fait regarder comme paralleles les rayons qui viennent d'un même point du Soleil : mais il n'en eſt pas de même de tous les autres rayons qui partent du reſte du diſque du Soleil, car ils ne peuvent être réunis dans le même point & forment autour de ce point une image du diſque du Soleil, proportionnée à la longueur du foyer du verre. Lorſque ce foyer eſt très court, l'image du Soleil eſt fort petite, parce que tous ces rayons paſſent ſi proche du foyer, qu'ils ſemblent ne faire qu'un point lumineux ; mais à meſure que le foyer s'éloignera, l'image du Soleil s'agrandira par la diſperſion de tous ces rayons qui ne partent pas du centre du Soleil que je ſuppoſe repondre directement au verre elliptique ; & par conſéquent cet amas de rayons qui étant réunis en un très petit eſpace faiſoient un effet conſidérable, n'en feront pas plus que les rayons directs du Soleil lorſque l'éloignement du foyer ſera tel qu'ils ſeront auſſi écartés les uns des autres qu'ils l'étoient avant de rencontrer le verre.

On ne peut nier que ce raiſonnement ne ſoit très vrai & que les conſéquences n'en ſoient juſtes : mais ne ſeroit-il pas poſſible de ſe paſſer de ces rayons qui ne partent pas de la partie du diſque du Soleil correſpondante

au verre elliptique, & n'y a-t-il pas lieu de penſer qu'il pourroit peut-être ſuffire pour bruler, de réunir en un point ceux qui partent d'une petite portion du diſque du Soleil? La derniere experience que nous avons rapportée ſemble en être une preuve. Le Miroir plan que je preſente au Soleil reçoit des rayons de tout ſon diſque, mais il ne renvoye ſur le Miroir concave que ceux qui viennent d'une portion de ce diſque égale au Miroir plan; tous les autres ne pouvant être conſiderés comme paralleles à celui-là, font de différens angles d'incidence, & par conſéquent réfléchiſſent ailleurs; cependant ces rayons affoiblis par le chemin de 600 pieds dans l'air, & réduits environ à leur dixieme partie, comme on le voit par l'extenſion de l'image du Soleil, ſuffiſent encore pour bruler après une nouvelle réflexion ſur un ſecond Miroir. Ne peut-on point inférer de-là que les rayons d'une petite portion du diſque du Soleil ſuffiſent pour bruler, & qu'un ſeul Miroir pourroit bruler à une très grande diſtance s'il avoit la forme requiſe? ce que je crois très difficile, pour ne pas dire impoſſible, à moins que le hazard n'y contribuât, car dans le nombre des Miroirs dont je me ſuis ſervi, j'en ai trouvé un long d'un pied & large de 6 pouces qui réuniſſoit les rayons du Soleil à 25 pieds de diſtance dans un foyer de 3 à 4 pouces de diametre: il n'étoit point aſſés exact pour y pouvoir rien allumer, mais il étoit impoſſible d'en ſupporter la chaleur pendant 5 ou 6 ſecondes. Quelques Auteurs ont propoſé de former un Miroir d'un très

long

Fig. 1.



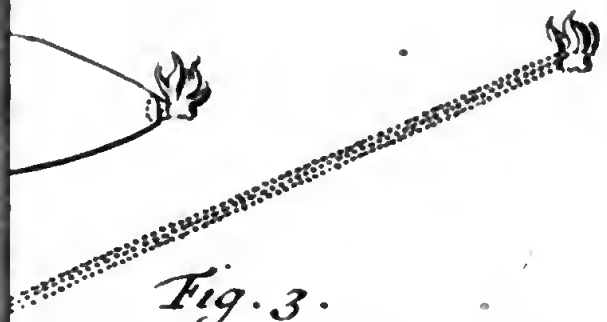
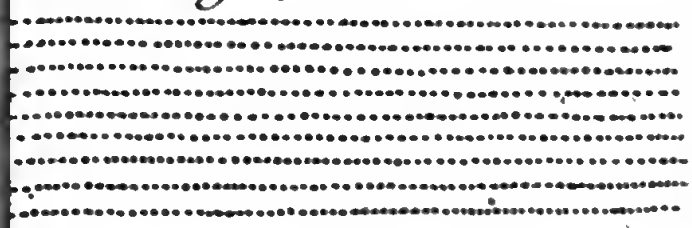
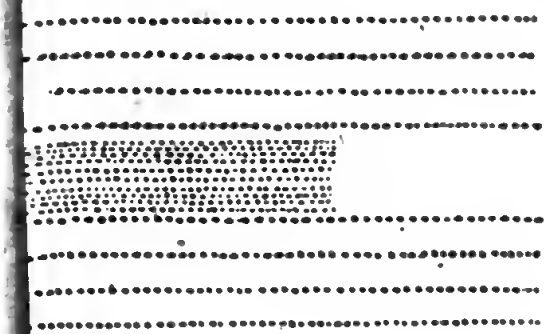


Fig. 3.



g. 4.



long foyer, par un grand nombre de petits Miroirs plans que pluſieurs perſonnes tiendroient à la main & dirigeroient tous de façon que les images du Soleil formées par chacun de ces Miroirs concourroient en un même point; ce ſeroit peut-être la façon de réuſſir la plus ſûre & la moins difficile à executer.

Je ne propoſe ces idées que comme des conjectures qui ont quelque vrai-ſemblance. La premiere experience rapportée dans ce Memoire, prouve que l'action du feu ordinaire ſe peut étendre très loin lorſque les particules ignées ſont dirigées & réunies par des corps capables de les réfléchir, & qu'elles n'ont point à traverſer un milieu plus denſe que l'air; ces dernieres obſervations nous donnent lieu de ſoupçonner qu'on ne tire pas des rayons du Soleil tout le parti qu'on en pourroit tirer, & qu'il ſeroit peut-être poſſible de perfectionner cette partie de la Phyſique qui ſemble avoir été abandonnée depuis quelque tems, moins par la difficulté qui ſe rencontre dans les experiences qu'elle demande neceſſairement, que par le peu d'eſperance qu'on avoit de parvenir à quelque choſe de plus parfait que ce qui étoit connu juſques à preſent.

OBSERVATIONS NOUVELLES

SUR

LES MOUVEMENS ORDINAIRES

DE L'EPAULE,

Sur l'action des Muſcles qui exécutent ces mouvemens, & ſur l'uſage particulier de quelques-uns des mêmes Muſcles;

Avec quelques remarques ſingulieres ſur le Muſcle grand Dorſal & ceux du bas-ventre.

Par M. WINSLOW.

LA mechanique de l'Omoplate & celle de l'Os hyoïde, par rapport à leurs mouvemens & à leurs changemens d'attitude, eſt très ſinguliere. Elle eſt fort differente de la mechanique des autres os du corps humain, qui ont tous des appuis fermes ſur leſquels ils ſont ou mûs ou arrêtés par les muſcles, en partie en maniere de leviers, & en partie d'une autre façon. L'Omoplate & l'Os hyoïde ne ſont que ſuſpendus & différemment bridés par les muſcles mêmes qui les meuvent, & qui déterminent ou fixent leurs attitudes ſelon les differens beſoins. Je ne parlerai à preſent que de ce qui regarde l'Omopla-

plate. Les Anatomiſtes conviennent que cet Os eſt la principale piece de l'épaule, qu'elle ſe trouve dans les animaux auſſi bien que dans l'homme, & que la clavicule n'eſt, pour ainſi dire, qu'acceſſoire dans l'homme & dans ceux d'entre les quadrupedes qui peuvent tourner leurs pattes anterieures pour embraſſer quelque choſe. Ils conviennent que les mouvemens & les differentes attitudes de l'épaule dépendent principalement de l'Omoplate, qui en même tems entraîne ou pouſſe la clavicule. On s'eſt contenté de dire en general, que l'Omoplate peut monter, deſcendre, avancer, reculer, & que les mouvemes de cet Os ſont bornés par la clavicule, qu'il ſert d'appui aux Os du bras, & en facilite les mouvemens. On n'a rien déterminé ſur les attitudes particulieres de ces Os dans les differens mouvemens de l'épaule. On a toûjours été fort partagé & indécis par rapport aux muſcles qui executent ces mouvemens; & encore s'eſt-on beaucoup mépris dans les uſages, non-ſeulement des muſcles qu'on a voulu y deſtiner, mais encore de ceux qu'on a voulu en exclure, & même de ceux dont on ne parle qu'en doutant.

Il n'eſt donc pas ſurprenant que l'on ne trouve nulle part, que je ſache, l'explication de pluſieurs phénomenes très ſinguliers qui en dépendent, dont voici deux qui ſautent aux yeux de tout le monde, & qui ſe preſentent preſque à tout moment. Le premier eſt que l'Omoplate eſt la baſe, l'appui & le ſoûtien de tous les mouvemens, tant ſimples que compoſés, & de tous les efforts

du bras, même des plus grands & des plus violens, pendant que lui-même n'eſt ni mû, ni fixé ſur aucun appui ſolide comme les autres Os. Le ſecond phénomene eſt la grande puiſſance de l'épaule pour ſurmonter ou contrebalancer des reſiſtances très conſiderables, pour ſoulever des fardeaux d'une très grande peſanteur, & pour les ſoûtenir ſans ſe laiſſer abbaiſſer. J'en ajoûte encore un troiſieme qui arrive lorſqu'étant aſſis, & appuyant les mains ſur le ſiége à côté des hanches, on ſouleve tout le corps, & qu'on le tient comme ſuſpendu entre les épaules, ſans qu'elles montent ou changent leur attitude ordinaire. Si l'on a fait ſi peu d'attention ſur des phénomenes ſi évidens & ſi communs, il eſt encore moins ſurprenant qu'on en ait laiſſé échaper d'autres, qui ne ſe preſentent pas ſi frequemment, ni ſi évidemment, & qui néanmoins ſont d'une grande importance, non-ſeulement dans la Phyſique, mais auſſi dans la Medecine & dans la Chirurgie.

Pour expliquer ces phénomenes, & pour décider ſur le nombre, les fonctions & les uſages des muſcles qui y ont rapport, il faut d'abord examiner toutes les circonſtances qui accompagnent les mouvemens & les attitudes de l'épaule, tant en general qu'en particulier.

Les mouvemens de l'Omoplate en general paroiſſent plus ſur la partie de l'Omoplate qu'on appelle Acromium, & qui eſt préciſément ce qu'on nomme pour l'ordinaire épaule, & ſur l'extremité voiſine de la clavicule, que ſur les autres parties de ces deux os.

Quoi-

Quoique la ſituation & l'attitude de ces deux os ſoient très connues, je ne trouve pas qu'on ait fait aſſés d'attention ſur la direction de la cavité glenoïde de l'Omoplate, qui reçoit la tête de l'os du bras, ni ſur celle des facettes cartilagineuſes de l'acromion & de la clavicule, par leſquelles ces deux os s'articulent enſemble.

La cavité glenoïde n'eſt pas tournée directement en dehors, mais elle eſt auſſi en même tems tournée obliquement vers le devant & en haut. La petite facette cartilagineuſe de l'acromion eſt tournée obliquement en dedans, & celle de la clavicule obliquement en dehors. La neceſſité de cette remarque paroîtra dans la ſuite.

A l'égard des mouvemens particuliers de l'épaule & des attitudes qui en reſultent, il ne ſuffit pas de ſavoir qu'on la peut hauſſer, baiſſer, porter en devant & en arriere, il faut abſolument examiner les différens cas dans leſquels chaque eſpece de mouvement & d'attitude eſt employée. J'avoue ingénuement que mon inadvertance ſur cet article m'a fait perdre un tems conſiderable, & m'a cauſé beaucoup de fatigue inutile, juſqu'à ce que je me ſuis apperçû que la même eſpece de mouvement differe conſiderablement ſelon les differens cas où elle ſe rencontre. Les exemples ſuivans feront comprendre ce que je viens de dire; mais il faut avec cela obſerver, que par les termes de hauſſer, baiſſer, &c. je ne comprends pas ſeulement un certain changement d'attitude, mais encore les efforts contre une attitude oppoſée. Car les muſcles qui

qui levent une partie dans une occaſion, ce ſont les mêmes qui dans une autre occaſion font ſeulement effort contre l'abbaiſſement de la même partie, ſans la lever. Par exemple, les mêmes muſcles qui levent l'épaule quand on la veut hauſſer, ces mêmes muſcles l'empêchent de s'abbaiſſer quand on veut qu'elle ſoûtienne un fardeau. Il faut encore obſerver que dans quelque ſituation que le corps puiſſe être, le terme de *lever* ſignifie ici approcher de la tête, & que celui de *baiſſer* en marque l'éloignement; ſoit qu'on ſoit debout, aſſis, couché, qu'on ait la tête en haut, en bas, &c. Sans cette attention l'on pourroit quelquefois ſe trouver embarraſſé.

Voici pluſieurs exemples de ces différens mouvemens, arrangés ſous quatre Claſſes generales.

PREMIERE CLASSE.

On hauſſe l'Epaule, ou on l'empêche de ſe baiſſer.

Sans charge ou reſiſtance étrangere, le bras étant en bas auprès des côtes, comme quand on hauſſe les épaules par compaſſion, ou pour faire un grand ſoupir. (*Fig.* 1.)

Sans charge ou reſiſtance étrangere, le bras étant étendu & éloigné des côtes, comme pour montrer quelque choſe de loin. (*Fig.* 2.)

Pour ſoulever ou ſoûtenir un fardeau, ſoit immediatement, ſoit par le moyen d'une corde, &c. ſoit enfin par quelque portion du bras abbaiſſé, comme quand on porte un ſeau

ſeau ſur l'avant-bras ou avec la main. (*Fig.* 3. 4. & 5.)

La même choſe arrive à ceux qui ſur une corde horizontalement tendue, ſe pendent par les mains la tête en bas & les jambes en haut, car ils font tous leurs efforts pour empêcher les épaules de s'éloigner de la tête, c'eſt-à-dire, ſelon le langage commun, de s'abbaiſſer. (*Fig.* 6.)

Pour ſoutenir un fardeau par les mains au-deſſus de la tête; cela arrive auſſi à ceux qui s'appuyent ſur les mains, la tête en bas & les jambes en haut. (*Fig.* 7 & 8.)

Pour tirer de bas en haut. (*Fig.* 9)

SECONDE CLASSE.

On baiſſe l'Epaule, on l'empêche de monter.

Simplement ſans charge étrangere; comme quand on veut faire le cou long. (*Fig.* 10.)

Pour tirer de haut en bas. (*Fig.* 11.)

Pour marcher avec des bequilles. (*Fig.* 12.)

Pour s'appuyer directement ſur les coudes, ou ſur les mains, comme pour imprimer un cachet, &c. (*Fig.* 13)

Pour ſe ſoulever directement par les mains appuyées ſur le ſiege à côté des hanches, quand on eſt aſſis. (*Fig.* 14.) ou pour ſe mettre à ſon ſéant dans le lit. (*Fig.* 16.)

Pour grimper ſans éloigner les bras des côtés de la poitrine. (*Fig.* 15) La ſuſpenſion du corps par les bras levés en haut, peut encore avoir lieu ici, quoi-qu'elle puiſſe auſſi être rapportée à une autre eſpece de mouvement

ment ou d'attitude, dont il ſera parlé dans la ſuite.

Pour lever la tête pendant que l'on eſt couché ſur le côté. (*Fig.* 17) Cette obſervation eſt très ſinguliere, & perſonne, que je ſache, n'en a parlé. Je l'expliquerai ci après.

TROISIEME CLASSE.

On avance l'Epaule ſur le devant, on l'empêche de reculer.

Simplement ſans reſiſtance étrangere, comme pour croiſer les bras, (*Fig.* 18.)

Pour s'appuyer ſur les mains ou ſur les coudes, le viſage & la poitrine étant en bas, comme quand on veut ſe proſterner. (*Fig.* 19.)

Pour traîner ou tirer par derriere. (*Fig.* 20.)

Pour pouſſer directement devant ſoi avec les bras étendus, ou de côté avec un ſeul. (*Fig.* 21. 22.)

QUATRIEME CLASSE.

On recule l'Epaule, on l'empêche d'avancer.

Simplement ſans reſiſtance étrangre, comme pour faire avancer ou ſaillir la poitrine. (*Fig.* 23)

Pour tirer à ſoi pardevant, comme quand on tire une grande ſcie. (*Fig.* 24.)

Pour embraſſer. (*Fig.* 25.)

Pour ſe ſoulever dans le lit (étant couché ſur le dos) par une corde attachée en haut. (*Fig.* 26.)

Après

Après avoir conſideré les differens mouvemens de l'épaule, & les cas où ils arrivent, il faut faire attention ſur les attitudes des os qui la compoſent. Il faut d'abord ſe ſouvenir que l'omoplate eſt un os large, mince, irregulierement triangulaire, & diſpoſé naturellement de la maniere ſuivante: Des trois bords, le plus petit que les Anatomiſtes appellent côte ſuperieure de l'omoplate, eſt ſitué en haut & preſque tranſverſalement; le plus grand auquel ils ont donné le nom de baſe, regarde l'épine du dos, de maniere qu'il en eſt plus éloigné par en bas que par en haut; le troiſieme bord, communément appellé côte inferieure de cet os, eſt fort obliquement tourné vers les parties laterales de la poitrine. Des deux angles qui terminent la baſe, l'un eſt ſuperieur, & l'autre inferieur; le troiſieme, qui n'a ni la forme ni le nom d'angle, & qui eſt plutôt une eſpece de col determiné par une cavité nommée glenoïde, porte deux avances, une petite appellée Coracoïde, & une dite Acromion: ſa ſituation eſt telle, que l'Acromion eſt le plus élevé, & forme principalement ce qu'on appelle communément le moignon de l'épaule. (*Fig. A.*)

Dans la premiere eſpece des mouvemens marqués ci-deſſus, c'eſt-à-dire, quand on hauſſe l'épaule, c'eſt de toutes les parties de l'omoplate le ſeul acromion qui ſoûtient les efforts des fardeaux & des réſiſtances. Quand ces mouvemens ſont petits, tout le corps de cet os paroît monter preſque uniformément, mais dans les grands mouvemens l'acromion

ſe

ſe leve pendant que l'angle ſuperieur deſcend, & que l'angle inferieur ſe porte en devant (*Fig. B.*) L'extremité voiſine de la clavicule ſuit les mouvemens de l'acromion, y étant étroitement liée, pendant que l'autre extremité de la clavicule ne ſe meut que comme ſur un point, étant attachée à la partie ſuperieure du Sternum qui eſt preſque immobile à cet endroit. Ceci joint à ce que j'ai dit cideſſus de la direction particuliere des facettes cartilagineuſes, par leſquelles l'acromion & l'extremité voiſine de la clavicule ſont articulés enſemble; ceci, dis-je, démontre aſſés que la clavicule ne ſert pas d'appui à l'omoplate dans la premiere eſpece de ſes mouvemens. Il faut encore avertir en paſſant, que les termes par leſquels on déſigne communément les extremités de la clavicule, ſont fort équivoques, en appellant celle qui eſt jointe au Sternum, anterieure, inferieure ou interne; & l'autre, poſterieure, ſuperieure ou externe. Pour éviter ces équivoques, j'en nomme l'une humerale ou ſcapulaire, & l'autre pectorale ou ſternale. L'extremité humerale de la clavicule eſt expoſée aux mêmes réſiſtances & fardeaux que l'acromion, mais il la ſoûtient, & par conſéquent il eſt ſeul chargé de tout.

Dans la ſeconde eſpece de mouvement de l'épaule, ſoit qu'on la rabaiſſe après l'avoir élevée, ſoit qu'on l'empêche de monter, c'eſt toûjours à la tête de l'omoplate, c'eſt-à-dire, à l'angle qui porte l'acromion, que les réſiſtances ſe font. Pendant que cet angle ou acromion deſcend en rabaiſſant l'épaule,

le, l'autre angle ſupérieur remonte, & l'angle inférieur recule. (*Fig. C.*) Dans ce cas l'acromion entraîne ſeulement la clavicule avec lui; deſorte que dans cette eſpece de mouvement elle ne lui ſert pas plus d'appui que dans la premiere.

Les deux autres eſpeces de mouvement ont cela de particulier, qu'en avançant l'épaule les deux forment enſemble un angle plus aigu que dans leur attitude ordinaire, (*Fig. D.*) & qu'en la reculant cet angle devient plus grand. Dans le premier cas on écarte l'acromion des côtes, & dans le ſecond on l'en fait approcher. (*Fig. E.*) Dans ces deux eſpeces de mouvemens la clavicule ne ſert que de borne, c'eſt-à-dire, à empêcher que l'omoplate ne ſe jette trop en avant ou en arriere.

On pourroit encore établir *une cinquiéme eſpece*, par laquelle *l'omoplate tourne dans ſon propre plan:* Par exemple, quand on leve le bras en haut & en devant, l'attitude de l'omoplate eſt alors telle, que l'acromion, l'apophyſe coracoïde & la cavité glenoïde ſont tournés en haut, l'angle poſtérieur eſt abbaiſſé, & l'angle inférieur s'éloigne de l'épine du dos & s'avance vers le milieu des côtes, comme dans la (*Fig. B.*)

Quand on porte le bras en arriere par en bas, l'attitude de l'omoplate eſt alors dans un ſens tout oppoſé au précédent, l'acromion deſcend, l'angle poſtérieur monte, & l'angle inférieur recule. Dans ce cas la baſe de l'omoplate devient parallele à l'épine du dos, comme dans la (*Fig. C.*)

Quand

Quand on fait aller le bras en maniere de pendule, ou pour le tourner comme avec une fronde, alors ce n'eſt qu'une combinaiſon alternative des autres mouvemens. (*Fig.* 27.)

Mais cette eſpece de mouvement ſe trouve ſouvent mêlée avec les quatre précédentes, ſelon que ces mouvemens ſont plus ou moins directs ou obliques. Et même quand on en examine avec attention ceux qui paroiſſent les plus directs, on y trouvera quelque combinaiſon. C'eſt la clavicule qui en eſt la cauſe; car étant appuyée par une de ſes extremités au Sternum, la connexion de ſon autre extremité avec l'acromion fait que l'on ne peut lever l'épaule directement en haut, ſans l'avancer un peu en même tems, ni la rabaiſſer ſans la reculer.

Après avoir bien conſideré les différens mouvemens de l'épaule, & les attitudes particulieres de ſes os, principalement celles de l'omoplate, j'ai examiné avec grand ſoin, & à pluſieurs repriſes, tous les muſcles qui y ſont attachés, & ceux qui m'ont paru y avoir quelque rapport ſans y être attachés. Par cet examen, toûjours accompagné d'une attention particuliere ſur les remarques précédentes, je crois être parvenu à déterminer plus préciſément & le nombre & les vrais uſages des muſcles qui executent tous les mouvemens de l'épaule, ſelon toutes les circonſtances mentionnées.

Des cinq muſcles qui meuvent l'omoplate ſur le Thorax, les trois qui l'attachent aux Vertebres, ſavoir, le Trapeze, le Rhomboïde

de & le nommé Releveur propre, n'ont donné aucun ſujet de conteſtation parmi les Anatomiſtes qui ont écrit avant moi. Les deux autres qui l'attachent aux côtes, ſavoir, le grand Dentelé & le petit Pectoral, n'ont pas eû le même ſort. Ce dernier a été très long-tems compté parmi les ſeuls moteurs de l'omoplate, & le grand Dentelé parmi les muſcles de la reſpiration. Dans la ſuite on a crû ces deux muſcles réciproquement capables de mouvoir l'omoplate & les côtes, dans de differentes occaſions. Riolan dans ſon Anthropographie de l'année 1649. (dans laquelle édition il a révoqué tout ce qu'il avoit écrit auparavant) diſtingue les muſcles de l'omoplate en Propres & en Communs. Il appelle Propres le Trapeze, le Rhomboïde, le Releveur, & le petit Pectoral, n'oſant pas y joindre le grand Dentelé, qui lui paroiſſoit plutôt appartenir au mouvement des côtes qu'à celui de l'omoplate. Il nomme communs le grand Dorſal & le petit Pectoral; leſquels, dit-il, quoi-que deſtinés au mouvement du bras, s'attachent un peu en paſſant à l'omoplate. Il n'en donne pas d'autre raiſon ni d'explication.

On a été très long-tems ſans donner aucun muſcle à la clavicule, étant dans la penſée qu'elle n'en avoit pas beſoin, à cauſe de ſa connexion avec l'Omoplate, dont elle ſuit les mouvemens. Spigel celebre Profeſſeur de Padoue, & un des premiers contemporains de Riolan, lui a enfin approprié le muſcle appellé Soûclavier, que tous les Anatomiſtes avant lui avoient rangé parmi les muſcles de

la

la reſpiration. On lui avoit fait des objections, il y a répondu, & fait tout de ſon mieux pour montrer que ce muſcle eſt l'abbaiſſeur propre de la clavicule. Je m'étonne qu'il n'avoit pas auſſi reconnu pour un Releveur de cet os la portion antericure ou ſuperieure du Trapeze qui y eſt ſi particulierement attachée, que ſans difficulté il lui auroit dû attribuer cette fonction. Pluſieurs Modernes ſont encore du ſentiment des Anciens par rapport au muſcle Soûclavier; je m'expliquerai dans la ſuite.

Avant que d'entrer dans l'examen particulier des differens mouvemens de l'épaule, il faut ſe ſouvenir que l'omoplate, outre les cinq muſcles mentionnés ci-deſſus, ſert encore d'attache à pluſieurs autres; ſavoir, à ſept pour le Bras, qui ſont le Deltoïde, le Sus-épineux, le Sous-épineux, le grand Rond, le petit Rond, le Sous-ſcapulaire & le Coraco-Brachial; à deux pour l'Avant-bras, qui ſont le Biceps & le long Extenſeur; à un pour l'os Yoïde, appellé communément Coraco-yoïdien, & que je nommerois plutôt Omo-yoïdien. Il eſt bon d'avertir à cette occaſion, que Riolan même, quoi-qu'il lui donnât le nom commun de Coraco-yoïdien, a dit qu'il n'eſt pas attaché à l'apophyſe ou épiphyſe coracoïde, mais à la côte ſupérieure de l'omoplate.

Il eſt bon de faire une pareille attention, par rapport à la clavicule, qui outre le muſcle ſouclavier ſert auſſi d'attache à une portion du Trapeze, à une du Deltoïde, à une du grand Pectoral, à une du Sterno-Maſtoïdien, que l'on nomme auſſi Sterno-cleido-Maſtoi-

Maſtoïdien, à cauſe de ſon attache à la clavicule. Je paſſe ſous ſilence le Sterno-yoïdien, & le Sterno-thyroïdien, de même qu'un petit muſcle très particulier dont perſonne n'a parlé, que je ſache, & que j'avois d'abord pris pour une bande extraordinaire du Coraco-ou Omo-Yoïdien. On verra dans la ſuite l'utilité de cette attention ſur les muſcles circonvoiſins.

L'élevation de l'épaule eſt communément attribuée à l'action du muſcle, qu'on a nommé pour cela Releveur propre de l'omoplate, & à celle de la portion ſupérieure du M. Trapeze. J'ai fait voir dans un Memoire de l'année 1719. que contre l'opinion ordinaire, toutes les portions du Trapeze concourent ſouvent enſemble à cette action, & qu'alors ledit Releveur, loin de lever, ſe relâche & ſuit l'abbattement de l'angle ſupérieur de l'omoplate, en même tems que l'acromion ſe leve. Mais ayant conſideré attentivement les réſiſtances conſidérables que l'on ſurmonte quelquefois par l'épaule, ſoit en la levant, ſoit en l'empêchant de s'abbaiſſer, & la grande délicateſſe de la portion antérieure ou ſupérieure du M. Trapeze, laquelle eſt très mince, & par conſéquent compoſée de très peu de fibres motrices, quoique ſa longueur & ſa largeur faſſent d'abord paroître le contraire; ayant conſideré, dis-je, cette diſproportion, & ne trouvant aucun exemple d'une pareille dans tout le corps humain, je me ſuis trouvé fort embarraſſé comment expliquer évidemment cette force de lever l'épaule pour ſurmonter & pour ſoûtenir des poids qui paroiſſent preſque inſurmontables. Ma

difficulté étoit d'autant plus grande, que ſouvent ce n'eſt que l'extremité ou le moignon de l'épaule qui en eſt chargé, que c'eſt la portion la plus foible du Trapeze qui y eſt attachée; & enfin que le prétendu Releveur en eſt trop éloigné, pour pouvoir devenir auxiliaire dans cette ſituation. Mais je deſesperois preſque en voyant enſuite, que l'on peut tenir la tête entierement inclinée ſur l'une ou l'autre épaule, & en même tems hauſſer cette épaule, ou la tenir hauſſée avec autant de force, qu'on la hauſſe & qu'on la tient hauſſée la tête & le col étant dans leur ſituation ordinaire: car tout le monde ſait, que la portion du Trapeze qui tient par une de ces extremités à l'acromion & à la clavicule, eſt attachée par l'autre à l'occiput & aux vertebres ſupérieures du col; d'où on conclut naturellement, que dans la ſituation inclinée de la tête & du col, dont je viens de parler, les fibres de la portion ſupérieure du Trapeze ſont lâches & hors d'état de ſe raccourcir ſuffiſamment. J'ajoûte à tout cela qu'en tenant l'épaule levée, on ne ſent pas par le tact la tenſion de ces fibres du Trapeze, & qu'on peut en cette ſituation & dans cette attitude de l'épaule, & même de toutes les deux épaules, tourner la tête très librement de côté & d'autre.

Enfin, après avoir examiné en vain d'autres muſcles que je pouvois ſoupçonner y avoir quelque rapport, & après avoir lû avec attention plus de trente des meilleurs Auteurs ſur cette matiere, ſans y trouver aucune lumiere pour ſortir de mon embarras, j'ai recom-

commencé l'examen que j'avois autrefois entrepris du grand Dentelé, & je croi y avoir trouvé le dénouement de mes difficultés. J'ai donné une deſcription particuliere de ce muſcle dans l'année 1719. très-differente de toutes celles qu'on en avoit données auparavant. J'y ai ajoûté la raiſon de l'inadvertance de pluſieurs habiles Anatomiſtes, par rapport à la deſcription de ce muſcle; & j'y ai promis des obſervations ſur quelques uſages nouveaux, que je croyois alors en avoir trouvés, mais qui dans la ſuite de mon examen m'ont paru ne pas répondre aſſez à la juſte idée que le public s'eſt toûjours formée de notre Compagnie.

Sans repeter à preſent ce que j'en ai dit aſſés amplement dans le Memoire cité, il ſuffit de faire ſouvenir que ce muſcle eſt le plus fort de tous ceux qui attachent l'omoplate au tronc du corps humain, que les fibres dont ſon plan eſt formé, ſont attachées par une extremité le long de tout le bord de la baſe de l'omoplate, & par l'autre aux huit premieres côtes pour l'ordinaire, quelquefois plus, quelquefois moins, & cela par autant de portions ſéparées, que les Anatomiſtes appellent digitations. Il faut ſur-tout ſe ſouvenir, que les deux premieres digitations ſont des paquets de fibres, dont l'autre extremité s'épanouit le long des trois quarts ſupérieurs de la baſe de l'omoplate, & que toutes les autres digitations qui ſont épanouies ſur les ſix ou ſept côtes ſuivantes, ſont autant de bandes charnues dont les extremités poſtérieures ſont ramaſſées dans l'eſpace du quart

inférieur de la baſe de l'omoplate; deſorte que ces bandes ſont diſpoſées en maniere de rayons ou de portions d'un éventail épanoui. Par là on voit que depuis la baſe de l'omoplate juſqu'au côté de la poitrine, la plus grande partie des fibres motrices de ce muſcle croiſent très fort les côtes de bas en haut, & de derriere en devant, & qu'il y en a très peu des plus inférieures qui côtoyent les dernieres côtes, & quelquefois paroiſſent très legerement croiſer la derniere de ces côtes dans un ſens contraire. Il ne faut pas oublier ici, que pendant que l'acromion monte, l'angle ſupérieur de ſa baſe deſcend, & l'angle inférieur s'avance vers le devant; deſorte que tout l'omoplate ſe tourne ſur le plan de ſa largeur, comme j'ai déja dit ci-deſſus.

La forme, le volume, la diſpoſition de ce muſcle, l'arrangement de ſes fibres, & ſurtout l'attache de ſa plus grande portion vers l'angle inférieur de la baſe de l'omoplate, montrent aſſez, que toutes ſes parties conſpirent à lever l'acromion en haut; car les bandes rayonnées font avancer l'angle inférieur de l'omoplate vers la partie laterale de la poitrine, & les plus ſupérieures de ces mêmes bandes ſoûlevent cet angle, le ſoûtiennent, & ainſi contrebalancent les réſiſtances, auxquelles ſont expoſés l'acromion & l'extremité voiſine de la clavicule, qui ſont levés en haut par le même moyen; c'eſt pourquoi, quand on veut lever l'épaule chargée de grands fardeaux, il n'eſt pas étonnant que l'on retient, le plus qu'il eſt poſſible, la reſpi-

piration, afin que les côtes étant par là arrêtées vacillent moins, & ainſi deviennent alors le point fixe de ce muſcle.

Tout ceci me paroît prouver aſſez évidemment, que le M. grand Dentelé eſt le principal Acteur du mouvement de l'épaule en haut; que ſans lui il eſt impoſible d'expliquer comment on peut ſoûlever & ſoûtenir de ſi grands fardeaux; & enfin que le M. Trapeze n'eſt que ſon auxiliaire. Toutes les portions de l'un & de l'autre de ces deux muſcles concourent à la même action, mais d'une maniere très differente, tant par rapport à la quantité qu'à la direction de leurs fibres motrices.

Dans cette eſpece de mouvement de l'épaule, le M. Rhomboïde, le petit Pectoral & le prétendu Releveur propre ne font que prêter comme des Modérateurs, ſelon l'idée que j'ai propoſée dans mon Memoire de 1720. ſur l'action des muſcles en general. Mais après ce mouvement ils conſpirent tous trois enſemble à ramener l'épaule daus ſon attitude ordinaire, c'eſt-à-dire, à la rabaiſſer, principalement dans les cas que j'expliquerai ci-après.

Je reſerve à une autre occaſion mes remarques ſur l'uſage, que non-ſeulement pluſieurs Anciens, mais auſſi quelques Modernes, attribuent au grand Dentelé, par rapport à la reſpiration. Il ſuffit à preſent d'avoir fait entrevoir, par ce que je viens de dire, & par ce que j'ai dit dans mon Memoire de 1719. que la plus grande & la plus forte portion du grand Dentelé eſt tellement diſpoſée, qu'elle ne peut

abſolument pas lever les côtes, comme on a prétendu; & que la petite portiõn, qui ſemble dans quelques ſujets pouvoir relever la derniere côte à laquelle elle eſt attachée, eſt très mince, très foible, & à peine la dixieme partie de ce muſcle.

M. Cowper dans ſa grande Myographie poſthume imprimée à Londres en 1724. *in folio*, rapporte une obſervation au ſujet du prétendu Releveur propre de l'omoplate. „ Voici comme il en parle, Ch. XX. n. LXXXIII. „ Nous „ avons trouvé, dit-il, dans quelques ſujets „ des faiſceaux de fibres charnues, qui ſortoient de la partie inférieure de ce muſcle, „ & alloient ſe terminer ſur la ſeconde ou troiſieme côte avec la partie ſupérieure du grand „ Dentelé ". Il me ſemble que ces faiſceaux de Cowper ne ſont que la petite portion particuliere du grand Dentelé, dont j'ai donné la deſcription dans mon Memoire de 1719. & que M. Cowper l'a pris pour un détachement du nommé Releveur.

On comprend aiſément, que toutes les circonſtances que j'ai rapportées à la premiere claſſe des mouvemens de l'épaule, c'eſt-à-dire, à ſon élevation ou hauſſement, s'expliquent par une même méchanique, & que c'eſt le grand Dentelé qui en eſt le principal organe. On pourroit trouver quelque difficulté là-deſſus, par rapport à la 6e. & la 8e. Fig. mais ſi l'on fait attention que dans la 6e. Fig. l'homme étant pendu à contreſens par ſes mains ſur une corde horizontalement tendue, les pieds en haut & la tête en bas, tout le fardeau de ſon corps tombe entre les épaules, qui arrêtées par les mains

mains ne peuvent pas ſuivre ; deſorte que dans ce cas les épaules ſeroient violemment écartées de la tête vers les fauſſes côtes, c'eſt-à-dire, ſelon le langage ordinaire, abbaiſſées au point de cauſer des compreſſions & des tiraillemens inſupportables, ſi elles n'étoient alors contrebalancées par quelque artifice qui, ou les maintiendroit dans leur place, ou les approcheroit de la tête, c'eſt-à dire, ſelon le même langage, les tiendroit levées ou hauſſées ſelon le beſoin. Cet artifice ſe trouve encore dans l'action du grand Dentelé, qui eſt, comme je l'ai fait ſentir, le principal Moteur dans toutes ces attitudes de la premiere claſſe des mouvemens de l'épaule. Il n'eſt pas difficile d'appliquer ceci à la 8e. Fig. qui repreſente l'homme étant appuyé par ſes mains à terre, ſans que la tête y touche, pendant qu'il tient les jambes directement en haut. C'eſt pourquoi, ſans m'y arrêter, je paſſerai à la ſeconde claſſe.

L'abbaiſſement de l'épaule a été preſque en tout tems plus attribué à ſon propre poids, qu'à l'action des muſcles. Spigel eſt le premier, comme j'ai déja dit, qui lui a trouve un abbaiſſeur particulier; ſavoir, le M. Soûclavier, après l'avoir ôté du rang des muſcles de la reſpiration, parmi leſquels l'opinion commune des Anatomiſtes l'avoit placé. Les raiſons qu'il a oppoſées à cette opinion, n'ont pas été aſſez convaincantes pour la faire abandonner. Il dit, qu'encore que cette partie puiſſe redeſcendre par ſon propre poids ſans le ſecours du M. Soûclavier, il y a cependant des occaſions où on en avoit beſoin, comme quand on eſt couché. Il ajoûte que cet uſage, & ce beſoin, ne regar-

dent pas tant la clavicule en particulier que l'omoplate même, qui ſans cela n'auroit pas eu de muſcle abbaiſſeur, & par conſequent auroit ſouvent été expoſé à de grands inconveniens. Il allegue encore pour preuve de ſon opinion les Phénomenes qui ſe rencontrent dans les differentes fractures de la clavicule, & dont je dirai mes ſentimens dans une autre occaſion.

Depuis ce tems-là juſqu'à preſent l'ancienne idée de la fonction de ce muſcle a toûjours trouvé des Patrons, même parmi les grands Maîtres, & même parmi les plus modernes; comme il paroît aſſez dans leurs ouvrages qui ſont entre les mains de tout monde. Il paroît d'abord très étonnant que dans un ſiecle auſſi éclairé que le nôtre, les Illuſtres en ſcience ſont ſi partagés & ſi indéterminés ſur l'uſage de ce muſcle, comme s'il étoit difficile de l'examiner, ou qu'il fallût pour cela faire venir des ſujets des païs très éloignés; muſcle néanmoins que le moindre apprentif connoît & démontre ſans difficulté. Mais cet étonnement ceſſera bien-tôt, quand on en examine pluſieurs cauſes aſſez generales. Par exemple, on ſe contente ſouvent des idées, ſans les examiner par les expériences: on ſe contente ſouvent de l'inſpection d'un ſquelete mal accommodé, ou tout au plus d'une diſſection faite à la hâte, & très ſuperficiellement: on ſe repoſe enfin ſur le rapport de ceux que l'on croit être aſſez habiles.

Mais pour revenir au muſcle Soûclavier, ſi l'on veut une conviction démonſtrative de la nullité de ſon uſage par rapport à la reſpiration, & de la réalité de celui qu'il peut avoir à l'égard

l'égard du mouvement de la clavicule, il faut d'abord bien examiner la conformation de la premiere côte, & ſa connexion avec le Sternum. Il faut faire cet examen non pas ſur un ſquelete ordinaire où la vraye connexion de la premiere côte avec le Sternum eſt détruite; mais ſur un cadavre tout frais, après en avoir emporté les parties molles qui environnent cette côte, & en y laiſſant les cartilages & les ligamens dans leur entier. Alors on verra, 1°. que ſa portion cartilagineuſe eſt beaucoup plus courte, beaucoup plus large, & beaucoup moins ſouple que celles de toutes les autres côtes, 2°. on verra que cette portion n'eſt pas articulée avec le Sternum comme celles des côtes ſuivantes, mais qu'elle eſt auſſi intimement ſoudée avec le Sternum, qu'elle l'eſt avec le corps de la côte. Enſuite il faut examiner avec beaucoup d'attention le muſcle Soûclavier, ſa direction & ſes attaches. On obſervera non ſeulement qu'il eſt placé entre la clavicule & la premiere côte, le long de l'intervalle de ces deux os, un peu obliquement, comme tout le monde ſait, mais auſſi qu'il eſt attaché par un bout au haut de la portion cartilagineuſe de cette côte vers le Sternum, de même qu'à une petite partie voiſine de ſa portion oſſeuſe, & que par l'autre bout il s'attache à une bonne partie de l'extremité humerale de la clavicule. Ainſi cette partie de la premiere côte étant immobile, & l'extremité oppoſée de la clavicule étant très facile à mouvoir, il eſt évident qu'il ne peut pas lever la premiere côte, & que dans certains cas il peut facilement rabaiſſer la clavicule, & en même tems l'épaule par la connexion de cet

os avec l'omoplate. Voilà bien peu de choſe pour terminer le différend de tant de grands Savans. Tout eſt facile quand on l'a trouvé.

J'ai avancé ci-deſſus que l'épaule étant levée par l'action du grand Dentelé & du Trapeze, trois autres muſcles, ſavoir le petit Pectoral, le Rhomboïde & le prétendu Releveur propre, conſpirent enſemble à la rabaiſſer dans certaines occaſions. Ainſi en y ajoûtant le muſcle Soûclavier, on peut compter quatre muſcles abbaiſſeurs de l'épaule, pour me ſervir du langage commun des Anatomiſtes. J'ai encore averti que Riolan diviſe les muſcles de l'omoplate en Propres & en Communs, prenant pour ces derniers le grand Dorſal & le grand Pectoral, & diſant pour toute raiſon que ces muſcles, quoique deſtinés à mouvoir le bras, adherent un peu à l'omoplate en paſſant; ſavoir le grand Pectoral à l'acromion par une legere adherence de ſa portion ſuperieure, & le grand Dorſal à l'angle inferieur de l'omoplate par une petite portion détachée, qu'il croit pouvoir abbaiſſer cet os. Pluſieurs Auteurs ont avancé que la portion inférieure du muſcle Trapeze peut auſſi abbaiſſer l'épaule; mais j'ai démontré tout le contraire dans mon Memoire de 1719. A l'égard de la petite portion ſuperieure du grand Dorſal, ce n'eſt qu'un faiſceau de fibres charnues, qui ſe trouve dans quelques ſujets, comme détaché du reſte de ce muſcle, & attaché à l'angle inferieur de l'omoplate. Ce faiſceau ne peut faire autre choſe que d'être un auxiliaire aſſés foible du muſcle appellé grand Rond, & pourroit avec lui contribuer à faire tirer l'angle inferieur de l'omoplate vers le milieu des côtes:

tes : mais alors l'acromion monteroit en même tems, & par conſéquent l'épaule au lieu de s'abbaiſſer, comme on l'a crû, ſeroit levée. L'adherence legere de la portion ſuperieure du grand Peĉtoral à l'acromion, quand elle s'y trouve, pourroit peut-être aider un peu à l'abbaiſſer, mais ce ſeroit ſi peu, qu'on n'oſeroit y compter.

Il y a des cas où les quatre muſcles, ſavoir le petit Peĉtoral, le Rhomboïde, le prétendu Releveur propre & le Soûclavier, que j'ai dit concourir enſemble à rabbaiſſer l'épaule, ne ſuffiſent pas pour executer cette action. Mais avant que de parler de ces cas, il faut expliquer en peu de mots ce que chacun de ces quatre muscles opere en particulier dans leur action commune. Il faut encore pour cela ſe ſouvenir que dans l'élevation de l'épaule, c'eſt l'acromion qui monte avec l'extremité voiſine de la clavicule, pendant que l'angle ſuperieur de l'omoplate deſcend, & que l'angle inferieur s'éloigne de l'épine du dos. Ainſi pour rabaiſſer l'épaule quand on eſt couché, ſur-tout quand on a le dos plus bas que la region lombaire, il eſt évident que le petit Peĉtoral par ſon attache à l'apophyſe ou épiphyſe coracoïde, & le muſcle Soûclavier par ſon attache voiſine à la clavicule, tirent enſemble l'acromion en bas, pendant que le prétendu Releveur propre remonte l'angle ſuperieur, & que le Rhomboïde approche l'angle inferieur des vertebres. Quand on eſt debout ou aſſis, & qu'on ait alors hauſſé l'épaule, le ſeul poids du bras ſuffit pour la rabaiſſer, & dans ce cas les quatre muſcles n'y

contribuent en rien, & ne font autre choſe que reprendre leur reſſort.

Mais ſi dans cette même attitude, ſavoir étant debout ou aſſis, on veut abbaiſſer l'épaule avec effort; par exemple, pour allonger le col tout droit, comme dans la 9e. fig. alors le ſecours de ces quatre ſera neceſſaire.

Le 10e. figure & les ſept ſuivantes, ſavoir la 11. 12. 13. 14. 15. 16. & 17. repreſentent les cas où il faut employer des forces ſuperieures à celles des quatre muſcles, pour arrêter les épaules en bas, & les empêcher de monter. Je trouve réellement ce ſecours dans les deux muscles du bras, le grand Pectoral & le grand Dorſal; non pas, ſelon l'idée de Riolan, par rapport à leur adherence legere à l'omoplate; mais je le trouve dans des portions très conſiderables de ces deux muſcles. Pour s'en convaincre il faut ſe rappeller l'idée de leur conformation, de leur direction & de leurs attaches. Le grand Pectoral eſt un gros muſcle qui s'étend ſur la partie latérale antérieure de la poitrine, qui s'attache aux portions antérieures de la clavicule & à celles des huit, quelquefois neuf premieres côtes juſqu'au Sternum; de là ces fibres ſe ramaſſent en maniere de rayons, & forment un tendon très fort & plat, qui eſt attaché à l'os du bras le long d'une portion de la gouttiere bicipitale, de telle façon que la partie inferieure de ce tendon repond à la portion ſuperieure du volume charnu du muſcle, & que la partie ſuperieure du même tendon repond à la portion inferieure du corps du muſcle. Quant au grand Dorſal, on ſait qu'il eſt attaché par une expanſion

fion tendineuſe très large aux apophyſes épineuſes des ſix, ſept ou huit vertebres inferieures du dos, à toutes celles des lombes, à l'os ſacrum, à la portion voiſine de la crête de l'os des îles, & enfin par une eſpece de digitations aux extremités des trois ou quatre fauſſes côtes inferieures. De toute cette étendue, ſes fibres charnues montent en ſe ramaſſant vers le haut de l'os du bras, où elles forment auſſi un tendon plat, qui s'attache à l'autre bord de la gouttiere bicipitale de cet os. Un peu avant ſon attache, il ſe croiſe avec un pareil tendon d'un muſcle appellé grand Rond, qui s'attache au même bord mais plus bas. J'ai obſervé à cette occaſion, que le fond de la gouttiere bicipitale eſt tapiſſé par le mélange de ces trois bandes tendineuſes. Les deux muſcles dont je viens de parler forment ce qu'on appelle le creux de l'aiſſelle.

Ainſi le grand Pectoral & le grand Dorſal étant attachés d'une part au tronc du corps humain, & de l'autre à l'os du bras près la connexion de cet os avec l'omoplate, ils peuvent agir ſur l'omoplate même, comme s'ils y étoient immediatement attachés, & y agiſſent très réellement & très ſenſiblement dans les cas indiqués ci-deſſus; ſavoir, le grand Pectoral par ſa portion inferieure, & le grand Dorſal tant par ſa portion moyenne ou inferieure, que par ſa portion anterieure. Dans ces cas ils font en quelque maniere la même choſe que feroient des bretelles, qui étant appliquées ſur les épaules & fermement arrêtées au bas du corps, les tiendroient en bride & les empêcheroient de monter pendant que l'on s'appuyeroit ſur les coudes près les côtes, ou ſur les mains près les hanches.

Pour s'en aſſûrer, on n'a qu'à faire aſſeoir quelqu'un dans un fauteuil & lui faire appuyer les mains ſur le ſiege, ou les coudes ſur les bras du fauteuil, pour ſe ſoulever directement en haut, & en même tems on touchera ſes côtés depuis le creux des aiſſelles juſqu'en bas; alors on ſentira ces muſcles très bandés, ſur tout le grand Dorſal, qui ſeul pourroit ſuffire quand la perſonne eſt legere, & ſans aucune charge ou reſiſtance. On peut faire la même experience ſur ſoi-même, en s'appuyant ſur une main, pendant que l'on touche le côté avec l'autre; mais il faut obſerver en même tems de ſe ſoulever par ce ſeul appui, & de ſe ſoulever directement: il n'eſt pas difficile d'appliquer cette idée aux autres figures marquées. Mais la 12e. qui repreſente la maniere de marcher avec des bequilles, en démontre tellement & l'action & la neceſſité, que ſans le ſecours de ces muſcles, il paroît impoſſible d'expliquer le marcher de ces infirmes. C'eſt auſſi par les mêmes muscles indépendamment de l'épaule, qu'on eſt ſuſpendu quand on ſe pend par les mains, ayant les bras levés en haut, comme dans la fig. 16. *b*.

La 17e. figure qui repreſente un homme couché ſur le côté & levant la tête, ou la ſoûtenant en l'air, paroît d'abord n'avoir aucun rapport à ce Memoire. C'eſt pourquoi auſſi j'ai averti au commencement, que cette obſervation eſt très ſinguliére. En voici le fait: pour lever la tête dans cette attitude, ou pour l'y ſoûtenir ſans appui, il faut que le muſcle Mastoïdien & le muſcle Splenius du côté qui eſt en l'air, agiſſent. Le Splenius étant attaché

aux

aux dernieres vertebres du col & aux premieres du dos, eſt aſſés affermi pour agir dans cette occaſion; mais l'attache du Maſtoïdien étant en partie à la clavicule, & par conſéquent très vacillante à cauſe de la mobilité de cet os, a beſoin d'être arrêtée pour que ce muſcle puiſſe ſoulever ou ſoûtenir la tête. Le muſcle Soûclavier ne ſuffit pas pour contrebalancer ou pour ſurmonter une telle peſanteur, & ſa direction n'y eſt point du tout favorable. C'eſt le grand Dorſal qui eſt ici l'Agent, ſa portion moyenne ou inferieure & ſa portion anterieure tiennent l'os du bras abbaiſſé en bride. L'os du bras retient l'omoplate & la clavicule par leur connexion mutuelle; le bas de ſa portion poſterieure y peut auſſi contribuer. Par ce moyen l'attache du muſcle Maſtoïdien à la clavicule, devient ſtable & met ce muſcle en état de lever & de ſoûtenir la tête. Pour en voir la preuve, on n'a qu'à faire ce mouvement dans ſon lit, & en même tems couler ſa main depuis le creux de l'aiſſelle le long du grand Dorſal qu'on trouvera alors très bandé. Dans ce cas ſa portion antetieure étant attachée aux trois ou quatre dernieres fauſſes côtes qui ſont naturellement les plus mobiles à proportion des autres, la portion poſterieure des muſcles Obliques du bas ventre qui y eſt auſſi attachée, ſe met en même tems en contraction pour arrêter ces côtes, afin que l'attache du grand Dorſal ſoit ſtable pendant qu'il eſt en action.

Cette obſervation a beaucoup de rapport avec celle que j'ai faite il y a quelques années ſur une action particuliere des muſcles Droits du bas ventre. Car étant couché ſur le dos, ſi en mê-

même tems on leve la tête ou on la ſoûtient levée, on ſentira alors ces muſcles bandés comme des cordes tendues, & cela plus ou moins ſelon les efforts qu'on y employe. Ce phénomene a impoſé à d'habiles praticiens, qui l'ont pris pour une eſpece de convulſion & pour un mauvais ſigne dans quelques maladies. J'en ai fort ſurpris un, à qui, ſans l'avoir averti de cette circonſtance, je fis ſentir d'un moment à l'autre le ventre d'un malade, tantôt tendu, tantôt mollet, le long de ces muſcles. L'explication en eſt très naturelle. Ce ſont les deux muſcles Maſtoïdiens qui doivent lever la tête dans cette attitude. Le Sternum, auquel leurs portions, qui alors agiſſent le plus, ſont attachées, ne peut pas leur ſervir de point fixe dans ce cas, à moins qu'il ne ſoit lui-même affermi, & comme contrebalancé par la contraction des muſcles Droits du bas ventre, comme il eſt facile de ſentir ſur ſoi-même dans le lit. Depuis que j'ai fait cette découverte, j'ai toûjours eû ſoin dans les maladies inflammatoires du bas ventre & même celles de la poitrine, comme auſſi dans les rhumatiſmes douloureux des parties voiſines, d'empêcher que les malades ne faſſent aucun effort pour lever la tête, même pour boire ou prendre un bouillon, & j'ordonne aux aſſiſtans de la leur ſoûtenir entierement dans ces beſoins, ou de ſervir des tuyaux commodes pour cela. J'obſerve encore la même conduite dans certaines obſervations chirurgicales du bas ventre, en faiſant voir le grand inconvenient de la coutume ordinaire de faire mettre la tête bien baſſe aux malades couchés ſur le dos dans ces occaſions.

Mais

Mais pour revenir à notre ſujet, il y a des attitudes où il y a une combinaiſon de ces deux phénomenes dont je viens de parler. C'eſt quand on eſt couché de façon qu'on n'eſt ni tout-à-fait ſur le dos, ni tout-à-fait ſur le côté, mais en partie ſur le dos & en partie ſur l'un ou l'autre côté. Si alors on leve la tête directement, il faut que toutes les deux portions inferieures du muſcle Maſtoïdien oppoſé, ſavoir celle qui eſt attachée au Sternum & celle qui eſt attachée à l'extremité voiſine de la clavicule, ſoient également arrêtées & affermies. Alors le grand Dorſal & les muſcles Obliques du bas ventre d'une part, & les muſcles Droits de l'autre, conſpireront enſemble à cette action. Enfin le reſultat de tout ceci eſt, que l'abbaiſſement de l'épaule ſe fait dans les cas de beſoin par quatre muſcles qui lui ſont propres, & par deux qui lui ſont communs avec le bras, mais tout autrement que l'on n'a crû.

La troiſieme claſſe des mouvemens de l'épaule dont les figures 18. 19. 20. 21. & 22. donnent des exemples, enferme les cas où il faut avancer les épaules ſur le devant, ou les empêcher d'aller en arriere. On conçoit bien que cela eſt neceſſaire pour pouſſer une reſiſtance directement devant ſoi par les mains, ou de côté par un bras étendu, pour s'appuyer contre terre ſur les coudes ou ſur les mains, pour traîner quelque choſe derriere ſoi, ſoit par les bras ſeuls, ſoit par des cordes ou des bretelles appliquées aux épaules. Le grand Dentelé eſt encore le principal organe ici, étant attaché d'une part vers l'extremité anterieure des huit côtes ſuperieures, & de l'autre tout le long de la ba-

baſe de l'omoplate. J'ai même obſervé dans les quadrupedes, que quand ils ſont ſur leurs pieds ou en marche, leur poitrine eſt en quelque façon ſuſpendue entre les épaules ou omoplates par les grands Dentelés de l'un & de l'autre côté; ce qui a auſſi lieu dans l'attitude de l'homme, repreſentée par la 19e. figure. Le petit Pectoral n'eſt ici qu'un auxiliaire aſſés foible. Dans les efforts violens pour traîner quelque choſe par les bras ou mains portées en arriere, les grands Pectoraux viennent au ſecours par le moyen de leurs attaches à la partie ſuperieure des bras. Dans les mêmes cas les clavicules retiennent auſſi les omoplates, & les empêchent d'aller trop arriere, & cela par leur connexion avec ces os & avec le Sternum.

Dans la quatrieme Claſſe, où il faut reculer les épaules, ou les empêcher de ſe porter ſur le devant, comme il paroît dans les 23. 24. 25. & 26. fig. il n'y a que la concurrence ou coöperation égale du muſcle Rhomboïde & de la portion inferieure du muſcle Trapeze, qui pour l'ordinaire puiſſent l'executer d'une maniere directe. Car le Rhomboïde ſeul tireroit obliquement en haut, & la portion inferieure du Trapeze ſeul tireroit obliquement en bas. Mais comme les plans de ces deux muſcles ſe croiſent, ils peuvent, en agiſſant enſemble, tirer l'omoplate plus ou moins directement en arriere: une partie de la portion moyenne du Trapeze pourroit auſſi y contribuer. Au reſte tout le monde ſait que les clavicules ſervent ici d'arc-boutans qui bornent les omoplates, & les empêchent de ſe trop porter ſur le devant dans les grands efforts.

Je ne m'arrête pas à la cinquieme eſpece de ces

3

19

23

ces mouvemens, que j'avois dit qu'on pourroit encore établir, & dont la 27e. figure montre l'exemple, car ce n'eſt dans le fond qu'une ſuite ou une combinaiſon des autres. Je paſſe auſſi ſous ſilence les mouvemens extraordinaires, comme ceux que j'ai expliqués dans mon Memoire de l'année 1723.

DESCRIPTION DE L'AURORE BOREALE

Du 26. Septembre, & de celle du 19. Octobre;

Obſervées au Château de Breuillepont, Village entre Paci & Ivri, Dioceſe d'Evreux.

Par M. DE MAIRAN. *

LA Lumiere Septentrionale ou l'Aurore Boreale eſt un Phénomene très ordinaire dans les païs Septentrionaux, & vrai-ſemblablement auſſi ancien que le monde. Cependant les anciens Philoſophes ne l'ont point connu, ou n'en ont parlé que ſous l'idée generique de Phénomene de feu & de Lumiere celeſte. M. *Gaſſendi* eſt un des premiers qui en ait fait mention, & qui l'ait rapporté au Nord, comme à ſon lieu propre & à ſa veritable origine. Il l'obſerva en 1621, & lui donna, tant à cauſe de ſa poſition, que de la reſſemblance de ſa lumiere avec celle qui précé-

* 13. Novembre 1726.

cede le lever du Soleil, le nom d'*Aurore Boreale.*

Depuis M. *Gaſſendi* juſqu'au commencement de ce ſiecle, & en 1716, l'Aurore Boreale avoit été aſſés rare, & n'avoit paru que trois ou quatre fois. Mais depuis 1716 il ne s'eſt preſque point paſſé d'année où elle n'ait été vûe, en France, en Angleterre, en Allemagne, & en divers autres endroits de l'Europe, ſoit dans le même tems, ſoit en des tems differens. Enfin l'Aurore Boreale a paru deux fois cette Automne, ſavoir, le 26 Septembre, & le 19 Octobre.

La matiere qui fait le ſujet de cette lumiere ſe trouve apparemment plus abondante depuis 1716, qu'elle n'avoit été auparavant, & ſans que le Phénomene ſoit devenu plus frequent pour le Nord, il s'eſt trouvé ſouvent plus étendu, & par là plus ſouvent viſible pour les païs éloignés du Nord. Mais je ne dois point m'arrêter ici à des conjectures phyſiques, qui ne ſauroient ſi-tôt être bien ſolides ſur cette matiere: je me borne pour le preſent à rapporter fidelement ce que j'ai vû, & je laiſſe à d'autres le ſoin d'en chercher l'explication.

AURORE BOREALE.

Du 26. Septembre.

Ayant regardé le Ciel vers les 10 heures du ſoir, par la porte du Château de Breuillepont, qui donne ſur la cour en terraſſe du côté du Nord, lieu ſpacieux, élevé & découvert j'apperçus une grande lumiere ſur l'horizon, tout le reſte du Ciel étant d'un beau bleu, ſerein, & ſans nuages. Je reconnus ſur le champ l'Aurore Borea-

reale, telle à peu près que je l'avois vûe les années precedentes, & qu'elle a été décrite dans nos Memoires.

Il faiſoit fort beau, & aſſés chaud depuis quelques jours. Il y avoit eû ſeulement le jour precedent, qui étoit celui de l'éclipſe du Soleil, quelques nuages du côté du Couchant vers les 4 à 5 heures du ſoir; mais le Soleil s'étoit couché après cela, de même que le 26, preſque auſſi brillant & auſſi degagé de vapeurs, qu'il l'eſt d'ordinaire en plein midi.

La Lumiere Boreale s'étendoit comme une bande le long de l'horizon, & y occupoit 85 à 86 degrés. Sa largeur ou ſa hauteur avoit au milieu environ le quart de ſa longueur: elle étoit moins haute à ſes extremités; elle y diminuoit de clarté, de même qu'à toute ſa partie ſuperieure, ce qui donnoit à ſa figure totale à peu près l'air d'un ſegment de cercle.

Sa ſituation étoit telle, que menant une perpendiculaire ou un vertical par l'étoile Polaire ſur l'horizon, il laiſſoit les trois quarts de la lumiere à gauche vers le Couchant, & l'autre quart à droite vers le Levant. Ce qui étoit d'autant plus ſenſible, que dans ce moment la plus baſſe des deux precedentes du Quarré de la grande Ourſe, qui font preſque une ligne droite avec la Polaire, touchoit au bord ſupérieur de la Lumiere, & toutes les deux ſe trouvoient à très peu près dans ce vertical. *Voyés la figure premiere.*

Cette Lumiere pouvoit être conſiderée comme un fond permanent ſur lequel s'élevoient de tems en tems, & preſque à plomb, des colomnes plus claires qu'elle, ou plus approchantes

tes de la couleur du feu. Dans les premiers momens que je la vis, il y avoit deux ou trois de ces colomnes inégales en groſſeur, en hauteur, & en clarté. La plus groſſe & la plus haute, qui étoit vers le milieu un peu à droite, me parut avoir trois diametres du Soleil de largeur vers ſa partie ſuperieure, où elle étoit plus large qu'à ſon pied ſur l'horizon. Elle s'élevoit d'environ le quart de ſa longueur au-deſſus de l'Aurore, & portoit d'autant ſur le Ciel bleu, en s'y perdant par des nuances un peu rougeâtres. Les autres, & celles qui leur ſuccedoient tantôt à un endroit, tantôt à l'autre, étoient à peu près de même : car ces colomnes ſont très changeantes, & très peu durables. On apperçoit d'abord un petit defaut d'uniformité ſur le fond de la lumiere totale, une eſpece de lueur tranſparente dont la vivacité ne ſemble croître que parce qu'on y fixe davantage ſes regards. En moins d'une minute pour l'ordinaire, cette lueur parvient à ſa plus grande clarté ; & alors elle eſt très viſible, & plus opaque : un inſtant après elle diminue, & elle s'évanouit par des degrés ſi inſenſibles, quoi-que très prompts, qu'on ſeroit tenté de croire que c'étoit une illuſion de la vûe, ſi le Phénomene n'étoit ſouvent repeté. Le plus que j'aye vû de colomnes à la fois, c'étoit cinq à ſix, & c'étoit vers les dix heures & demi. Les yeux ſont attirés çà & là par ces colomnes naiſſantes, qui ſe ſuccedent, & qui diſparoiſſent quelquefois en moins de ſept à huit ſecondes. Les colomnes m'ont paru commencer à être viſibles tantôt par le haut, tantôt par le bas, quelquefois par le milieu, comme ſi, étant formées d'avance, elles ne de-

devenoient visibles que parce que quelque lumiere étrangere venoit à les frapper. Du reste l'Aurore Boreale a été souvent sans colomnes, sur-tout vers les onze heures.

Depuis onze heures & demi jusqu'à minuit, que j'ai cessé de l'observer, je n'en ai apperçû aucune, & toute la lumiere étoit fort affoiblie, & considérablement diminuée, tant en longueur qu'en largeur. Une circonstance que je dois encore rapporter touchant ces colomnes, c'est que je ne les ai jamais trouvées exactement perpendiculaires à l'horizon; mais presque toûjours convergentes vers un point, que j'ai jugé autant au-dessous de l'horizon que l'étoile polaire étoit au-dessus. J'ajouterai que quelques-unes étoient plus lumineuses ou plus enflammées par le milieu selon leur longueur, & quelques autres par leurs bords.

Enfin il m'a paru que cette Aurore Boreale avoit un petit mouvement horizontal du côté de l'Est, & qu'elle avançoit vers la droite, à mesure que les étoiles de la grande Ourse, auxquelles je l'avois d'abord rapportée, alloient de ce côté du Ciel. De sorte qu'en imaginant la perpendiculaire ou le vertical que j'ai fait passer par l'étoile Polaire, comme fixe, il répondoit successivement à des parties plus occidentales de la Lumiere Septentrionale, & qu'à minuit, par exemple, il ne tomboit plus que sur le quart de sa longueur, en la prenant de gauche à droite.

La même lumiere reparut le lendemain 27 vers les 11 heures & demi. Le tems avoit été fort couvert à diverses repriſes ce jour-là,

&

& ſur-tout depuis 6 heures du ſoir juſqu'à 11. Mais ayant commencé de s'éclaircir après onze heures, je vis l'Aurore Boreale au même lieu & tout à fait ſemblable à celle du 26 à la même heure. Des nuages ſombres, dont tout le Ciel ſe couvrit peu de tems après, me la déroberent.

Voilà une de ces Aurores Boreales tranquilles, qui ne s'étendent pas au delà de la partie Septentrionale du Ciel, & comme on l'a vûe le plus ſouvent dans nos climats. Celle que je vais décrire, & qui la ſuivit de près, eſt d'une eſpece bien différente par les mouvemens, l'étendue, & tous les autres Phénomenes extraordinaires qui l'accompagnent.

AURORE BOREALE

Du 19 Octobre.

* Il y avoit 4 à 5 jours qu'il faiſoit fort beau, & que le Barometre ſe ſoûtenoit à 28 pouces de hauteur. Le Soleil s'étoit couché le 19, & le jour précédent, ſans aucun nuage : le tems étoit calme, clair & ſerein, & en tout ſemblable à celui du 26 Septembre, excepté que l'air étoit plus froid. Je fus averti à ſept heures un quart, qu'on voyoit une grande lumiere dans le Ciel, je me tranſportai ſur le champ à la cour en terraſſe dont j'ai parlé ci-deſſus, & je vis du côté du Nord & à la même place à peu près où j'avois vû à 10 heures

* *Deſcription generale du Phénomene, depuis ſept heures un quart juſqu'à huit heures.*

heures du ſoir l'Aurore Boreale du 26 Septembre, une Lumiere de la même couleur, mais plus élevée, & beaucoup plus étendue de part & d'autre en regardant vers le Nord. C'étoit dans ce moment un grand Arc de cercle appuyé ſur l'horizon, comme un limbe de 5 à 6 degrés de largeur, qui bordoit un ſegment circulaire fort obſcur, & tirant ſur le violet. Le bord ſuperieur du limbe vers ſon milieu, un peu à droite, & où ſa clarté commençoit à s'affoiblir par nuances, laiſſoit appercevoir la plus haute des deux étoiles qui ſont ſur la poitrine de la grande Ourſe, & avoit 32 ou 33 degrés de hauteur ſur l'horizon. On voyoit à gauche les trois étoiles de la queue. Toutes les autres étoiles de cette conſtellation étoient cachées ou très affoiblies par la ſplendeur du limbe, ou par l'obſcurité du ſegment. Hors de là & dans tout le reſte du ciel les étoiles brilloient d'une lumiere très vive. Les deux jambes de l'arc ou limbe lumineux portoient à droite & à gauche de la verticale que j'ai imaginée par l'Etoile polaire; mais environ d'un quart plus vers la gauche à l'Occident, que vers la droite à l'Orient. Ayant remarqué à l'horizon les deux points où il s'appuyoit, je trouvai le lendemain que la ligne qui les joignoit étoit ſoutendante d'un arc de 102 degrés. Ce qu'il y avoit de ſingulier aux deux pieds de cet arc, & de bien différent de l'Aurore Boreale du 26 Septembre, c'eſt qu'au lieu d'y être affoibli de clarté, comme dans la premiere, il y paroiſſoit plus lumineux; & la Lumiere qu'il avoit dans chacun de ces deux

endroits, plus étendue, plus enflammée, moins uniforme & plus colorée que dans tout le reſte du limbe, s'élevoit en forme de bouquet, comme s'il y avoit eû des reſtes d'un autre arc appuyé ſur les mêmes impoſtes.

Le ſegment circulaire, obſcur & opaque qui rempliſſoit le dedans du limbe juſqu'à l'horizon, ne me paroiſſoit d'abord être autre choſe qu'un nuage accidentel & étranger à l'Aurore Boreale placé entre elle & moi, je comptois qu'il ſe diſſiperoit, & qu'il me laiſſeroit bien-tôt voir en grand tout le Phénomene du 26 Septembre: mais il ſe maintint conſtamment à quelques petits changemens près, comme on verra dans la ſuite.

A ſept heures & demi, il ſe dentela par ſes bords, ſans diminuer de grandeur ni d'obſcurité; & peu à peu, en moins de deux ou trois minutes, il s'éleva de ſa circonference, à diſtances preſque égales, & au nombre de 18 à 20, des colomnes, ou plutôt des crenaux noirâtres, & ſemblables à de la fumée épaiſſe, qui auroit été dardée du centre du cercle auquel appartenoit le ſegment, vers ſa circonférence. Ces crenaux obſcurs qui coupoient ainſi le limbe éclairé, & qui laiſſoient voir ſa lumiere dans leurs intervalles, y produiſoient par-là autant de petites colomnes ou crenaux lumineux. Les uns & les autres ne monterent pas bien haut, & ne paſſerent pas le bord exterieur du limbe, où ils ſe confondirent avec une eſpece d'arc ou ſecond cintre fort obſcur, qui terminoit le premier & qui étoit de la même couleur, & apparemment de la même matiere que les crenaux

naux noirâtres & le dedans du ſegment. *Voyez la figure* 2.

Après avoir conſideré attentivement ce Phénomene, je rentrai dans la maiſon pour en retenir un devis & une note ſuccinte.

Il n'y avoit pas un quart d'heure que j'y étois, & que j'avois laiſſé le ciel dans l'état où je viens de le décrire, lorſque je fus rappellé par les cris d'admiration des perſounes que j'avois laiſſées ſur le lieu de l'obſervation. C'étoit en effet un ſpectacle ſingulier, & des plus magnifiques.

Le ciel étoit éclairé de toutes parts d'une Lumiere qui s'élevoit de l'horizon par vibrations & par ſecouſſes, comme une flamme ondoyante, & dont toutes les ſommités alloient ſe réunir au-deſſus de notre tête, à un lieu fixe, une eſpece de couronne au centre de laquelle tendoient une infinité de courans de Lumiere.

Tout l'hemiſphere concave du ciel ne reſſembloit plus qu'à un dôme, dont ce point de réunion étoit la clef.

Du côté du Nord le ſegment circulaire violet noirâtre de l'Aurore ſubſiſtoit toûjours; mais les colomnes de fumée étoient diſſipées, & la lumiere du limbe éclairé ſe confondoit avec des flocons de nuages blancs auſſi éclairés que lui, & qui en rempliſſoient tout l'intervalle depuis le ſegment obſcur juſqu'au point de réunion dont je viens de parler.

Vers le Levant la lumiere étoit plus vive qu'en aucun autre endroit du ciel, & ſes vibrations mieux frappées. Le Couchant étoit remarquable par l'amas de cinq à ſix nuages

obſcurs & violets, du milieu deſquels il en ſortoit un fort gros, & rouge comme du ſang: les ondulations de lumiere y étoient peu ſenſibles.

Au Midi tout paroiſſoit plus tranquille. On y découvroit même une grande partie du ciel qui étoit bleu-foncé, & ſans lumiere. On appercevoit les étoiles par-tout où le tiſſu des nuages, ſoit obſcurs, ſoit lumineux, manquoit. *Voyez la figure* 3.

Voilà en general quelle étoit un peu avant 8 heures la face du ciel, vû de la Terraſſe de Breuillepont. Mais ces phénomenes déja aſſés remarquables par eux-mêmes, le devenoient encore par les changemens continuels qui y arrivoient. On ne regardoit pas le ciel une minute, ſans y découvrir de nouveaux objets auſſi dignes d'attention que ceux qui les avoient precedés; & cela dura juſqu'à plus d'une heure après minuit, ou, comme j'ai lieu de le croire, juſqu'au crepuſcule du matin.

Pour en donner ici le détail, je garderai le même ordre que je ſuivois dans l'obſervation même. Je portois d'abord mes regards vers le Nord ſur le ſegment circulaire obſcur, & ſur la lumiere qui le bordoit; je parcourois enſuite le reſte du ciel, allant du Levant au Couchant, & finiſſant par le Midi; après quoi je faiſois une attention particuliere aux vibrations de Lumiere, & au point où elles alloient aboutir. C'eſt dans cet ordre encore que j'écrivois mes notes, en rentrant de tems à autre dans une des chambres du Château à plain-pied de la Terraſſe.

Car

Car quelque attentif que j'aye été à ces phénomenes, & aux circonſtances qui les accompagnoient, il m'eût été impoſſible d'en rappeller exactement la ſuite & l'heure, ſi je n'avois eû cette précaution. Je me ſervois de ma montre dont je pouvois m'aſſûrer à très peu près, l'ayant miſe avec le coucher du Soleil quelques heures auparavant.

* Le ſegment circulaire obſcur, le limbe dont il étoit preſque toûjours bordé, & les crenaux de Lumiere, & de fumée qui en partoient, en un mot l'Aurore Boreale proprement dite, fut entre tous les Phénomenes que je remarquai, le plus conſtant. J'ai appris qu'il commençoit à paroître un peu avant ſept heures. Nous venons de le décrire juſqu'à 8, où ſa Lumiere ſe confondoit avec celle qui étoit repandue dans la plus grande partie du reſte du ciel. Les changemens qui lui arriverent depuis juſqu'à environ 8h 50′ furent peu remarquables; mais à cette heure-là, les crenaux de fumée & de lumiere commencerent à revenir avec le limbe obſcur où elles ſe terminoient, comme dans l'obſervation ci-deſſus. A 9h les colomnes obſcures & le limbe obſcur étoient diſſipés, le ſegment noirâtre & violet ſubſiſtant toûjours; mais il s'élevoit des bords de ſa circonference de grands jets de lumiere, ſemblables quelquefois à des aigrettes, & plus ſouvent à des rayons du Soleil, qui ſe ſeroient

* *Du* Nord, *du ſegment obſcur, de ſon limbe lumineux, du cintre obſcur*, &c.

roient échappés de derriere le ſegment ou nuage obſcur. Les jets de lumiere qui partoient du milieu de ce nuage alloient juſqu'au ſommet du dôme, & s'y terminoient comme ſes côtes. Ils continuerent avec divers changemens, & quelques interruptions, juſqu'à 10h 6′ où il ne s'en formoit plus, & où toute la Lumiere de l'Aurore Boreale paroiſſoit affoiblie. Mais ce qu'il y avoit de ſingulier dans ce moment, c'eſt que le ſegment circulaire juſqu'ici obſcur & opaque, & pour ainſi dire impenetrable, étoit devenu blanc & lumineux, à peu près comme le reſte de la matiere du Phénomene, ou des nuages éclairés qui s'étendoient depuis l'horizon juſqu'au Zenith. Il fut ainſi pendant 5 à 6 minutes, après quoi il commença à s'obſcurcir peu à peu; de maniere qu'à 10h 55′ il étoit revenu ſous ſa premiere forme, opaque, & bordé de ſon limbe lumineux comme dans la premiere obſervation. Il ſembloit que ce fut là ſon état naturel, & que tous les autres fuſſent empruntés des circonſtances étrangeres : c'eſt ainſi que je le trouvai encore à 11h 20′, à 11h 36′ & à 12h 25′, &c. Mais je pris garde depuis 11h juſqu'à 1h $\frac{1}{4}$ après minuit que je ceſſai d'obſerver, que le ſegment obſcur s'ébrechoit quelquefois aux bords de ſa circonference, tantôt vers le Levant & tantôt vers le Couchant; il ſortoit preſque toûjours de cette breche un grand jet de lumiere, qui s'étendoit juſqu'au Zenith, & qui enflammoit quelquefois de proche en proche le reſte du ciel. C'eſt ce qui arriva, par exemple, d'une façon très marquée à 12h 30′. Tout

le

le ciel paroiſſoit être redevenu tranquille, & degagé de nuages tant obſcurs, que colorés, ou lumineux, excepté le ſegment de cercle & ſon limbe qui reſtoient toûjours. Le ſegment s'ébrecha un peu à droite vers le Levant; il ſortit bien-tôt de cette breche une eſpece d'aigrette brillante, mêlée de couleur de feu tirant ſur le citrin par ſes bords, & en moins d'une minute ſa clarté s'érendit juſqu'au Zenith, embraſſant toute cette partie du ciel juſqu'au Midi, & ramena les vibrations & les ondes de Lumiere, qui durerent juſqu'à 12h 35′. Le cintre obſcur au-deſſus du lumineux revint quelques momens après, & les colomnes obſcures, & les jets de Lumiere. Mais tous ces phénomenes paroiſſoient de plus en plus aller en s'affoibliſſant.

Cependant j'ai ſû d'une perſonne du voiſimage, qui obſerva juſqu'à trois heures du matin, que le ſegment circulaire obſcur, & la Lumiere de l'Aurore Boreale, ſubſiſtoient encore à cette heure-là, & qu'ayant été ſe repoſer deux heures, il trouva vers les 5h $\frac{1}{2}$ que le Nord en reſtoit encore tout éclairé malgré la véritable Aurore qui ſe montroit déja à l'Orient. Un habitant du Château m'avoit dit auſſi que le matin du 19e. à pareille heure, il avoit vû cette partie du ciel fort éclairée, & rougeâtre. D'où il paroît que c'étoit-là, pour ainſi dire, le foyer de l'incendie, & le tronc d'où partoient comme autant de branches tous les Phénomenes qui ſe repandirent à diverſes repriſes ſur le reſte du ciel.

Quant à ce mouvement du Nord vers l'O-

rient que j'avois obſervé dans l'Aurore Boreale du 26e. Septembre, je ne l'ai point remarqué dans celle-ci. Je crus l'appercevoir cependant à 9 h. Le ſegment circulaire & ſon limbe éclairé paroiſſoient avoir avancé vers l'Orient de la 5me. ou 6me partie de la longueur de la ſoutendante. Ce changement devenoit ſenſible par l'obſervation que j'avois faite des points de l'horizon où il ſe terminoit à 7h $\frac{1}{4}$, & même ſans cela, puiſque j'en fus averti par quelques-unes des perſonnes de la Compagnie avec qui j'étois. Mais je ne remarquai point dans la ſuite que le même mouvement continuât, comme dans l'Aurore du 26e. Septembre. Soit qu'en effet il n'y eût aucun mouvement, ſoit qu'il fût beaucoup plus lent ou plus irregulier; ou que la grandeur, la varieté & la multitude des Phénomenes qui accompagnoient l'Aurore Boreale du 19e. Octobre, ayent empêché d'en appercevoir les progrès.

Au reſte je ne dois pas oublier par rapport au ſegment circulaire obſcur & opaque, que j'ai vû fort ſouvent à Breuillepont pendant l'automne, & immédiatement après le Soleil couché, un gros nuage qui s'étendoit au loin ſur toute la partie ſeptentrionale de l'horizon, à peu près comme une mer enflée que l'on appercevroit d'un lieu élevé. Ce nuage parut le lendemain 20e. Octobre, & a paru pluſieurs autres fois depuis. Ce que je rapporte ici, moins comme une conjecture ſur le ſegment obſcur, que pour ſatisfaire autant qu'il m'eſt poſſible aux circonſtances particulieres du lieu, & ſachant d'ailleurs que ce ſegment

obſ-

obſcur de la même étendue & avec des circonſtances tout à fait ſemblables, a été vû en divers lieux de l'Europe dans pluſieurs autres apparitions de l'Aurore Boreale.

* Pendant que le Nord ſe faiſoit remarquer par les phénomenes que je viens de décrire, les autres parties du ciel étoient couvertes juſqu'au Zenith, d'une infinité de petits amas de matiere lumineuſe ou de nuages éclairés, qu'on diſtinguoit par leurs diverſes couleurs, ou par des intervalles à travers leſquels on voyoit le ciel d'un bleu pâle & blanchâtre, & les étoiles foibles & éteintes. J'ai déja obſervé qu'un peu avant 8 h, à 7 h 48′ toute la partie Orientale étoit fort éclairée, & que les vibrations de lumiere y étoient plus ſenſibles qu'en aucun autre endroit du ciel : tout cela changea pluſieurs fois, & la clarté & les vibrations paſſerent ſucceſſivement à l'Occident & au Midi, & ſe trouverent ſouvent à la fois dans tout le ciel ; enfin il y avoit des momens de tranquillité, où tout ſembloit s'aller réunir au Nord & près du limbe lumineux. Ce qu'il y eut de plus conſtant vers la partie du Levant, c'eſt les couleurs des nuages éclairés qui le tapiſſerent pluſieurs fois ; car c'étoit preſque toûjours du blanc, qui en approchant du Midi devenoit un peu couleur de roſe. Il y eût même de ce côté, je veux dire vers le Levant, à 8 h 50 un nuage fort rouge vineux, qui revint foiblement vers les 10 h 6′, & que je ne vis plus enſuite.

Le

* *De la partie Orientale du ciel.*

* Le gros nuage rouge de l'Occident, dont j'ai déja fait mention dans la deſcription du coup d'œil général que je portai d'abord ſur le Ciel, pouvoit être à 25 ou 30 degrés de hauteur ſur l'horizon, un peu déclinant vers le Nord. Il étoit ſi parfaitement couleur de ſang, & les rayons de même couleur qui s'en échappoient à plomb reſſembloient ſi bien à la pluye d'un nuage qui creve, que je ne pus m'empêcher de faire remarquer aux perſonnes qui étoient avec moi, la conformité de ce que nous avions alors devant les yeux, avec ces prodiges & ces pluyes de ſang, dont les Naturaliſtes & les Hiſtoriens des ſiecles paſſés ont ſi ſouvent parlé dans leurs ouvrages.

Il dura juſqu'à 9 h, & le tems de ſa plus grande force fut de 8 h & $\frac{1}{2}$ à 8 h $\frac{3}{4}$. A ſa place vinrent des nuages d'un violet clair & lavé, qui dégénererent enfin en nuages blancs jaunâtres, éclairés alors de tems en tems par les vibrations de lumiere dont nous avons parlé, & qui n'y avoient jamais pénetré auparavant. En general cette partie du ciel fut plus ſouvent obſcurcie par des nuages ſombres, qu'aucune autre.

† Le Midi, à compter de part & d'autre ſur l'horizon, depuis 10 à 12 degrés vers le Levant, juſqu'à une trentaine vers le Couchant, & à 55 ou 60 de hauteur, tantôt plus, tantôt moins, fut toûjours d'un bleu vif, quoique foncé, & ne ſubit aucune des viciſſitudes

* *De la partie* Occidentale. † *Du* Midi.

des que nous avons remarquées dans toutes les autres parties du ciel. Quelques étoiles de la tête & des épaules du Centaure y brilloient, & la planete de Jupiter y parut très vive & très bien tranchée. Hors de cette étendue, tout y participa de proche en proche aux Phénomenes de l'Orient & de l'Occident qui lui étoient contigus. La partie de dessus autour de la Couronne près du Zenith, y fut souvent rayonnante de nuages blancs & lumineux, qui tendoient exactement au centre, & qui ressembloient aux restes d'une Coupole ébrechée au-dessous de sa Lanterne jusqu'à ses jambages. Ces petites nuées furent souvent panachées de rouge couleur de feu, comme les plumes de certains oiseaux, & en prirent même quelquefois la figure. A 11h elles ne paroissoient presque plus.

† La Lumiere générale qui se répandoit sur la partie supérieure du Midi, & sur tout le reste du ciel, par des secousses & des ondulations frequentes & reglées, étoit telle qu'on pouvoit y lire un caractere de médiocre grosseur; c'est du moins ce que des personnes dignes de foi m'assûrerent le lendemain, car j'avoue que j'oubliai d'en faire l'essai moi-même; mais je faisois souvent quelque chose d'équivalent, en regardant au cadran de ma montre, où je vis toûjours fort bien pendant les vibrations de Lumiere, sur-tout jus-

† *De la* Lumiere *ou clarté generale repandue dans le ciel, & de ses* Ondulations.

juſque vers les 10 heures, les chiffres, & les diviſions des Minutes.

Les vibrations me parurent toûjours égales & iſochrones pendant des eſpaces de tems conſiderables, ſe trouvant ſeulement plus foibles, & moins promptes, lorſque les nuages blancs ſe diſſipoient, & que le Phénomene s'alloit réduire à la ſimple Aurore Boreale, comme il arriva pluſieurs fois. Il me ſembla que dans leur plus grande vîteſſe, il s'en faiſoit deux ou trois par ſeconde. J'ai d'abord repreſenté ces vibrations par des ondes de lumiere ou de flâme, qui montoient de l'horizon juſqu'au ſommet de la voute, parce qu'en effet elles avoient cette apparence à mes yeux, & aux yeux de toutes les perſonnes qui étoient avec moi. Cependant je crois avoir démêlé bien diſtinctement que cela ne provenoit que de l'arrangement des nuages blancs & lumineux que ces vibrations frappoient. Ils étoient aſſés égaux en grandeur, & ſouvent ſeparés par de petits intervalles aſſés égaux auſſi, faiſant en tout un ciel pommelé. De ſorte que la Lumiere venant à fouetter ſur cet aſſemblage, elle devoit paroître décrire des ondes, & parcourir toutes les ſinuoſités des nuages, & de leurs interſtices. Je donne le nom de nuages à tout amas de vapeurs, d'exhalaiſons ou de matiere quelconque même lumineuſe, répandue par flocons dans le ciel, & ſur laquelle les vibrations de Lumiere venant à tomber, en étoient réfléchies, & rendoient ainſi par ſecouſſes cette matiere ou plus claire & plus lumineuſe, ou plus vivement colorée. Il y eut ſouvent en plu-

pluſieurs endroits du ciel, & ſur-tout vers le Zenith, de ces ſortes de nuages, qui n'étoient viſibles que dans l'inſtant de la pulſation du petit éclair, & qui hors de là ſe confondoient avec le bleu du ciel, & laiſſoient appercevoir quoique foiblement les étoiles qui étoient au-deſſus d'eux. Ce à quoi je pris garde encore, c'eſt que je n'appercevois les ſecouſſes de Lumiere qu'en regardant le ciel, & nullement en fixant mes regards ſur les objets qui étoient autour de moi, & qui me ſemblerent toûjours éclairés uniformément. Pendant que les vibrations étoient les plus fortes, & qu'elles faiſoient paroître le ciel dans une agitation prodigieuſe, & tout en feu, quelqu'un me demanda ſi je n'entendois pas un bruit qui reſſemblât à celui du Tonnerre en éloignement. Nous fimes ſur le champ grand ſilence, & perſonne n'entendit aucun bruit, du moins de cette nature ; car nous diſtinguames celui des cloches de pluſieurs Villages ou Bourgs à la ronde, dont les habitans avoient pris l'allarme, & ne s'attendoient pas à moins qu'à la fin du Monde.

A 8h 35′ les vibrations étoient inſenſibles, & le repos ſembloit leur ſucceder dans tout le ciel, excepté dans un très petit eſpace vers le Levant. Mais elles revinrent peu à peu, de maniere qu'à 8h 50′ tout étoit auſſi agité que dans le commencement.

A 9h elles eurent plus l'apparence d'une fumée lumineuſe, qui ondoyoit depuis l'horizon juſqu'au Zenith, qu'en aucun autre tems.

A 9h 13′ les colomnes de Lumiere qui s'é-

toient formées ſur le bord lumineux de l'Arc, & qui ſembloient partir de derriere le ſegment obſcur, prirent le mouvement général d'ondulation.

A 9^h 18′, 10^h 6′, 10^h 55′ &c. les ondulations, & la Lumiere s'affoiblirent de plus en plus juſqu'à $1^h \frac{1}{4}$, quoiqu'il y eût de tems en tems des repriſes de Lumiere & de vibrations, ſur-tout après les breches lumineuſes qui ſe formoient ſur le bord du ſegment obſcur, ainſi que je l'ai rapporté en ſon lieu.

La Lune qui devoit être ce ſoir-là ſur l'horizon depuis 10^h 16′, & qui étoit dans ſon dernier quartier depuis le matin du 18, ne me parut apporter aucune modification ni à la Lumiere, ni aux autres Phénomenes. Cependant on voit bien qu'il n'eſt pas poſſible que ce qu'elle avoit de clarté ne rendît la leur d'autant moins vive.

* Il ne me reſte plus qu'à parler de ce Point de réunion auprès du Zenith, de cette Couronne qu'on y voyoit autour, & où alloient aboutir tous les mouvemens, toutes les ondulations, & toutes les traînées de nuages, qui partoient de l'horizon, comme à ſon Pole.

C'eſt de tous les Phénomenes que j'ai décrits, celui qui me parut le plus ſingulier, & c'eſt peut-être le plus digne d'attention. J'ai appellé ce Point, la clef de la voute, la Lanterne du Dome; cette idée m'a été commune

* *Du* Point de réunion *& de la* Couronne *vûe vers le Zenith.*

mune avec la plûpart de ceux qui virent le Phénomene avec moi. D'autres l'ont comparé à une Gloire, & en effet il y avoit des momens où la reſſemblance étoit parfaite. Sa figure & ſa grandeur changerent bien des fois, mais la plus conſtante étoit circulaire, & d'un diametre environ 4 fois plus grand que celui du Soleil. C'étoit une eſpece de trou rond au tiſſu des nuages lumineux dont il reſultoit, & à travers lequel on voyoit le ciel d'un bleu pâle. Ces nuages furent preſque toûjours d'un blanc de coton, ſouvent moins opaques, & comme rarefiés, quelquefois hachés de traits couleur de feu, & convergens vers le centre commun. En general la durée de la Couronne, la clarté de la matiere lumineuſe & des rayons qui la formoient, ſa viſibilité & ſon inviſibilité me parurent toûjours dépendre de la vivacité plus ou moins grande de la Lumiere totale, & ſuivre ſes redoublemens, ſes affoibliſſemens & ſon repos. J'en ai rapporté pluſieurs circonſtances dans les articles précédens, qui me diſpenſeront d'y inſiſter davantage dans celui-ci. Ce que je crus de plus eſſentiel dans l'obſervation de cette partie du Phénomene, ce fut de déterminer autant qu'il me ſeroit poſſible le lieu du Point de réunion, & de voir s'il étoit parfaitement immobile ; dans l'eſpérance de tirer de là par Trigonometrie, la hauteur de ces objets dans l'Athmoſphere, ſuppoſé que quelque autre Obſervateur en fît autant à une diſtance conſidérable. Car j'avoue que depuis la Colomne & le Globe de feu qui parurent le 30e Mars 1719, & qui furent

rent vûs en même tems, assés élevés dans l'air, de divers endroits de l'Europe éloignés l'un de l'autre de deux ou trois cens lieues, j'ai toûjours soupçonné que la region où se forment ces méteores, & par consequent notre Athmosphere, dans laquelle on ne doute guere qu'ils ne soient renfermés, étoit beaucoup plus haute qu'on ne l'a conclu de quelques observations d'un genre different & très susceptible d'exception. Je tâchai donc, faute d'instrument, de m'assûrer par toutes les voyes dont je pus m'aviser, de la veritable position du centre dont il s'agit. Je le regardai le long du mur septentrional du Château, & je remarquai que je le perdois de vûe avant que de toucher ce mur; je m'approchai des encoignûres, & je ne le vis que de celle qui est vers le Couchant, & qui décline de ce côté; je passai enfin à une fenêtre du mur opposé & parallele au précédent, d'où j'apperçus non-seulement le centre, mais toute la Couronne qui étoit assés grande dans ce moment. De-là je jugeois à vûe d'œil, que ce Point pouvoit être à environ 10 à 12 degrés du Zenith vers le Midi. Mais une circonstance heureuse vint à mon secours, & me donna le moyen de le fixer avec plus de précision que je n'aurois osé en esperer. A 9h 13 une petite étoile seule & isolée parut au milieu de la Couronne, qui étoit alors tout à fait circulaire. Quelque tems après j'apperçûs encore au défaut des rayons & des nuages lumineux qui l'environnoient, vers la gauche en regardant le Midi, quatre autres étoiles de la même grandeur.

J'en

J'en retins exactement la figure & la position par rapport à celle qui étoit ſenſiblement au milieu de la Couronne. De ſorte que j'ai pû m'aſſûrer depuis, avec le Globe celeſte, & le Livre de *Bayer*, que c'étoit l'étoile du dernier anneau de la chaîne d'Andromede. D'où je conclus, en y joignant toutes les autres circonſtances de l'heure & du lieu, que le centre de la Couronne, le Point de réunion des vibrations & des ondes de la fumée lumineuſe, étoit entre 7 & 8 degrés du Zenith de Breuillepont, du côté du Midi, déclinant d'environ 1 degré vers le Couchant.

A l'égard du mouvement de ce Point ou de ſon immobilité, je ne ſaurois en rien dire de poſitif. A 9h 38', il me ſembla que toute la Couronne avoit un peu avancé vers le Couchant. Mais je me defiai de mes yeux ſur cette apparence, tant à cauſe du mouvement des étoiles auxquelles je l'avois rapportée, que parce que dans la ſuite, & plus d'une heure après, je la vis à la même place où je l'avois vûe dès le commencement.

* Le même centre de réunion & la même Couronne ayant été vûe de Paris, & de la plûpart des autres endroits où nous apprenons que cette Aurore Boreale a paru, je ne doute pas qu'il ne ſe trouve quelque Aſtronome qui en aura déterminé la poſition avec exactitude dans quelque moment de la durée du Phénomene. Je croirois même pouvoir déja

* Conſéquences *qu'on en peut tirer, ſur la* hauteur de l'Athmoſphere.

déja aſſûrer ſans trop de témérité, par tout ce qui m'en eſt revenu, & par le calcul que j'en ai fait, en prenant les choſes ſur le plus bas pied, que le lieu de ce météore étoit à plus de 50 lieues au-deſſus de notre tête. Et s'il eſt vrai, comme une perſonne habile m'a dit l'avoir obſervé, que le centre de la Couronne n'a été vû à Paris qu'à 4 à 5 degrés du Zenith du côté de l'Eſt, il faut que ſa hauteur ait été de plus de 70 lieues. D'autres obſervations, & qui ne ſont pas d'une moindre autorité pour moi, la feroient beaucoup plus grande. Mais il eſt clair que tout ceci ſuppposſe deux choſes. L'une, que l'apparence de l'objet dont il s'agit, n'étoit pas ſimplement optique, comme celle de l'Iris, dont le lieu varie avec la poſition du ſpectateur, mais réelle & ſuſceptible de parallaxe, eû égard à ceux qui la voyoient de différens endroits. L'autre, qui ne regarde que la concluſion que nous en tirons ſur l'Athmoſphere, c'eſt que ce météore étoit en effet dans notre Athmoſphere, ou tout au plus à ſa partie ſupérieure, & non au-delà. Suppoſitions à la verité très vrai-ſemblables, mais ſur leſquelles cependant je n'oſerois encore prononcer. Il eſt ſans doute plus à propos de ſuſpendre notre jugement & nos recherches ſur cette matiere, en attendant qu'il nous vienne quelque choſe de mieux circonſtancié, de plus précis, & confirmé par un plus grand nombre d'obſervations. Nous n'avons pas trop de toutes nos lumieres, de tous nos ſoins, & de toute la diſcuſſion dont nous ſommes capables, quand il s'agit de nous déter-

Breuillepont le 26 Septembre 1726.

Breuillepont le 19 Octobre 1726.

terminer ſur des queſtions ſi délicates, & d'établir des ſentimens ſi différens des opinions reçûes.

EXPLICATION DES FIGURES.

LES figures qui ſuivent ont été gravées d'après les Tableaux que j'en fis en grand au paſtel, ſur les lieux, & dès le lendemain de l'apparition des Aurores Boreales qu'elles repreſentent.

La 1ere. eſt l'Aurore Boreale du 26 Septembre, comme elle eſt décrite page 284. & ſuivantes.

La 2de. l'Aurore Boreale du 19 Octobre, & la partie du ciel vers le Nord, en l'état où elle étoit vers les ſept heures & demi du ſoir. Voyez page 289. 290.

La 3me. eſt une Projection de l'hemiſphere concave ſupérieur du ciel, & repréſente tout le Phénomene, tel à peu près que je le vis vers les 8 heures du ſoir. Ainſi il faut porter cette figure horizontalement ſur ſa tête, la renverſer, & la regarder de bas en haut, en mettant le Nord marqué *N* devant ſoi. Les trois autres lettres majuſcules, *S*, *E*, *O*, marquent le Sud, l'Eſt & l'Oueſt. *a b* eſt le ſegment obſcur de la figure 2. dont l'Arc & le cintre ſe trouvent ici exprimés par des lignes ſenſiblement droites, à cauſe de la projection qui en fut faite ſur les principes dont on ſe ſert communément en Geographie pour les Mappemondes & les Hémiſpheres Polaires. C'eſt-à-dire, que toutes les parties

en

en ſont retrécies vers le centre, & élargies vers la circonference.

La bordure noire & inégale, qui eſt autour, repreſente l'horizon ſenſible du lieu.

EXAMEN

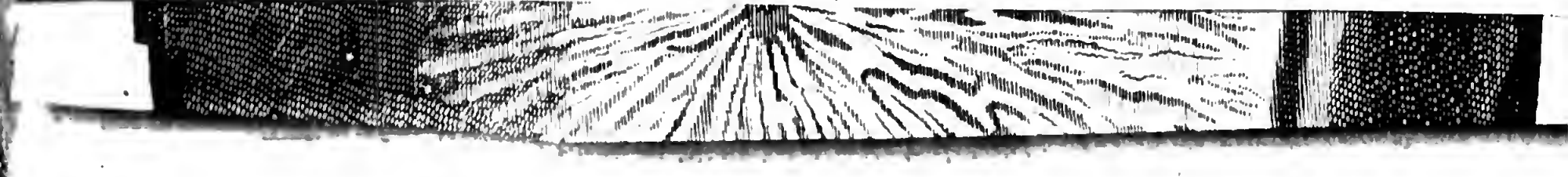
De la force qu'il faut donner aux Cintres dont on ſe ſert dans la conſtruction des grandes Voutes, des Arches des Ponts, &c.

Par M. PITOT. *

1. LEs Arts Mechaniques dépendent la plûpart d'une ſavante & profonde théorie: on ne peut travailler à leur perfection, ſans remonter, pour ainſi dire, à cette théorie, & y puiſer comme à leurs ſources toutes les nouvelles découvertes qu'on y peut faire. Ce n'eſt pas là cependant la route qu'on a ſuivie: les progrès des Arts ſont dûs la plûpart à l'intelligence des bons ouvriers, qu'une routine ou une longue pratique leur a indiqués; mais faute de connoître les principes & les regles des Mechaniques, il eſt bien rare qu'ils prennent la voye la plus ſimple.

2. La Charpente pourroit nous en fournir beaucoup d'exemples: les grands uſages & les commodités que cet Art nous procure, auroient dû mériter plus d'attention qu'on n'y en a fait; & il me paroît ſurprenant que parmi un ſi grand nombre d'Auteurs qui ont écrit de l'Architecture, Mathurin Jouſſe ſoit

* 6. Juillet 1726. le



le ſeul qui ait écrit de la Charpente en particulier; encore ne donne-t-il que les noms des pieces & leurs figures; il ſeroit cependant très-important de donner quelques principes ou regles générales pour éviter les défauts auxquels les ouvriers tombent ſouvent, dont le plus ordinaire eſt de multiplier ſi fort les pieces qui ſervent à l'aſſemblage d'une Charpente, qu'on peut dire que quelquefois ils en diminuent la force & la ſolidité, au lieu de l'augmenter, outre les autres défauts qu'on ne ſauroit trop éviter; car on diminue la capacité du lieu, on augmente la dépenſe, & on rend l'aſſemblage deſagreable.

3. Les principes & les regles que nous donnerons ici pour connoître la ſolidité & la force des cintres en particulier, pourront être appliqués à toute la Charpente en général.

DEFINITION.

4. Ce que nous appellons *Cintre*, & que les Italiens nomment *Armatures*, ſont des aſſemblages de Charpente propres à ſoûtenir tout le poids de la maçonnerie d'une voute avant que la clef ſoit poſée.

5. On voit par-là, que rien n'eſt plus important en fait de conſtruction de grandes Voutes, Dômes, & Ponts de pierre, que de faire des cintres aſſés forts pour porter tout le fardeau de la maçonnerie: & qu'on doit admirer dans ces grands ouvrages hardis, les cintres dont on s'eſt ſervi pour les conſtruire; car ſi malheureuſement ils ſe trouvent trop foibles, on voit dans un moment périr tout ſon

ſon ouvrage, & quelquefois pluſieurs malheureux ouvriers.

6. On conſtruit les cintres de mille façons différentes : Mathurin Jouſſe en donne trois deſſeins, la plûpart des Architectes en ont voulu inventer de particuliers ; mais quelques-uns ſont tombés dans des défauts très-dangereux. Il paroît que M. Blondel n'a rien voulu propoſer du ſien ſur cette matiere, il s'eſt contenté de donner dans ſon cours d'Architecture les deſſeins d'Antonio Sangallo, dont Michel Ange s'eſt ſervi pour conſtruire la voute de S^t. Pierre de Rome. Je ne cherche pas ici la forme la plus parfaite qu'on puiſſe donner aux cintres ; ce que je me propoſe dans ce Memoire eſt de chercher des regles pour connoître & calculer leur force, & même de tout aſſemblage de Charpente.

Mais avant que d'expliquer les remarques & les expériences que nous avons faites pour y parvenir, il eſt à propos de donner le détail des cintres que j'ai choiſis pour exemple ; le premier (*fig.* 1.) pour les Arcs en plein cintre, & le deuxieme (*fig.* 2.) pour les Arcs ſurbaiſſés : ils n'ont rien de particulier que quelque arrangement que j'ai crû leur devoir donner pour les rendre plus forts. Nous donnerons auſſi les meſures ou groſſeurs les plus ordinaires, pour avoir au moins les rapports des groſſeurs que chaque piece doit avoir, & y faire enſuite les changemens qu'on trouvera neceſſaires.

AB eſt le diametre d'une voute ou d'une arche de Pont que nous ſuppoſerons dans la ſuite de 60 pieds pour l'arc en plein cintre (*fig.*

(*fig.* 1.) & de 80 pieds pour l'arc ſurbaiſſé (*fig.* 2.) la montée ou flêche *CD* ſera à l'arc ſurbaiſſé de 30 pieds.

Les Courbes *AEDFB* auront 6 pouces ſur 12 de gros.

L'Entrait *EF* aura au moins 12 pouces ſur 12 de gros.

La Semelle *GH* 12 pouces ſur 12.

Les Jambes de force *IE*, *IG*: *KF*, *KH* 8 ſur 10.

Le Poinçon *RD* 12 ſur 12.

Les Arbalêtriers *LM*, *NO* (*fig.* 1.) 6 ſur 10.

Les Décharges *LM* & les Arbalêtriers *NO* (*fig.* 2.) 8 ſur 10.

Les Moiſes *PQ* 8 pouces ſur 20 ou 24 de gros.

7. C'eſt au bon arrangement & à l'aſſemblage de toutes ces pieces que conſiſte la plus grande partie de la force du cintre, c'eſt pourquoi nous donnerons ici quelques maximes, dont on pourra ſe ſervir très-utilement.

1°. Que chaque piece ſoit appuyée & contrebutée avec ſa correſpondante, ainſi qu'on peut voir dans notre deſſein où les Jambes de force *IG*, *KH* ſont contrebutées par le moyen de la ſemelle *GH*, les Arbalêtriers ſont contrebutés au point *M* du poinçon, &c.

2°. Il faut éviter, autant qu'il eſt poſſible, de faire traverſer deux pieces l'une ſur l'autre par des entailles comme les croix de St. André, &c. Car les deux pieces diſpoſées ainſi, n'ont pas plus de force qu'une ſeule au point où elles ſe croiſent.

3°. Il

3°. Il ne faut pas compter beaucoup ſur la force des tenons, ſur-tout aux pieces qui ſont poſées obliquement pour ſoûtenir un fardeau; il faut y faire auſſi des embraſſemens, & même y mettre des moiſes, en ſe ſouvenant toûjours de cette maxime, que les meilleurs aſſemblages de charpente ſe peuvent faire ſans tenons & mortoiſes. Il paroît que l'auteur du cintre dont on s'eſt ſervi pour la voute de St. Pierre de Rome, que nous avons cité ci-deſſus, a eû égard à cette maxime: j'oſe dire que ceux que je propoſe ne ſeroient pas moins ſolides, quand même il n'y auroit point de tenons.

REMARQUE I.

Sur les Courbes & les Arcs ſurbaiſſés.

8. Comme les cintres doivent avoir en dehors la même forme que la voute en dedans, c'eſt-à-dire, que les Courbes *AEDFB* doivent avoir préciſément la même courbure que celle qu'on veut donner à la voute, il faut ſavoir (pour conſtruire les cintres des arcs ſurbaiſſés) les méthodes dont on ſe ſert pour tracer ces ſortes d'arcs ſurbaiſſés ou à anſes de paniers. Voici les remarques que je fis là-deſſus, lorſque nous traçames l'Arche du Pont de Lille-Adam, dont je fus chargé de l'inſpection en 1720.

On peut donner aux arcs ſurbaiſſés telle courbure qu'on voudra: on trouve pluſieurs méthodes dans Serlio, dans Blondel, &c. Les unes font trouver la courbure de l'arc par

par plusieurs points trouvés de suite, & les autres sont trouver ces mêmes arcs surbaissés, en les considerant comme composés de trois portions de cercles excentriques ; la courbure qu'on trouve par les méthodes des points trouvés de suite, est elliptique ; il y a cependant une de ces méthodes qui donne la parabole, ainsi que Mr. de la Hire l'a démontré dans les Memoires de l'Académie de 1702 : mais la méthode dont on se sert le plus souvent dans la pratique est une de celles ou l'arc surbaissé est formé de trois portions de cercle : elle est telle * AB est le diametre de l'ouverture de l'arche ou de la voute pris aux premieres retombées, CD son élevation ou la montée de l'arc ; il faut trouver les trois centres S, T, S desquels ayant décrit les arcs AV, BV chacun de 60 degrés avec la même ouverture de compas AS ou BS, & du centre T l'arc VDV qui doit aussi être de 60 degrés, pour avoir l'arc surbaissé $AVDVB$ de 180 degrés : cet arc ainsi décrit fait un effet agréable à la vûe, n'ayant aucuns jarrets sensibles.

Toute la difficulté de cette pratique consiste à trouver un des centres S.

Voici la méthode que je propose. Soit $AC = a$. $CD = b$, & l'inconnue $CS = x$. le triangle S, T, S étant équilateral $ST = 2x$ & $CT = \sqrt{3xx}$, ainsi $DT = b + \sqrt{3xx}$. mais $DT = SV$ ou $SA\, a - x + ST\, 2x$, ce qui donne cette équation $\sqrt{3xx} = a - b + x$ de

* Fig. 2.

de laquelle on tirera par les operations algebriques $x = \frac{1}{2}\overline{a-b} + \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a-b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a-b}^2}$

D'où l'on tire cette conſtruction.

Soit pris $B\Upsilon =$ à CD & $CZ = \frac{1}{2}C\Upsilon$, on décrira ſur $Z\Upsilon$ le demi-cercle $Z\text{Æ}\Upsilon$, & on portera $Z\text{Æ}$ de Z en S, le point S ſera le vrai centre qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Il eſt clair que $C\Upsilon = a-b$ & $CZ = \frac{1}{2}\overline{a-b}$ par la conſtruction; ainſi $C\text{Æ} = \sqrt{\overline{a-b} \times \frac{1}{2}\overline{a-b}}$ & $Z\text{Æ} = \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a-b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a-b}^2}$: mais $CS = CZ + ZS$ ou $Z\text{Æ}$ $\frac{1}{2}\overline{a-b} + \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a-b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a-b}^2}$.

Donc $x = \frac{1}{2}\overline{a-b} + \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a-b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a-b}^2}$.

Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE II.

9. La poſition de l'entrait a été aſſés arbitraire à tous ceux qui ont donné des deſſeins de cintre, je crois cependant qu'il eſt bon de le placer en EF où la diagonale CA (*fig.* 1.) & TA (*fig.* 2.) coupe les Courbes; car en conſiderant que la plus grande preſſion étant

étant au point *B* & les points *A* & *B* étant fixes ou inébranlables, l'endroit le plus foible des Courbes doit être aux points *E F* où passe la diagonale.

La Semelle *G H* est non-seulement très-necessaire pour appuyer & contrebuter les Jambes de force, mais aussi pour fortifier l'entrait qu'on pourra faire de deux pieces, lorsque sa longueur surpassera environ 60 pieds: ainsi qu'on l'a pratiqué au dôme des Invalides.

REMARQUE III.

10. Un cintre tel que nous l'avons décrit dans les fig. 1. & 2, n'est à proprement parler qu'une ferme de cintre, dont il en faut plusieurs pour cintrer une voute ou une arche de Pont; on en met ordinairement à chaque distance de 6 à 7 pieds, nous les supposerons distantes de 6 pieds dans la suite; ainsi pour une arche de 30 pieds de largeur d'une tête à l'autre, il faudroit cinq cintres ou fermes de cintres, dont chacune porteroit une portion de la voute de 6 pieds de large.

REMARQUE IV.

11. Il faut mesurer ou toiser la solidité de l'arc ou portion de la voute qu'une ferme de cintre doit porter, par les regles de la Geometrie pratique, en sachant combien on doit donner de longueur de coupe ou extradoxe aux vousſoirs: on donne ordinairement 3 pieds aux quarreaux, & 4 à 5 pieds aux boutisses:

mais comme dans les grands ouvrages on prolonge les aſſiſes avec des libages juſqu'à 6 ou 7 pieds plus ou moins ſelon qu'on approche de la clef, nous les prendrons toutes de 7 pieds dans la ſuite ; ainſi pour les arcs en plein cintre, il n'y aura qu'à meſurer la ſuperficie du profil * *AGDQBR* dont *AG* ou *BR* ſera de 7 pieds, & la multiplier par 6 pieds, pour avoir le ſolide de l'arc. Mais pour les arcs ſurbaiſſés tracés ſuivant la méthode que nous avons donnée, il faudra par le moyen de la formule trouver la valeur des diametres *AH* ou *BI*, (*fig.* 4.) & *DK* ou *EK* avec leſquels on meſurera ſéparément la ſuperficie des portions du profil *APSE* ou *BRSE* & *ESQSED*, en prenant toûjours *AP* ou *BR* de 7 pieds ; & enfin on multipliera la ſuperficie entiere *APQRBDA* par 6 pieds, pour avoir le ſolide de l'arc ſurbaiſſé.

REMARQUE V.

12. Ayant trouvé la ſolidité d'un arc, il faut trouver ſa peſanteur ſuivant celle de la pierre dont on s'eſt ſervi, qu'on pourra connoître, ſoit par les tables que quelques Auteurs ont donné ſur la peſanteur ſpecifique de pluſieurs matieres, ou par des épreuves qu'on pourra faire aiſément ſoi-même par la regle ſuivante.

Prenés un morceau quelconque de la pierre, dont on voudra connoître la peſanteur ſpe-

* Fig. 3.

ſpecifique ; après l'avoir peſé exactement dans l'air, on la peſera de même l'ayant plongé dans l'eau, & on dira enſuite ; comme la différence entre le poids de la pierre dans l'air & ſon poids dans l'eau, eſt à ſon poids dans l'air, ainſi la peſanteur d'un pied cube d'eau qu'on ſait être communément de 72 livres, ſera à la peſanteur d'un pied cube de cette pierre.

Cette regle eſt évidente, car la difference ou la diminution du poids de la pierre étant peſée dans l'eau, eſt égale au poids d'un même volume d'eau que le morceau de pierre ; & il eſt clair que le poids d'un volume quelconque d'eau, eſt au poids d'un même volume de pierre, comme la peſanteur d'un pied cube d'eau eſt à celle d'un pied cube de la même pierre.

Dans les Exemples que nous donnerons à la fin de ces Remarques, nous ſuppoſerons que la pierre peſe 160 livres le pied cube.

REMARQUE VI.

13. Le poids total de l'arc ou portion de la voute étant trouvé par les deux Remarques précédentes, il eſt évident que tout ce poids ne peſe pas ſur le cintre avant que la clef ſoit poſée, & qu'une partie eſt portée par les pieds droits de la voute, ainſi il faut reduire le poids total de l'arc à celui que le cintre doit porter. Pour faire cette réduction, je dis que (pour les arcs en plein cintre) le poids total de l'arc, eſt à celui que le cintre doit ſoûtenir, comme le quarré du rayon *CB*

ou CD (*fig.* 3.) eſt à la ſuperficie du quart de cercle CBD.

DEMONSTRATION.

14. Ayant diviſé par la penſée l'arc $BRQD$ en un nombre infini de petits vouſſoirs, & mené à chaque diviſion ou à chaque coupe des plans CNS, & les lignes PNO paralleles à CD, on voit évidemment que chaque vouſſoir V peut être regardé comme un petit poids poſé ſur ſon plan incliné CNS : mais par les proprietés du plan incliné, CN, eſt à NO, comme le poids du vouſſoir V eſt au poids ou à la force relative qu'il faut employer pour le retenir ſur ſon plan : Ainſi chaque rayon CN ou bien chaque ligne PNO ſera l'expreſſion du poids total ou de la force abſolue du vouſſoir, & chaque ſinus NO ſera celle de la force relative qu'il faut employer pour le ſoûtenir ſur le plan : on aura donc la ſomme de toutes les lignes PNO ou la ſuperficie du quarré CM pour l'expreſſion du poids total de tous les vouſſoirs ou de l'arc entier $BRQD$; & de même la ſomme de tous les ſinus NO, ou la ſuperficie du quart de cercle CDB exprimera la ſomme de toutes les forces relatives qu'il faut employer pour retenir tous les vouſſoirs, ou (ce qui eſt le même) le poids que le cintre doit ſoûtenir.

COROLLAIRE I.

15. Puiſque le quarré du diametre d'un cer-

cercle eſt à ſa ſuperficie, ou le quarré du rayon à la ſuperficie du quart de cercle, comme 14 eſt à 11, on trouvera par là très facilement la reduction qu'il faut faire au poids total d'un arc en plein cintre par cette regle, comme 14 eſt à 11, ainſi le poids de l'arc eſt au poids reduit que le cintre doit porter.

COROLLAIRE II.

16. Si l'on veut avoir la réduction du poids d'un arc quelconque *BRSN*, ou la quantité dont cet arc doit peſer ſur le cintre, on dira, comme le rectangle *OM*, eſt au ſegment du cercle *BON*, ainſi le poids de l'arc eſt au poïds reduit ; ce qui eſt évident, car le rectangle *OM* eſt compoſé d'un même nombre de lignes *PNO* qu'il y a de vouſſoirs infiniment petits dans l'arc *BRSN*, & le ſegment *BNO* eſt de même compoſé d'un égal nombre de lignes *NO* ; ainſi par notre démonſtration le rectangle *OM* ſera l'expreſſion du poids total de l'arc, & le ſegment *BNO* ſera celle du poids réduit.

COROLLAIRE III.

17. Si l'arc de la voute eſt un arc ſurbaiſſé décrit ſuivant la méthode que nous avons donnée, *Art.* 8., il faut pour trouver la réduction qu'il faut faire au poids total de l'arc *BRSQD* (*fig.* 4.) chercher d'abord celle de l'arc *BRSE* par le rapport du rectangle *OM* au ſegment *BEO*, & enſuite celle de l'arc *ESQD* par le rapport du rectangle *KXTD*

au quadriligne *KXED* qu'on trouvera aiſément par les regles de la planimetrie.

REMARQUE VII.

18. Nous avons donné dans les Remarques précédentes les moyens de calculer le poids ou la charge de la maçonnerie que le cintre doit porter; il faut maintenant donner ceux de calculer la force du cintre, ſuivant la réſiſtance des bois tirés ou pouſſés ſelon leurs longueurs.

On ne peut connoître la force ou la réſiſtance des bois que par des expériences faites ſur les bois dont on fait uſage; car la force de chaque eſpece de bois eſt différente. Nous avons trouvé par pluſieurs expériences que le bois de Chêne, qui eſt preſque le ſeul en uſage dans la Charpente, ſoûtient environ 60 livres par ligne quarrée, étant tiré ſuivant ſa longueur, & qu'ainſi un bâton de ce bois d'un pouce quarré ou 144 lignes peut ſoûtenir environ 8 milliers 640 livres, & une piece d'un pied quarré de groſſeur ſoûtiendroit environ 12 cens 24 milliers.

Le Chêne eſt un bois des plus forts. Il y a apparence que M. Mariotte qui ne dit pas ſur quel bois il a fait ces expériences, s'eſt ſervi d'un bois moins forr que le Chêne: car il reſulte de celle qu'il fit en preſence de Mrs. de Carcavy, de Roberval & Hugens, qu'une ligne de bois peut ſoûtenir environ 46 livres; mais par les expériences que M. Parent a faites ſur le Chêne, dont le détail ſe trouve dans les Memoires de 1708, il reſulte

ſulte que la réſiſtance de ce bois ou le poids qu'il peut ſoûtenir dans ſon milieu ſans ſe rompre, appuyé horizontalement ſur ſes deux bouts, étant réduit à la force abſolue du même bois tiré ſuivant ſa longueur, par la formule de M. de Varignon, donne depuis 58 juſqu'à 60 livres.

Comme M. Parent & moi, nous nous ſommes ſans doute ſervis, pour faire nos expériences ſur le Chêne, du meilleur que nous ayons trouvé, & qu'en général il ne peut être ni ſi bon, ni ſi fort, y ayant pluſieurs cauſes qui peuvent rendre ſes fibres inégalement fortes dans quelques parties du bois: nous ne prendrons que 50 livres par ligne de ce bois, tiré ſuivant ſa longueur.

19. Une piece de bois poſée verticalement, parfaitement droite, & d'une égale reſiſtance dans toutes ſes parties & toutes ſes fibres, doit tout au moins reſiſter également étant pouſſée, ou ſoutenir un même poids que celui qu'elle ſoûtiendroit étant tirée ſuivant ſa longueur: j'ai fait quelques expériences pour connoître à peu près cette réſiſtance; & j'ai preſque toûjours trouvé plus de 60 livres par ligne quarrée de bois de Chêne pouſſé bien directement ſuivant ſa longueur.

Nous pouvons donc, en attendant qu'on ait fait un plus grand nombre d'expériences ſur les bois dont on fait uſage dans la conſtruction des cintres, prendre pour la réſiſtance de chaque piece, ou le poids abſolu qu'elles peuvent porter, ou tout au moins 50 livres par ligne quarrée. Il eſt vrai que la réſiſtance abſolue des bois & de tout autre ſolide

peut bien n'être pas proportionnelle à leur groſſeur ou à la ſuperficie de leurs baſes; mais s'il eſt poſſible de trouver quelque rapport conſtant ſur ce ſujet, c'eſt à un grand nombre d'expériences qu'il faut avoir recours, qui ſeules peuvent indiquer l'hypotheſe la plus ſûre. Nous ſuivrons ici celle qu'on a reçûe de Galilée, & que Mrs. Mariotte, de Varignon & Parent ont ſuivie.

20. La force abſolue de chaque piece de bois étant ainſi établie, on trouvera leurs forces relatives ou leurs réſiſtances moyennes ſuivant toutes les poſitions obliques qu'elles peuvent avoir, par les regles de la réſiſtance des ſolides, dont Mrs. de la Hire, de Varignon, &c. ont traité. Mais comme dans les cintres que je propoſe pour exemples, les pieces qui doivent porter le poids de la maçonnerie de la voute ſont diſpoſées de telle ſorte que non ſeulement elles ſont chacune appuyées & contrebutées avec leurs correſpondantes; mais de plus elles ſont arrêtées fixes par les moiſes: nous pouvons dans ce cas ne faire aucune reduction à la force abſolue de chaque piece de bois, hormis celle qui reſulte de leurs poſitions obliques dont nous allons donner l'explication; & il eſt bon d'obſerver que prenant ainſi toute la force abſolue de chaque piece, nos calculs nous donneront la plus grande force de nos cintres, de laquelle il faudra rabattre quelque choſe par l'impoſſibilité qu'il y a de faire un aſſemblage parfait.

RE-

REMARQUE VIII.

21. On doit regarder chaque piece qui ſert dans un aſſemblage de charpente à porter ou à ſoûtenir un grand poids, comme autant de puiſſances plus ou moins inclinées; on trouvera l'expreſſion de la force reſultante du concours de ces puiſſances par un principe general des mechaniques, où l'on démontre * que ſi un poids P eſt ſoûtenu aux points BD, &c. ou tiré ſuivant les directions ABE, CDE par des puiſſances ou forces exprimées par les lignes EF, EG: ayant fait le parallélogramme $FEGH$, la diagonale EH exprimera la force totale qui reſulte du concours des deux puiſſances EF, EG. S'il y avoit une troiſieme puiſſance, on feroit un autre parallélogramme, dont un des côtés ſeroit l'expreſſion de cette troiſieme puiſſance, & l'autre côté la diagonale EH; la diagonale de ce dernier parallélogramme ſeroit l'expreſſion de la force reſultante des trois puiſſances; & ainſi des autres puiſſances, s'il y en avoit une quatrieme, cinquieme, &c.

REMARQUE IX.

22. Il faut diviſer la plupart des grands aſſemblages de charpente en pluſieurs parties poſées les unes ſur les autres, & calculer la force de chacune ſéparément: ainſi dans les cintres que je propoſe pour exemples, on doit

* Fig. 5.

doit les regarder comme compoſés de deux parties ſéparées par l'entrait, & dont l'inferieure doit ſeule avoir la force de porter tout le poids de l'arc de la voute reduit par la ſixieme remarque; & la ſuperieure celui de l'arc au-deſſus de l'entrait. Il eſt vrai qu'on peut dire auſſi, que la partie inferieure ne porte pas l'arc entier de la voute, y ayant toûjours 8, 10, & même 12 aſſiſes de chaque côté de la naiſſance ou des premieres retombées qui peuvent ſe ſoûtenir ſans cintre: parce qu'à ces petites hauteurs la force du frottement de la pierre ſurpaſſe ſon poids ſur des plans peu inclinés; mais nous ne tiendrons pas compte de cette diminution, parce qu'il vaut mieux donner aux cintres plus de force que le poids qu'ils doivent ſoûtenir.

23. Il nous reſte encore à remarquer que les courbes ayant leurs parties convexes preſſées d'abord par la maçonnerie, elles ſont retenues & ne peuvent plier de ce côté-là, & qu'ainſi nous pouvons les regarder dans nos calculs comme des pieces droites; la partie *APE*, par exemple, ſera regardée comme une piece de même groſſeur que les courbes poſées ſuivant l'inclinaiſon *AE*.

PROBLEME I.

La groſſeur de chaque piece d'un Cintre étant donnée, trouver avec la Regle & le Compas ſa force totale, ou le poids qu'il peut ſoûtenir, pour avoir le rapport de ce poids avec celui que le Cintre doit porter.

24. Ayant trouvé par la remarque 7me le poids

poids abſolu ou relatif que chaque piece du cintre peut porter ſuivant la groſſeur donnée, on diviſera le cintre par la 9me remarque en deux parties, qu'on tracera ſéparément avec toute la juſteſſe poſſible, en ſe contentant de marquer en lignes pour la partie inferieure (*fig.* 1. & 2.) *AE*, *B* les jambes de force *AE*, *AG*; *BF*, *BH* avec les courbes: & pour la ſuperieure les arbalêtriers *LM*, *NO*, (*fig.* 1;) & (*fig.* 2.) les arbalêtriers *NO*, & les décharges *LM*.

Cela fait, on diviſera une échelle en tant de parties qu'on jugera à propos, dont chacune exprimera un millier de livres peſant: On prendra ſur cette échelle la valeur de la force de chaque piece. Maintenant pour trouver la force totale de la partie inferieure de nos cintres, on portera ſur chaque jambe de force les longueurs *AS*, *AT* de la valeur du poids qu'elles peuvent ſoûtenir pris ſur l'échelle; mais par l'article 23. on peut regarder la force des courbes **ADE* comme unie avec celle de la jambe de force *AE*, ainſi on portera la valeur de la force des courbes de *T* en *V*, & on achevera le parallélogramme *AVXS*, la diagonale *AX* ſera par la 8me remarque l'expreſſion de la force qui reſulte des deux jambes de force *AG*, *AE* & des courbes *ADE*: on fera la même operation de l'autre côté aux jambes de force *BH*, *BE* & aux courbes *BIE*, pour avoir la diagonale *BN* égale à *AX* & également inclinée ſur *AB*: enfin on portera la diagonale *AX* ou *BN*

* Fig. 6.

B N de *M* en *R* & en *Z*, pour achever le parallélogramme *RMZY*, & la diagonale *MY* ſera l'expreſſion de toutes les forces obliques, ou la valeur du poids que le cintre peut ſoûtenir. Si cette valeur priſe ſur l'échelle eſt plus grande que le poids de l'arc de la voute que le cintre doit porter trouvé par les remarques 4, 5 & 6, le cintre ſera aſſés fort, mais ſi au contraire, &c.

25. Pour avoir la force de la partie ſuperieure du plein cintre, (*fig.* 1,) on prolongera les arbalêtriers *L M*, *N O* juſqu'à leur point de rencontre *X*, duquel on portera ſur la ligne * *XL S* de *X* en *S* les valeurs de la force de l'arbalêtrier *L M* & des courbes *L P M*. On prendra de même ſur *X O N* la valeur de la force de l'arbalêtrier *N O*. Cela fait, on achevera le parallélogramme *XVAS X* pour avoir la diagonale *AX*; en faiſant la même operation de l'autre côté, on aura de même une diagonale *AX* également inclinée, ainſi on portera *AX* de *Z* en *R* pour achever le parallélogramme *ZRYR*, dont la diagonale *ZY* exprimera la force de la partie ſuperieure du cintre, laquelle doit être pour le moins auſſi forte que le poids reduit de l'arc de la voute, & cela pour être toûjours ſuperieur en force dans la pratique du côté des cintres: car dans la rigueur on peut dire que la partie ſuperieure ne doit porter que l'arc de la voute au-deſſus de l'entrait.

26. Pour connoître la force de la partie ſuperieure du cintre ſurbaiſſé. (*fig.* 2,) il faut remarquer que les arbaleſtriers † *N O* & les décharges

* Fig. 7. † Fig. 8.

ges LM ſont paralleles, & qu'ainſi on peut prendre ſur une même ligne NO prolongée, les valeurs de la force de l'arbalêtrier NO de O en T, enſuite celle de la piece de décharge LM de T en S, & enfin celle des courbes EPD de S en R : cela fait, on prendra ONZ de l'autre côté égal à OR pour achever le parallélogramme $ORTZ$ dont la diagonale ſera l'expreſſion de la force de la partie ſuperieure de notre deuxieme cintre.

PREMIER EXEMPLE.

Pour le petit Cintre de 60 pieds de diametre.

Calcul du poids de la Voute que le Cintre doit porter.

27. On trouvera par les remarques precedentes, que le ſolide de la portion de la voute qu'une ferme de cintre doit porter, eſt de 4422 pieds cubes de pierres ; & ſi par la cinquieme remarque chaque pied cube peſe 160 livres, on aura le poids total du même arc de 707520 livres qu'on reduira par la ſixieme remarque à 555908 livres pour le poids que le cintre de 60 pieds doit porter.

Calcul de la force du Cintre, 1°. *pour la partie inferieure.*

28. Nous avons donné, (*art.* 6,) à chaque jambe de force 8 pouces ſur 10 de gros, & aux courbes 6 ſur 12. Ainſi par la 7me remarque la force abſolue de chaque jambe de force ſera de 576000, celle des courbes de 806400 à 50 livres

vres par lignes quarrées de force du bois de Chêne posé debout, ou consideré comme pousſé ſuivant ſa longueur, ce qui eſt veritablement la plus grande force qu'on peut lui donner à cauſe des différens défauts qui ſe peuvent trouver dans les bois ; mais ceux qui voudront agir dans les conſtructions avec moins de hardieſſe, pourront prendre cette force de chaque ligne de bois moindre de 50 livres, particulierement lorſqu'on ne fera aucune reduction à la force abſolue de chaque piece, comme dans les exemples que je donne ici. On prendra par le probleme, (*art.* 24,) **AS*, *AT* égal 576000 liv. & *TV* égal à 518400 liv : on operera, comme il eſt expliqué dans le probleme, pour avoir la diagonale *MY* qu'on trouvera ſur l'échelle de 2850000 liv. pour la force de la partie inferieure du cintre de 60 pieds ; cette force eſt beaucoup plus grande que le poids reduit de l'arc de la voute qu'on a trouvé de 555900. liv.

Calcul de la partie ſuperieure du même Cintre.

29. Nous avons donné à chaque arbalêtrier *LM*, *NO*, 6 pouces ſur 10 de gros ; les courbes ſont de même que ci-deſſus, de 6 ſur 12 ; ainſi la force abſolue de chaque arbalêtrier ſera par la 7 me remarque, de 432000 liv. & les courbes de 518400 liv. on prendra par l'art. 27 *XS* égal à la force de l'arbalêtrier *LM* 432000 liv. & des courbes *LPM* 518400 liv. & ſur *XN* ; ayant pris *XV* égal à la force de l'arbalêtrier *NO* 432000, on achevera le paral-

* Fig. 6.

rallélogramme $XSAVX$, & avec la diagonale XA égale à ZR on fera, comme il a été dit, le parallélogramme $ZRYR$, dont la diagonale ZY ſera l'expreſſion de la force de la partie ſuperieure qu'on trouvera ſur l'échelle de 1160000 liv.

SECOND EXEMPLE.

Pour le Cintre ſurbaiſſé de 80 *pieds de diametre &* 30 *pieds de montée ou fleche.*

Calcul du poids de la Voute que le Cintre doit porter.

30. On trouve dans la formule de la 1re. remarque la valeur de $IB = x$ de 26 pieds $\frac{2}{5}$, ainſi par la 4me remarque IR ſera de 33 pieds $\frac{2}{5}$, d'où l'on trouvera le ſecteur IBE de 365 $\frac{1}{5}$, & le ſecteur IRS de 584 $\frac{1}{2}$. * Leur difference donnera 219$\frac{3}{10}$ pour la ſuperficie de l'arc $BESR$, qu'il faut multiplier par 6 pieds par la 3me remarque, pour avoir le ſolide de l'arc de la voute de 1315 $\frac{4}{5}$ pieds cubes; & ſi par la 5me remarque chaque pied cube peſe 160 liv. on aura ſon poids total de 210528. liv.

On reduira ce poids par le corollaire 3, (*art.* 17,) en diſant,

Comme le rectangle OM de... 348 pieds $\frac{12}{25}$
eſt au ſegment OBE de..... 214 pieds $\frac{16}{25}$

Ainſi le poids total de l'arc.... 210528 liv.
à ſon poids reduit de..... 129462 liv.

qu'il

* Fig. 4.

qu'il faut doubler parce que cet arc $BESR$ de 60 degrés, eſt compris deux fois dans l'arc ſurbaiſſé, ce qui donne 258924 pour la ſomme du poids reduit des deux arcs.

31. Il faut maintenant trouver le poids du grand arc $ESQSED$, on trouve le rayon KD de 53 pieds $\frac{3}{5}$, donc KQ ſera de 60 pieds $\frac{3}{5}$, d'où l'on trouvera la ſuperficie de l'arc de 418 $\frac{216}{350}$ qu'il faut multiplier par 6 pieds pour avoir ſon ſolide de 2511 $\frac{246}{250}$ pieds cubes : ſi chaque pied cube peſe 160 liv. on aura pour le poids entier de l'arc $ESQSED$ 401872 liv. qu'on reduira par cette regle.

Comme le quarré du rayon KD de..... 53 $\frac{3}{5}$
ou $TXVY$ de..... ..... 2872 $\frac{24}{25}$
eſt à la ſuperficie de l'eſpace $VXEDE$
qu'on trouvera de..... 2748 $\frac{1}{2}$

Ainſi le poids de l'arc..... 401872
à ſon poids reduit qu'on trouvera..... 384457.

Enfin il faut ajoûter ce poids avec celui des deux petits arcs de 60 degrés, pour avoir celui de tout l'arc ſurbaiſſé qu'une ferme de cintre doit porter de 643381 liv.

Calcul de la force du Cintre, 1°. pour la partie inferieure.

32. Nous avons donné aux jambes de force de ce cintre, 10 pouces ſur 12 de gros, & aux courbes 6 pieds ſur 12, ainſi la force abſolue de chaque jambe de force ſera de 864000 liv. & celle des courbes de 518400 : on portera de même que ci-deſſus, (*art.* 28,) * de A en S & en

* Fig. 6.

en *T*, la longueur prise sur l'échelle de 864000, & de *T* en *V* celle de 518400: on fera la même operation pour avoir la diagonale *MY* qu'on trouvera de 3700000, pour la force de la partie inferieure de notre grand cintre; donc, &c.

2°. *Pour la partie superieure de notre grand Cintre.*

33. Les arbalêtriers *NO* de cette partie ont 8 pouces sur 10, les décharges *LM* 10 sur 12, & les courbes 6 sur 12. Ainsi la force absolue de l'arbalêtrier est de 576000, celle de la piece de décharge de 864000; & celle des courbes de 518400. On portera, comme il a été dit, (*art.* 26,) de *O* en *T* la force absolue de l'arbalêtrier, de *T* en *S* celle de la décharge, & de *S* en *R* celle des courbes; Enfin la diagonale *OY* donnera sur l'échelle 1400000 liv. pour la force qu'on cherche. Cette force est un peu plus que double du poids que le cintre doit porter.

34. On voit par les exemples que je viens de donner sur les deux cintres que je propose, que leur force est beaucoup au-delà du poids de la voute qu'ils devroient porter, si d'ailleurs toutes choses étoient précisément les mêmes dans la pratique, que celles que nous avons établies dans nos remarques, comme la pesanteur de la pierre à 160 liv. le pied cube, &c. Mais dans quels cas qu'on puisse tomber, il sera toûjours très facile d'y appliquer notre methode: c'est ce que nous pourrions faire voir clairement par des exemples, si nous n'apprehendions de les trop multiplier & d'être obligé de joindre ici divers

divers deſſeins de cintre ſur leſquels nous aurions appliqué nos calculs. Ceux par exemple dont nous nous ſommes ſervis à la conſtruction du Pont de l'Iſle-Adam, n'ayant que deux arbalêtriers à leurs parties ſuperieures, auroient été trop foibles ſi on n'avoit mis des étayes ſous l'entrait, par le moyen de pluſieurs pieux plantés au milieu de la riviere, car je trouve que leur force étoit environ de 529000 livres, & le poids de l'arc de la voute de 613000 livres.

PROBLEME II.

Les angles de l'inclinaiſon des pieces d'un Cintre étant donnés, & leurs forces abſolues & relatives étant les mêmes qu'au Probleme precedent: Trouver la force du Cintre par le calcul trigonometrique.

* 35. Les angles CAG, CAE étant donnés avec les forces AS, AV. Il eſt clair que SX étant parallele & égale à AV, on aura dans le triangle AXS, les côtés AS, SX connus, avec l'angle GSX égal à l'angle GAV, d'où l'on trouvera la valeur de l'angle SAX & du côté AX. Soit mené RK parallele à AC qui coupera la diagonale MY en deux également & perpendiculairement au point K, les angles CAG, SAX étant connus, leur ſomme ou l'angle CAX égal à KRM ſera connu, ainſi dans le triangle rectangle KRM on aura les angles, & le côté RM égal à AX connus, d'où l'on

* Fig. 6.

l'on trouvera la longueur KM moitié de MY ou de l'expreſſion de la force du cintre.

36. On calculera la force de la partie ſuperieure de notre petit cintre, car par l'art. 29 nous avons les forces XS, XV connues (*fig.* 7) ſi les angles TNX, TLX ſont connus, leur différence ſera l'angle NXL égal à l'angle NVA, ainſi dans le triangle VXA on aura les côtés connus VX, VA, avec l'angle NVA: D'où l'on trouvera la valeur de AX & de l'angle VXA: Cela fait, on menera RK parallele à LT qui ſe trouvera perpendiculaire ſur le milieu de la diagonale MY, & ayant prolongé la ligne XVN en Q, il eſt clair que l'angle KQX ſera égal à l'angle TNX; mais l'angle VXA ou QXR étant connu, on aura la valeur de l'angle XRK: ainſi dans le triangle rectangle MKR, on aura la valeur des angles, & de l'hypothenuſe RM égale à AX, d'où l'on trouvera celle de KM moitié de MY expreſſion de la force de la partie ſuperieure du cintre.

* 37. La partie ſuperieure du cintre ſurbaiſſé eſt très aiſée à calculer, car l'angle TNO étant connu & la ligne RO par l'art. 33, on aura dans le triangle rectangle RKO le côté connu RO & l'angle KRO égal à l'angle TNO, d'où l'on trouvera la valeur de KO moitié de la diagonale OY; donc, &c.

Pre-

* Fig. 8.

Premier exemple pour le petit Cintre, 1°. pour la partie inferieure.

* 38. Soit l'angle CAG de l'inclinaiſon de la jambe de force AG de 49 degrés, & l'angle CAE de 65 degrés, leur difference ou l'angle GAE égal à l'angle GSX ſera de 16 degrés: ainſi dans le triangle SAX on aura le côté AS de 576000 liv. le côté SX ou AV de 1094400 avec l'angle compris GSX de 16°. D'où l'on trouvera le côté AX de 1655000, & l'angle SAX de 10° 30′, lequel étant ajoûté avec l'angle CAS 49°, on aura l'angle CAX égal à l'angle KRM de 59° 30′. Maintenant dans le triangle rectangle MKR on a l'hypothenuſe RM égale à AX avec l'angle KRM, on trouvera la valeur du côté MK de 1425000 liv. moitié de la force qu'on cherche.

2°. *Pour la partie ſuperieure.*

† L'angle XNT eſt de 32°, & l'angle XLT de 22°, ainſi l'angle NXL ſera de 10°, lequel eſt égal à l'angle NVA. Mais le côté XV eſt de 432000, & le côté XS ou VA de 950400, d'où l'on trouvera le côté AX égal à RZ avec l'angle VXA, lequel étant retranché de l'angle TNX donnera l'angle TIX égal à KRZ, ainſi dans le triangle rectangle KRZ on trouvera le côté KZ de 584000 moitié de la force qu'on cherche.

Se-

* Fig. 6. † Fig. 7.

Second exemple pour le cintre ſurbaiſſé, 1°. pour la partie inferieure.

* 39. L'angle *CAS* de 43° & l'angle *CAE* de 64°. Donc l'angle *SAE* égal à *GSX* ſera de 19°, le côté *AS* eſt de 864000, & le côté *AV* égal à *SX* de 1382400; ainſi l'on trouvera la valeur de *AX* de 2216000, & l'angle *SAX* de 11° 43′, ce qui donnera 56° 43′ pour l'angle *CAX* égal à l'angle *KRX:* enfin dans le triangle rectangle *RKM* on trouvera le côté *KM* de 1856000 moitié de la force qu'on cherche.

2°. *Pour la partie ſuperieure.*

L'angle *TNO* égal *KRO* eſt de 21°, & le côté *RO* eſt (*par les art.* 33 & 37,) de 1958400 liv. d'où l'on trouvera la valeur du côté *KO* de 702000 moitié de la force qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE.

On pourra par ces problemes trouver entre pluſieurs cintres donnés, celui qui ſera capable de porter un plus grand fardeau; car ayant trouvé pour chacun la derniere diagonale *MY*, ou l'expreſſion de la force reſultante du concours de celle de toutes les pieces, celui dont cette diagonale ſe trouvera la plus grande ſera évi-

* Fig. 6.

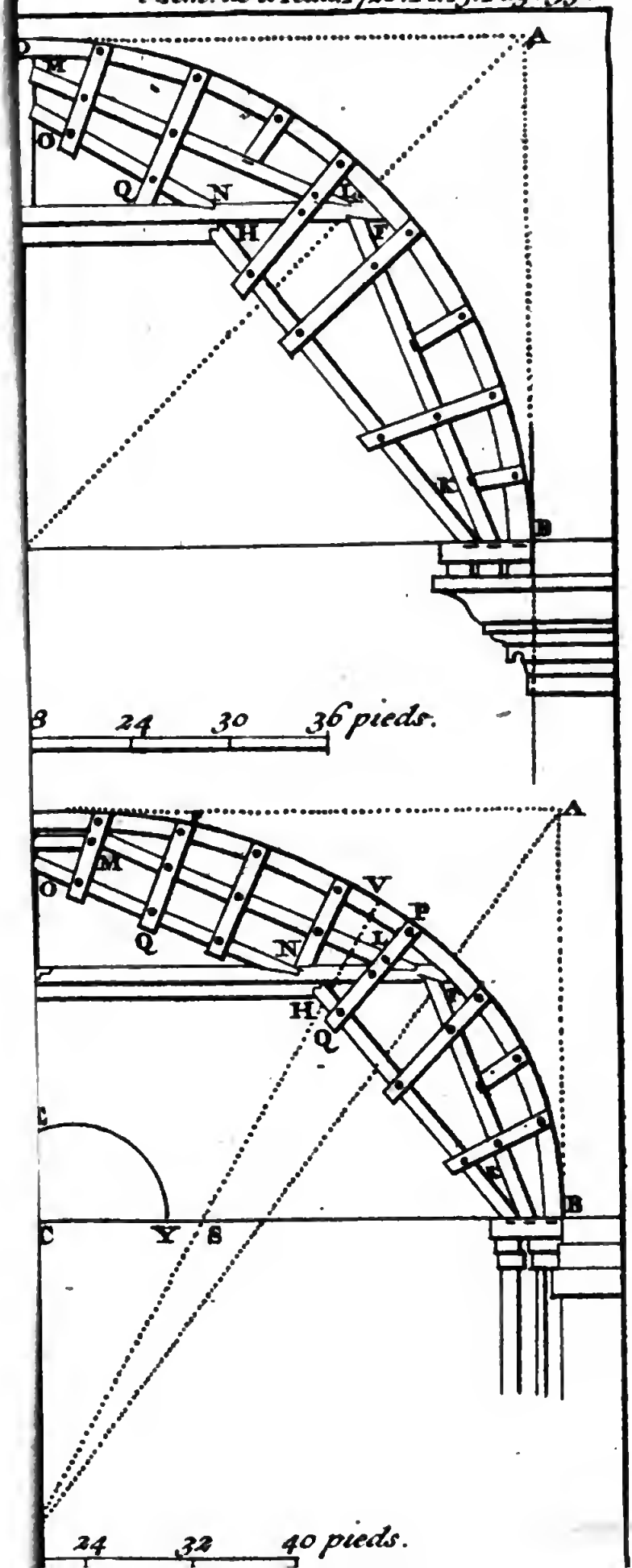
évidemment le plus fort, & par là preferable à tous les autres.

PROBLEME III.

Un Cintre étant donné avec le poids de l'Arc de la Voute qu'il doit porter, ou la force qu'il doit avoir, trouver la groſſeur qu'on doit donner à chaque piece de bois.

Pour reſoudre ce probleme on donnera, 1°. à chaque piece des valeurs telles qu'on voudra, pourvû que ces valeurs ayent entr'elles les mêmes rapporrs que celles que ces pieces doivent avoir réellement: 2°. on operera avec ces valeurs ſuppoſées comme aux problemes precedens, pour avoir la valeur de la diagonale MY relative à celles qu'on a donné à chaque piece: 3°. enſuite on fera ces proportions comme la valeur relative de la diagonale MY, eſt à celle qu'on a donné à une des pieces, ainſi la force ou le poids donné que le cintre doit porter, ſera au poids ou à la force que cette même piece doit avoir: 4°. ayant fait cette proportion pour chaque piece, on aura leurs forces abſolues, lorſque le cintre donné ſera tel qu'on puiſſe prendre les forces abſolues des pieces; mais ſi ce même cintre donné eſt diſpoſé de telle ſorte qu'on ne puiſſe prendre que les forces reduites, on regardera les valeurs qu'on aura trouvées pour chaque piece, comme des forces reduites qu'on reduira en forces abſolues par les regles de la reſiſtance des ſolides, pour les diviſer enfin par 50 livres pour avoir la ſuperficie en lignes quarrées de la baſe de chaque piece.

OB-


A
M
O
Q
N
H
F
E
B
8 24 30 36 pieds.
A
M
O
V
P
Q
N
H
Q
E
B
C
Y
8
24 32 40 pieds.

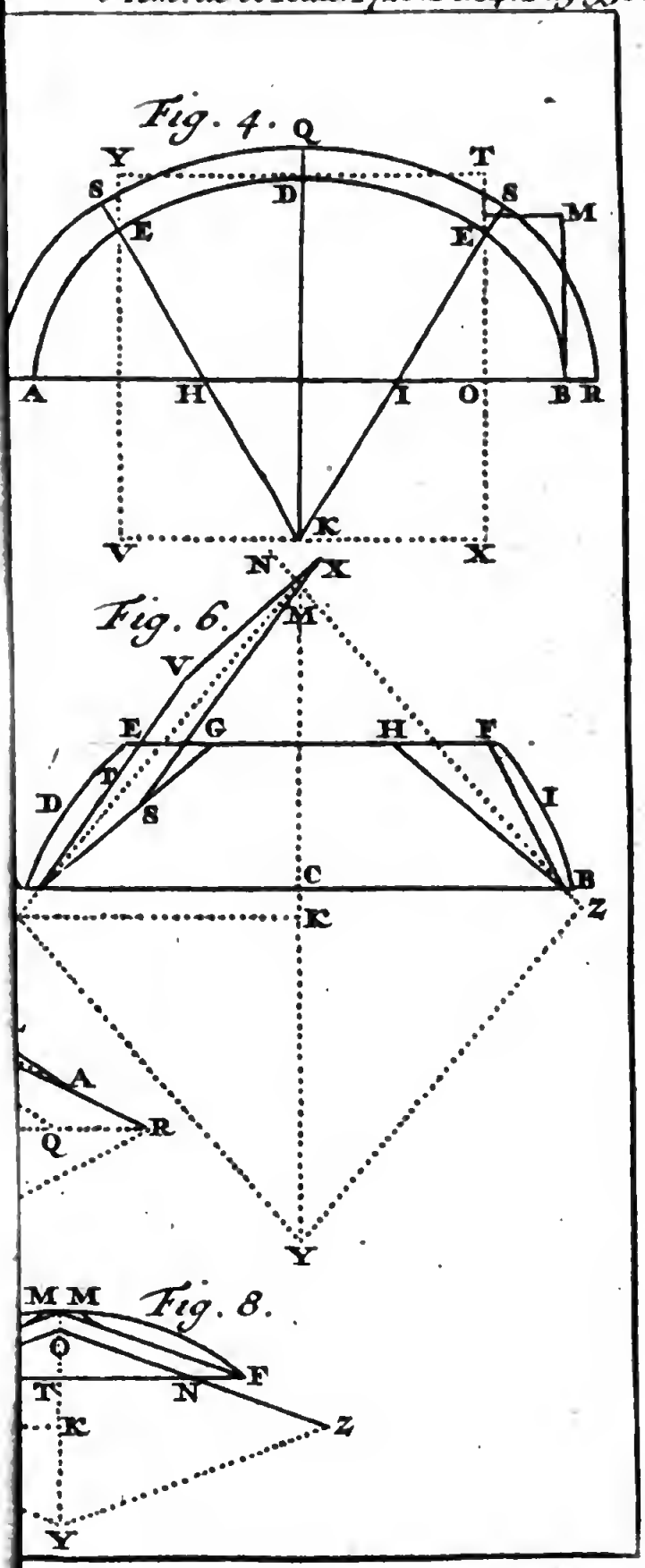


Fig. 4.
Q
Y
T
S
D
S
M
E
E
A
H
I
O
B
R
K
V
N
X
Fig. 6.
M
V
E
G
H
F
D
D
S
I
C
B
K
Z
A
R
Q
Y
M M
Fig. 8.
Q
F
T
N
K
Z
Y

OBSERVATIONS

Faites à Pekin, & comparées avec celles qui ont été faites à Paris.

Par M. MARALDI.

LEs RR. PP. Gaubil & Jacques, Jeſuites François qui ſont à Pekin, nous ont envoyé pluſieurs obſervations qu'ils y ont faites, & qui nous ont été communiquées par le R. P. Souciet. Parmi ces obſervations il y en a pluſieurs des Eclipſes des Satellites de Jupiter, de conjonctions de Venus & de Jupiter avec des étoiles fixes, de la Comete qui parut en 1723, & de la derniere éclipſe de Lune du mois d'Octobre 1725.

Voici ce que contient le Memoire qui regarde les obſervations de la Comete de 1723.

Les Chinois commis pour veiller à la Tour du tribunal des Mathematiques, apperçûrent pour la premiere fois la Comete le 11 Octobre un peu avant 4 heures du matin; elle étoit ſituée entre le Navire & le grand Chien, un peu au deſſus de l'etoile marquée *g* par Bayer dans la poupe d'Argo; elle avoit une queue fort longue tournée au Nord-oueſt; elle paſſa par le meridien à 5^h $15'$ du matin, ſa hauteur meridienne étant de 11°.

Le 12 elle s'étoit beaucoup avancée vers le Sud-oueſt, ayant paru au-deſſous des étoiles de

la Colombe; elle paſſa par le meridien à 4h 30′ du matin, ſa hauteur meridienne étant de 4° 30′. Elle parcourut enſuite d'un cours fort precipité la partie du Sud.

Le 17 du même mois elle reparut le ſoir au-deſſus du Capricorne, on obſerva vers les 7h du ſoir ſa longitude au 12°. degré d'Aquarius, avec une latitude meridionale de 12. 50. °

Le 18 il y eût des nuages. Le 19 vers les 7h du ſoir elle fut obſervée ſous l'écliptique au 8°. 49′ d'Aquarius. Les jours ſuivans on l'obſerva à l'œil dans la maiſon des Jeſuites François ſur les 8h du ſoir, & on ſe ſervit de la méthode que donne le P. Pardies, qui eſt d'examiner les étoiles voiſines & de voir le rapport qu'elles ont avec la Comete. C'eſt pour cela que pour faire une petite Carte de ſon cours, on n'a fait que copier l'endroit correſpondant de la Carte de Pardies, ſur laquelle on a marqué jour par jour le lieu de la Comete; ainſi pour avoir la vraye longitude il faut ajoûter le mouvement que les étoiles fixes ont fait depuis que les Cartes ont été conſtruites. Cette Carte contient la ſituation de la Comete depuis le 17 Octobre juſqu'au 4 Novembre, qui eſt la derniere qui eſt marquée ſur la Carte.

Un autre Memoire qui a été communiqué à l'Académie par M. Deliſle, & qui avoit été envoyé par le R. P. Kegler Preſident des Mathematiques à Pekin par la voye d'Allemagne, rapporte que le 11 au matin la Comete étoit au-deſſus des pattes poſterieures du grand Chien un peu au-deſſus de la luiſante qui eſt dans la poupe du Navire qui eſt plus boreale que Canopus, elle paroiſſoit comme les étoiles de la 3e. gran-

grandeur, & avoit une queue tournée vers l'Occident boreal, qui occupoit un eſpace du ciel d'environ 4 degrés. Il marque encore, qu'à 5^h du matin lorſqu'elle paſſoit par le meridien, ſa hauteur meridienne étoit de 11 degrés.

Le 12 à 4^h 30′ du matin à ſon paſſage par le meridien, ſa hauteur meridienne étoit de 4°. 38′, & par le moyen d'une armille zodiacale on détermina la ſituation de la Comete au 25°. des Jumeaux avec une latitude auſtrale de 68°. 56′. & enfin que le 17 au ſoir on détermina de la même maniere que le jour précédent la ſituation de la Comete au 12°. d'Aquarius avec une latitude auſtrale de 12°. 50′.

Il paroît par ces obſervations que la Comete a été vûe deux jours de ſuite le matin, c'eſt-à-dire le 11 & le 12 Octobre, & que le 13 du même mois elle s'étoit plongée ſous l'horizon: on l'a vû reparoître le ſoir du 17 étant remontée au-deſſus de l'horizon. Ces obſervations ſont conformes à la remarque que nous avions faite dans le Memoire que nous donnâmes ſur cette Comete, & que nous avions tirée de ſa Theorie, où nous avons dit qu'elle auroit pû être obſervée le matin dans les mois de Septembre & d'Octobre, & qu'enſuite elle devoit ſe cacher ſous l'horizon dans tous les païs qui ont la hauteur du pole plus grande que 30 degrés; & après avoir été cachée plus ou moins de jours à proportion que ces païs ſont plus ſeptentrionnaux que 30 degrés de latitude, qu'elle devoit reparoître le ſoir.

La même Theorie nous fait connoître qu'on l'auroit pû voir à Pekin le ſoir du 15. Car ce jour-là la Comete étant éloignée du Perigée de

29 à 30 degrés, elle devoit avoir une déclinaiſon meridionale de 44 degrés, & comme le complément de la hauteur du Pole de Pekin eſt de 50 degrés, il ſuit qu'elle devoit être élevée de 6 degrés ſur l'horizon à ſon paſſage par le meridien le ſoir du 15: mais on ne l'a vûe que le 17, ſoit que les nuages & les vapeurs ayent empêché de l'obſerver plutôt, ſoit que les Obſervateurs ne s'attendiſſent pas qu'elle dût reparoître après s'être plongée dans l'horizon.

Nous avons calculé les deux obſervations faites par les Obſervateurs Chinois le 11 & le 12 Octobre. Par la premiere on trouve la longitude de la Comete au 7°. 25′ du Cancer & avec une latitude meridionale de 62° 33′, & par la ſeconde faite le 12 on calcule ſa longitude au 18°. 20′ des Jumeaux avec une latitude meridionale de 69°. 2′. Mais par une armille zodiacale on détermina le même jour du 12 à Pekin la longitude de la Comete au 25°. des Jumeaux avec une latitude meridionale de 68°. 50′, d'où il reſulte qu'entre l'obſervation faite le même jour par l'armille zodiacale & celle que les Aſtronomes Chinois ont faite au meridien, il y a une différence de 6°. 30′ en la longitude, & une différence de 12′ en la latitude. Ce qui donne lieu de croire que les obſervations faites au meridien par les Obſervateurs Chinois ne ſont pas exactes, & qu'ainſi on ne peut pas conclure de ces deux obſervations le mouvement que la Comete a fait dans ſon orbite. Auſſi dans un de ces Memoires on ne marqua point le 11 Octobre les minutes du paſſage de la Comete par le meridien, & il rapporte ſeulement qu'à 5 heures lorſque la Comete étoit

toit au meridien, la hauteur meridienne étoit de 11 degrés.

Obſervations des Eclipſes des Satellites de Jupiter faites à Pekin.

Nous avons encore reçû de Pekin pluſieurs obſervations des Eclipſes des Satellites de Jupiter, faites par le P. Kegler Preſident des Mathematiques, & les PP. Gaubil & Jacques Jeſuites François qui ont reglé l'horloge par des hauteurs correſpondantes obſervées le matin & le ſoir. Cette methode eſt plus exacte que celle de la regler par des hauteurs des étoiles, ou par l'obſervation du paſſage des étoiles par le meridien, parce que la premiere methode eſt plus immediate, & ne ſuppoſe d'autres principes que l'équation qu'il faut faire à la pendule, cauſée par la variation de la déclinaiſon du Soleil, dans laquelle les différentes hypotheſes du mouvement du Soleil ne peuvent cauſer aucune différence ſenſible, au lieu que la ſeconde méthode ſuppoſe l'aſcenſion droite du Soleil & celle des étoiles bien déterminées. Elle demande de plus, que l'inſtrument donne les hauteurs exactement quand on calcule l'heure par les hauteurs des étoiles, ou qu'on ſache préciſément la ſituation du meridien quand on calcule l'heure par l'obſervation du paſſage des étoiles par le meridien, tous principes que la premiere methode ne demande point. Comme la différence des meridiens entre Paris & Pekin eſt plus de 7 heures & demie, il arrive rarement qu'on puiſſe obſerver de part & d'autre la même éclipſe, parce que ſouvent quand elle arrive à Pekin de

nuit, il eſt encore jour à Paris, & reciproquement quand elle arrive de nuit à Paris, il eſt jour à Pekin; c'eſt pourquoi quand une éclipſe du Satellite obſervée à Pekin n'a pu l'être à Paris, on la trouve par les obſervations les plus prochaines faites à Paris, ayant égard aux corrections neceſſaires. On compare cette éclipſe ainſi calculée pour le meridien de Paris avec l'obſervation faite à Pekin, d'où l'on tire la différence des meridiens preſque avec la même préciſion que ſi la même éclipſe avoit été obſervée de part & d'autre.

C'eſt une methode que feu M. Caſſini a propoſée, & qui ſe pratique depuis longtems, après qu'on a été aſſûré de ſa préciſion par des experiences, outre qu'elle eſt évidente par elle-même. C'eſt de cette maiere que nous avons conclu la différence des Meridiens entre Paris & Pekin par les obſervations ſuivantes.

L'an 1724 le 28 Août on obſerva l'émerſion du premier Satellite de Jupiter à Pekin à 10h 33′ 0″ du ſoir, à Paris, par le calcul elle arriva à 2h 55′ 37″ après midi, donc la différence des meridiens eſt..... 7h 37′ 23″.

Le 6 Septembre émerſion du premier Satellite de Jupiter à Pekin..... 7 2 30

Cette éclipſe arriva à Paris le matin du 6 à..... 11 25 23

qui étoit près de midi. Donc difference des meridiens..... 7h 37′ 7″.

Le 20. Septembre à Pekin émerſion du premier Satellite à..... 10 56 4

A Paris par le calcul..... 3 17 21

Donc

Donc différence des meridiens....	7	38	43
Le 29. Septembre émerſion obſervée à Pekin à.....	7	22	30
A Paris par le calcul le matin du 28.....	11	44	28
Donc différence des meridiens.....	7	37	52
Le 6. Octobre à Pekin émerſion du premier Satellite de Jupiter à.....	9	18	10
A Paris par le calcul.....	1	41	20
Donc différence des meridiens....	7	36	50

Ces obſervations ont été faites à Pekin avec une lunette de 12 pieds, au lieu que les nôtres ont été faites avec une lunette de 17, c'eſt pourquoi il faut ôter 15 ou 20″ à la différence des meridiens qui en reſulte, pour avoir la différence telle qu'elle reſulteroit par des obſervations faites avec des lunettes d'une égale longueur.

Obſervations des Eclipſes des Satellites de Jupiter, faites en 1725.

L'an 1725. le 8 Août, on obſerva l'immerſion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter à Pekin, à..... 11h 27′ 20″.

A Paris par le calcul corrigé elle arriva à.....	3h	51′	28
Donc différence des meridiens...	7	35	52

Cette immerſion ayant été obſervée à Pekin avec une lunette de 12 pieds, aura été vûe 15 ou 20′ plutôt que par une lunette de 17

pieds, c'eſt pourquoi il faut les ajoûter à cette différence & elle reſultera de.....	7h	36′	12″.
Le 18 Octobre émerſion du premier Satellite de Jupiter à Pekin....	9	6	23
Par le cacul tiré d'une obſervation faite le 16 à Marſeille le 18....	1	42	6
Différence des meridiens entre Marſeille & Pekin.....	7	24	14
Mais la différence des meridiens entre Paris & Marſeille eſt...		12	30
Donc différence des meridiens entre Paris & Pekin ſera.....	7	36	44
Le 13 Octobre émerſion du ſecond Satellite de Jupiter à Pekin à.	6	26	0
A Paris par le calcul corrigé par une obſervation du 9 Octobre à....	11	49	24

du matin qui eſt près de midi du 13.

Donc différence des meridiens....	7	36	36

Ces émerſions ayant été obſervées avec une lunette de 12 pieds, ont été vûes plus tard que par une lunette de 18 pieds, c'eſt pourquoi il faut retrancher 16 ſecondes de la différence des meridiens trouvée par ces émerſions, & on aura une différence des meridiens moyenne entre la plus grande & la plus petite de 7h 36′ 20″.

SUR

SUR LE SON QUE REND LE PLOMB EN QUELQUES CIRCONSTANCES.

Par M. DE REAUMUR. *

ON ne ſait rien de mieux pour faire entendre qu'un corps n'eſt point ſonore, que de dire qu'il ſonne comme du Plomb; cela eſt paſſé en proverbe. Cependant M. Lemeri remarqua qu'un culot de ce métal, qu'il avoit eû après une certaine operation, étoit fort ſonore; ce fait, qu'il me fit l'amitié de m'apprendre, me parut ſingulier, je n'avois jamais trouvé que du Plomb bien ſourd; je l'excitai à faire voir bientôt à l'Académie le morceau de ce métal, qui avoit une propricté ſi nouvelle; il le lui montra quelque tems après, nous y fumes tous ſurpris des ſons clairs & aigus qu'il rendoit, lorſqu'il étoit frappé.

M. Lemeri n'avoit point eû occaſion de repeter l'experience qui lui avoit donné ce plomb remarquable, d'en examiner les circonſtances; après nous avoir convaincu du fait, il nous promit de le ſuivre, & d'en chercher la cauſe; il l'auroit certainement bientôt apperçûe, de plus difficiles à découvrir ne lui échaperoient pas. Mais le hazard a voulu qu'elle ſe ſoit preſentée à moi ſans que j'aye eû preſque la peine de la chercher. Le phénomene ſur ſon ſimple ex-

* 21. Août 1726.

expoſé eſt ſingulier ; mais ce qui peut-être ne le paroîtra pas moins, c'eſt qu'il ſoit commun, qu'on ait eû mille & mille fois du plomb ſonnant, & qu'on ne ſache point qu'on en ait obſervé de tel.

Cette proprieté n'eſt point dûe à quelque operation particuliere; on la trouve à tout plomb, qui après la fuſion a pris une certaine forme, & une forme qu'il eſt très ordinaire de lui donner. Communément on le fait fondre dans des cuilliers de fer; il eſt rare qu'on verſe dans les moules préciſément tout ce qui étoit dans la cuillier, on y laiſſe figer ce qu'on y avoit mis de trop; or le culot qui reſte alors eſt preſque toûjours un culot ſonore.

Sa figure approche de celle d'un ſegment de ſphere ou de ſpheroïde elliptique; c'eſt une eſpece de lentille plane d'un côté & convexe de l'autre. Du reſte on imagine aſſés que des cuilliers de fer ſont fort irregulieres. D'autres cauſes encore, auxquelles il eſt inutile de s'arrêter, augmentent ſouvent cette irregularité; auſſi la circonference du culot n'a j'amais une courbure bien uniforme, la plus grande épaiſſeur de ce culot ſe trouve rarement vers ſon milieu, & ne diminue jamais en d'égales proportions en approchant des bords. Malgré tant d'irregularités, j'ai preſque toûjours trouvé ces ſortes de culots très ſonores. Ceux ſur leſquels j'a fait le plus d'eſſais, avoient environ trois pouces dans leur plus grand diametre, & environ 4 à 5 lignes dans leur plus grande épaiſſeur.

Il y a ſans doute des proportions entre leur épaiſſeur & leur diametre, qui les rendent le plus

plus ſonore qu'il eſt poſſible. Je n'ai point cherché à les déterminer. Il ſera aſſés tems de le faire quand on aura beſoin de ſuivre ceci davantage, par rapport à des vûes ſoit de Phyſique, ſoit de pratique, & il ſera facile de parvenir à ces proportions en faiſant faire des modeles de terre, où elles ſeront très variées: on moulera le plomb en ſable ſur ces modeles, cette operation ne produira pas de changement dans le métal par rapport au ſon. J'en ai jetté dans des moules de ſable, où je lui ai fait prendre la forme des culots dont je viens de parler, & alors il a donné des ſons aigus, comme s'il ſe fût figé dans la cuillier de fer.

Je ne ſai ſi on découvrira quelqu'autre figure ſous laquelle il ait cette proprieté au même point, c'eſt encore matiere à eſſais; mais je ſai que quand je lui ai fait prendre celle d'une lentille convexe des deux côtés, il a toûjours été très ſourd: peut-être y a-t-il dans cette derniere figure des proportions entre l'épaiſſeur & le diametre qui le rendroient ſonore, & qui ne ſont pas de celles que j'ai eſſayées.

J'ai pourtant trouvé au plomb des formes différentes de celles de nos premieres, comme celles de diſques aſſés épais, qui ont rendu des ſons, mais moins clairs & moins aigus que ceux des morceaux en lentilles planes d'un côté & convexes de l'autre.

Il arrive que le culot qu'on vient de tirer de la cuillier ne donne point de ſon dans deux cas, ſavoir quand il eſt couvert de craſſe, & quand ſes bords ſont extrêmement minces ſur une étendue de quelques lignes. Il n'y aura nulle craſſe ſur le culot, ſi on a ſoin d'écumer le

plomb avant qu'il ſe fige ; & ſi on ratiſſe celui ſur lequel on laiſſé dépoſer & figer la craſſe, juſques à ce qu'elle ſoit emportée, on le remet dans l'état de celui qui a été bien écumé. Lorſque les bords ſont trop minces, qu'ils n'ont que l'épaiſſeur d'une feuille de papier, on n'a qu'à les ébarber. Le point où on aura aſſés emporté, eſt aiſé à reconnoître, car il n'y a qu'à eſſayer ſi le ſon du culot augmente à meſure qu'on lui ôte de ſes bords. Pour bien faire ces petites épreuves on poſera le morceau de plomb en équilibre ſur le bout d'un de ſes doigts, & on le frappera avec une clef ou avec quelqu'autre corps dur, même avec d'autre plomb.

C'eſt donc une certaine forme qui met le plomb en état d'être ſonore, elle eſt cauſe que malgré la molleſſe de ſes parties, il s'y fait des vibrations aſſés promptes. La forme ſeule pourtant n'y ſuffit pas ; il eſt remarquable qu'on ne peut en attendre cet effet, que lorſque c'eſt la fuſion qui l'a donnée, au moins en partie. J'ai fait façonner à coups de marteaux des morceaux de plomb, comme le ſont les culots de nos cuilliers, ils n'ont pas plus ſonné que le plomb ordinaire ; la figure exterieure eſt neceſſaire, mais elle ſuppoſe une diſpoſition des parties interieures que le marteau ne donne pas, & même qu'il ôte. J'ai rendu plus ſourds des culots ſonores après les avoir frappés, & même les ayant ſimplement porté dans ma poche avec des clefs ou avec d'autres corps durs.

Dans les Memoires de 1724 j'ai rapporté des obſervations ſur l'arrangement que prennent

nent les parties de metaux en ſe figeant. J'ai fait voir qu'il s'y forme des eſpeces de fibres, arrangées dans un certain ordre, qui eſt celui dans lequel s'eſt fait le refroidiſſement, & j'ai montré la maniere de voir ces fibres dans le plomb: mon penchant me portoit à croire que c'étoit à l'arrangement de cette eſpece de fibres que nos culots devoient leur proprieté d'être ſonores; mais pour vérifier cette idée, il falloit que le culot de plomb ne fût plus ſonore dès que cet arrangement auroit été troublé. Pendant que du plomb étoit fondu dans une cuillier, je l'ai fait agiter à un point tel qu'il y avoit continuellement de petits flots ſur ſa ſurface, & cela juſqu'à ce qu'il fût figé. J'ai laiſſé en repos la cuillier, où d'autre plomb étoit fondu, mais j'ai promené dans le plomb un fil de fer rouge avec lequel je coupois les fibres à meſure qu'elles ſe formoient. Dans ces deux circonſtances les fibres devoient être diſpoſées de toute autre façon que dans le plomb qu'on a laiſſé refroidir paiſiblement; les culots n'en ont pourtant été guere moins ſonores.

Ce n'eſt donc pas préciſément à la diſpoſition des fibres, qui ſe forment pendant le refroidiſſement, qu'il faut attribuer ce phénomene. Chacune de ces fibres eſt compoſée de grains: ces grains ſont ſi ſenſibles dans un morceau de plomb qui a été caſſé chaud, comme je l'ai fait obſerver ailleurs, que la caſſure paroît ſemblable à celle de l'acier trempé: c'eſt probablement à la figure de ces grains, & à la maniere dont ils ſe touchent,

qu'eſt dûe la qualité d'être ſonore qu'a le plomb qui a été fondu, & qui manque à celui qui a été forgé. Les coups de marteau ne changent pas ſeulement l'arrangement des fibres, ils changent ſans doute la figure des grains; de ronds qu'ils étoient ils les rendent plats, ils les obligent à s'allonger, & à remplir les intervalles que les autres laiſſoient entr'eux. Alors les tremouſſemens, les vibrations particulieres de chaque grain, ne ſe font plus avec la même liberté; & de-là vient que quelque forme qu'ait du plomb forgé, il n'eſt plus ſonore; les grains ſe meuvent avec plus de liberté, lorſqu'ils ont la figure & la place que la fuſion leur a données; ils ne peuvent pourtant compoſer une maſſe ſonore, que lorſque leur figure & leur poſition ſont telles que leurs vibrations peuvent ſe faire ſans ſe troubler, & qu'elles peuvent même s'entr'aider. Et c'eſt ce qui ſe rencontre dans la forme de nos culots. Nous n'en pourrions pourtant examiner les cauſes, ſans nous jetter bien avant dans la theorie des ſons.

Au reſte ces ſpeculations qui ne ſemblent que curieuſes, peuvent avoir leur uſage. Je crois bien que quelque forme qu'on donne au plomb, qu'on ne l'employera jamais pour lui faire rendre du ſon, pour tenir lieu de cloches ou de timbres: mais il nous invite à rechercher, ſi on ne tireroit pas plus de ſon, & des ſons plus clairs, des métaux ou des compoſitions métalliques dont on fait journellement les cloches & les timbres, ſi on leur faiſoit prendre des figures approchantes de celles qui rendent le plomb ſonnant: il

eſt

eſt très vrai-ſemblable qu'une figure qui met en état de rendre des ſons une matiere qui ſous toute autre figure n'en donneroit point ou preſque point, rendroit extrêmement ſonores les matieres qui le ſont ſous toutes les formes. C'eſt pourtant aux experiences à décider ici, comme par-tout ailleurs, ſi le vrai-ſemblable eſt vrai.

On a fait apparemment des chaudrons, des pots, des gobelets de métal, avant d'en faire des Cloches; & comme on a entendu reſonner ces vaſes lorſqu'ils étoient frappés, quand on a ſongé à faire des inſtrumens propres à ſe faire entendre à une grande diſtance, on a jugé qu'il convenoit de les compoſer de métal, & de lui faire prendre des formes approchantes de celles ſous leſquelles on l'avoit reconnu ſonore. On a donc imaginé de faire des vaſes uniquement deſtinés à rendre des ſons. On a tâté les proportions qui leur convenoient le mieux, & on s'en eſt tenu à celles qu'ont aujourd'hui nos Cloches. Si on eût eû autant d'occaſion de mouler des morceaux de métal en forme de ſegment de ſphere, & d'en faire uſage, peut-être les Cloches ſeroient aujourd'hui tout autrement faites qu'elles le ſont.

Il eſt vrai que dans la figure des Cloches on a une maniere bien facile & bien commode de ſuſpendre le battant; mais on a donné cette figure, ou une très approchante, aux timbres qui ne doivent point avoir de battans ſemblables à ceux des Cloches. On eſt curieux en horlogerie d'avoir des timbres bien ſonnans, on a cherché juſqu'ici les compoſi-

tions

tions qui y ſont les plus propres : celle dont on ſe ſert à Blois en fait d'excellens, & paſſe pour un ſecret. Il reſte à preſent à rechercher, ſi on ne les perfectionneroit pas encore en tentant de leur donner d'autres figures qui tinſſent de celles de nos culots de plomb.

Ce métal néanmoins étant fondu en forme de Cloche, eſt ſonore ; mais ſes ſons ne ſont pas auſſi aigus que ceux qu'il fait entendre étant en forme de lentille. On peut cependant parvenir à faire des Cloches de plomb qui ſonnent paſſablement : pour cela il faut tenir la calotte de la Cloche aſſés épaiſſe ; elle tient lieu alors de la partie la plus élevée du culot lenticulaire. Depuis cette calotte juſqu'au bord, l'épaiſſeur m'a paru devoir aller en diminuant. Si on étoit parvenu à bien déterminer les proportions de cette diminution, on auroit peut-être des Cloches de plomb bien ſonnantes, mais qui ne ſeroient pas de longue durée. Au reſte ce qu'on doit tirer de ce Memoire comme la remarque principale, c'eſt que le plomb ſimplement fondu, a de la diſpoſition à rendre des ſons ; mais qu'on la lui fait perdre dès qu'on vient à le frapper trop, à l'étendre avec le marteau ; & qu'une certaine forme eſt plus propre que les autres à rendre aigus & clairs les ſons de ce métal.

SUR

* SUR LA LONGITUDE DE L'EMBOUCHURE DE LA RIVIERE SAINT LOUIS, NOMMÉE COMMUNÉMENT LE FLEUVE MISISSIPI.

Par M. DELISLE.

ON ſait que la longitude d'une place eſt ſa diſtance au premier meridien; cependant je me contenterai aujourd'hui d'établir la différence des meridiens du Miſiſſipi à Paris, parce que c'eſt au meridien de Paris que l'on a accoûtumé de rapporter les autres meridiens de la terre, cette Ville étant le lieu où l'on a fait le plus d'obſervations, & d'obſervations ſur leſquelles on puiſſe compter.

J'avouerai naturellement que je n'ai point d'obſervation immediate qui puiſſe établir la différence des meridiens entre l'embouchure du Miſiſſipi & Paris, quoi-que le R. P. Laval Jeſuite, envoyé par le Roi dans la Louiſian-

* *Ce Memoire a été lû dès l'année* 1723, *mais on n'a pas cru qu'il convenoit de le faire paroître avant que l'Obſervation qu'il attaque eût été imprimée, & elle ne l'a été que depuis peu.*

† 28 Août 1723.

ſianne pour y faire des obſervations utiles à la navigation, ait obſervé à l'Iſle Dauphine l'émerſion du premier Satellite de Jupiter du 24 Juillet 1720.

Par les circonſtances que M. Caſſini a rapportées de cette obſervation, & ſuivant le reſultat des deux différentes comparaiſons qu'il en a faites avec l'émerſion ſuivante obſervée à Paris, la différence des meridiens entre Paris & cette Iſle ſe trouve de 103 degrés quelques minutes, plus grande de 4 degrés qu'elle n'eſt marquée par Pitergos, de 6 degrés $\frac{1}{2}$ qu'elle n'eſt dans Vankeulen, enfin plus grande de 11 degrés qu'elle n'eſt marquée dans mes deux Cartes de l'Amerique & de la Louiſianne, ce qui fait ſous ce parallele une différence de 200 lieues, dont l'obſervation du P. Laval éloigne davantage l'embouchure du Miſiſſipi vers l'Occident, que je n'ai fait dans mes Cartes.

La plus grande partie de la différence entre le P. Laval & moi, tombe ſur la traverſe du Golfe du Mexique depuis le Cap St. Antoine dans l'Iſle de Cuba, juſqu'à l'Iſle Dauphine. Ce Cap eſt la derniere terre que nos Vaiſſeaux reconnoiſſent en allant à la Louiſianne; le P. Laval met 11 degrés en longitude entre ces deux terres dans la Carte de ſa route qu'il a preſentée à l'Académie; je ne mets dans mes Cartes que 4 degrés 10 minutes; ainſi la différence entre lui & moi eſt de 7 degrés moins 10 minutes ſur 11 pour cette ſeule diſtance.

La Carte du P. Laval ne peut pas, ce me ſemble, autoriſer la longitude du Miſiſſipi qui re-

reſulte de ſon obſervation, car elle paroît aſſujettie à l'obſervation même.

Au contraire par les Journaux que nos Navigateurs ont faits, depuis 25 ans qu'ils frequentent ces mers, entr'autres par le Journal de M. d'Iberville Capitaine de Vaiſſeau, à qui nous devons la découverte du païs, & le premier établiſſement de la Colonie en 1698, & par celui du Pilote qui a conduit M. Beſnard en 1718: Par ces Journaux l'on voit que le Nord-Nord-Oueſt eſt le rumb de vent que nos Vaiſſeaux ſuivent pour faire cette traverſée depuis le Cap S. Antoine juſqu'aux premieres terres de la Louiſianne qu'ils reconnoiſſent, & que ces terres ſont l'Iſle de Ste. Roſe & Penſacola, toutes deux 15 lieues à l'Eſt de l'Iſle Dauphine.

Ce rumb de vent joint à la latitude du Cap S. Antoine de 22 degrés 50 minutes & à celle de Penſacola de 30 degrés $\frac{1}{2}$, donne par la Loxodromie 3 degrés 20 minutes pour la différence des meridiens du Cap St. Antoine & de Penſacola, auxquels ajoûtant 50 minutes pour les 15 lieues de Penſacola à l'Iſle Dauphine, on aura la difference des meridiens du Cap St. Antoine à l'Iſle Dauphine de 4 degrés 10 minutes ſeulement, au lieu de 11 que le P. Laval met dans ſa Carte.

Si ces 11 degrés étoient la veritable différence de ces meridiens au lieu du Nord-Nord-Oueſt, le rumb de vent qui conduit du Cap St. Antoine à l'Iſle Dauphine, ſeroit le Nord-Oueſt Quart-d'Oueſt, différent de 3 rumbs entiers, ou de 38 degrés $\frac{3}{4}$ de celui que les Pilotes ſuivent.

L'on

L'on ne peut pas objecter à cela que ces Marins peuvent être trompés par la variation de l'aiguille; car par la table des variations obſervées par le P. Laval, & envoyées à S. A. S. Monſeigneur le Comte de Toulouſe, la variation n'eſt que depuis 2 juſqu'à 4 degrés dans ce parage; encore cette variation eſt-elle Nord-Eſt, ce qui donneroit encore moins de différence en longitude, ſi les Pilotes l'ignoroient ou la negligeoient. Cela ſe peut encore verifier par la même table du P. Laval, où l'on a marqué les longitudes & les latitudes eſtimées de cette route; car on y reconnoît ſenſiblement, que la différence en longitude entre le Cap St. Antoine & l'Iſle Dauphine ne doit pas être fort grande, & que le Nord-Nord-Oueſt eſt le rumb de vent general qui conduit de l'une à l'autre de ces deux places.

L'Iſle de Cuba s'étend de l'Occident à l'Orient depuis le Cap St. Antoine, dont je viens de parler, juſqu'à la pointe de Mayeſi. Herrera, le plus eſtimé des Auteurs qui ont décrit les Indes Occidentales, dit que la longueur de cette Iſle eſt de 230 lieues Eſpagnoles; ces 230 lieues, qui ſont de 17½ au degré d'un grand cercle, en font 250 Françoiſes de 20 au degré, & cette diſtance generale eſt la même qui reſulte des diſtances particulieres dont conviennent tous les routiers de mer, ce qui joint aux latitudes de 21 degrés 50 minutes pour le Cap St. Antoine, & de 20 degrés 15 minutes pour la pointe de Mayeſi, donne par la Loxodromie 12 degrés 15 minutes en longitude entre ces deux pointes

tes de l'Iſle de Cuba. Il n'y a, par ces mêmes routiers, que 12 lieues à l'Eſt depuis cette pointe de Mayeſi qui eſt l'Orientale juſqu'au Cap St. Nicolas de St. Domingue, de là 13 lieues plus en Orient juſqu'au Port de Paix, & 15 autres lieues par le même rumb juſqu'à la Ville du Cap, principal établiſſement de nos François à St. Domingue.

C'eſt ſur ces mêmes diſtances que j'ai reglé la longueur & la largeur de l'Iſle de St. Domingue, auſſi-bien que la ſituation du Port de Paix & de la Ville du Cap, après avoir encore rafiné ſur ces mêmes diſtances par les comparaiſons que j'en ai faites avec les arpentages que j'ai de toutes les poſſeſſions des François ſur ces côtes.

Les diſtances de St. Domingue à la Jamaïque en Occident, & en Orient à Porto-Rico & à l'Iſle des Vierges, ces diſtances rapportées par nos routiers, jointes avec deux Obſervations Aſtronomiques faites au Port Royal dans l'Iſle de la Jamaïque & à l'Iſle des Vierges, & rapportées dans les Tranſactions philoſophiques, m'ont enfin donné lieu de fixer la longitude du Cap, que j'ai marquée à l'Occident de Paris de 73 degrés 35 minutes; & c'eſt ce qui m'a conduit à celle du Miſiſſipi par le chemin que je viens de décrire.

Pour m'en aſſûrer davantage j'ai employé de même la ſuite de ces diſtances, & elles m'ont conduit avec la même ſûreté & ſans contradiction, juſqu'à la Martinique, où l'Académie a fait des obſervations qui nous en aſſûrent parfaitement la longitude.

Ce ſont là les raiſons que j'ai eûes pour aſſi-

aſſigner dans mes Cartes ces différences de meridiens des lieux ſpecifiés ci-deſſus ; ce ſont ces mêmes raiſons qui ont fait que je n'ai eû aucun égard pour l'obſervation faite par le P. Boutin au Port de Paix à 15 lieues du Cap, rapportée dans les Memoires de 1706. dont les deux différens reſultats étoient éloignés de mon eſtime pour cette longitude, l'une de 6 degrés par excès, & l'autre de 4 par défaut. J'ai la ſatisfaction de trouver aujourd'hui mon eſtime ſur ce dernier lieu, confirmée à 5 minutes près par l'obſervation du P. Laval, faite à la Ville du Cap à 15 lieues du Port de Paix ; mais je ſuis obligé d'oppoſer les mêmes raiſons à l'obſervation du même Pere à l'Iſle Dauphine, & à ce qu'on en a conclu pour la longitude du Miſiſipi.

Car la Ville du Cap étant Occidentale à Paris de 73 degrés 35′, ſi l'on y ajoûte 2 degrés pour les 40 lieues que l'on compte entre cette Ville & Cuba, 12 degrés 15 minutes pour la longueur de cette Iſle, & 4 degrés 10 minutes pour la traverſée du Golfe du Mexique juſqu'à l'Iſle Dauphine, ce ſera 92 degrés dont l'Iſle Dauphine ſera Occidentale à Paris, comme je l'ai marqué dans mes Cartes, 11 degrés moins que ne donne l'obſervation du P. Laval : ces 11 degrés ſont, comme j'ai dit, 200 lieues de différence ſous ce parallele : mais il n'eſt pas poſſible que dans des routes ſi connues on ſe ſoit trompé de 11 degrés ſur 29, & de 200 lieues ſur 500.

Si l'on eſſaye d'établir cette longitude par le côté oppoſé, qui eſt celui d'Occident, on arri-

arrivera à la même longitude que j'ai établie par l'Orient.

C'eſt un fait conſtant, que l'embouchure du Miſiſſipi eſt ſituée au milieu de la côte ſeptentrionale du Golfe du Mexique; mon pere l'a établi & prouvé le premier dans une Lettre écrite à feu M. Caſſini, inſerée dans le Journal des Savans du 17 Mai 1700, contre ce qui étoit marqué dans toutes les Cartes precédentes, même dans celle que l'Académie venoit de recevoir du Duc d'Eſcalone; ces Cartes avoient marqué l'embouchure du Miſiſſipi à la partie la plus Occidentale du Mexique: on voit dans cette Lettre la neceſſité qu'il y a de placer cette Riviere au milieu de la longueur du Golfe du Mexique; auſſi depuis ce tems les Geographes & les Navigateurs n'ont-ils plus varié ſur ce point-là.

Cela poſé, ſi l'obſervation du P. Laval ſubſiſtoit, il faudroit que les côtes Septentrionales du Golfe du Mexique depuis l'embouchure du Miſiſſipi, continuaſſent de courir à l'Oueſt l'eſpace de 150 lieues, ce qui pouſſeroit la partie la plus Occidentale de ce Golfe juſqu'à la longitude que je donne au milieu de la Mer Vermeille, ou de Californie. Voici à preſent ce que j'oppoſe à cette ſituation du fond du Golfe du Mexique.

M. de la Salle entreprit le premier, par ordre du Roi en 1684, la découverte du Miſiſſipi, il lut chercher cette Riviere à la partie Occidentale du Golfe du Mexique, ſur la foi des Cartes ordinaires, vicieuſes ſur ce point-là, comme je l'ai dit ci-deſſus; ce qui lui

lui fit manquer l'embouchure de cette Riviere, & empêcha la réuſſite de ſon entrepriſe, enſorte qu'ayant débarqué à la Baye de St. Louis, il fut tué ſans avoir pu joindre cette Riviere qu'il avoit ſuppoſée mal à propos à la partie Occidentale du Golfe.

Si l'on ſuit jour par jour ſon Journal ſur la Carte reduite, on verra que le rumb de vent general qu'il ſuivit, fut le Nord-Oueſt depuis le Cap St. Antoine à la hauteur de 21 degrés 50 minutes juſqu'à 29 degrés 10 minutes, où il découvrit la terre, après quoi ayant côtoyé la côte l'eſpace de 80 lieues environ vers l'Oueſt-Sud-Oueſt, il aborda à cette Baye de St. Louis, que de-là il fut par terre pour tâcher de découvrir cette Riviere qu'il n'avoit pu gagner par mer, qu'il fit lui & ſa troupe pluſieurs routes ſur différens rumbs de vent, qui toutes reduites à la ligne droite, & au rumb de vent general, leur valut 150 lieues au Nord-Eſt juſqu'à la Riviere de Miſiſſipi.

Par les regles de la Loxodromie le Nord-Oueſt rumb de vent de cette traverſée, joint aux latitudes du départ & de l'arrivée rapportée ci-deſſus, donne 10 degrés en longitude juſqu'à cette premiere vûe de terre, & 4 autres degrés juſqu'à la Baye St. Louis, ce qui fait en tout 14 degrés pour la différence des meridiens entre le Cap St. Antoine & cette Baye, comme je l'ai marqué; & c'eſt par ce moyen que j'ai fixé la côte Occidentale du Golfe du Mexique, & en même tems la route par terre de M. de la Salle & de ſa troupe

pe, après la mort du Chef, de 150 lieues au Nord-Eſt juſqu'au Miſiſſipi, me donne non ſeulement la diſtance de cette Riviere par rapport à la Baye St. Louis de 150 lieues ou de 9 degrés, mais auſſi la même longitude de cette Riviere que j'ai trouvée par l'Orient qui eſt le côté oppoſé.

Au contraire, ſuppoſant ce dont on ne peut plus douter, que l'embouchure du Miſiſſipi eſt au milieu de la longueur du Golfe du Mexique 9 degrés plus à l'Eſt que la Baye St. Louis; ſi la longitude de l'Iſle Dauphine de 103 degrés Occidentale à Paris, reſultante de l'Obſervation du P. Laval, ſubſiſtoit, la différence des meridiens du Cap St. Antoine & de la Baye St. Louis qui eſt de 14 degrés par l'eſtime de M. de la Salle, ſeroit de 21 degrés par l'Obſervation du Pere Laval, plus grande de 7 degrés pour cette ſeule traverſée; ces 7 degrés de plus eû égard aux latitudes de ces 2 lieues, donneroient pour rumb de vent l'Oueſt quart du Nord-Oueſt, au lieu du Nord-Oueſt quart d'Oueſt qu'a ſuivi M. de la Salle; c'eſt une différence de 3 rumbs de vent, ou de 33 degrés $\frac{1}{4}$, qui eſt la même différence que j'avois trouvée entre la Carte du P. Laval & l'eſtime de M. d'Iberville pour la traverſée du Cap S. Antoine au Miſiſſipi.

Comme la Vera-Cruz eſt ſituée ſur cette côte Occidentale du Mexique à la partie Sud de cette même côte, comme la Baye St. Louis eſt à ſa partie Nord à peu près ſous le même meridien, je puis encore ajouter à ce que je viens de dire ſur la ſituation de cet-

te côte, ce que j'ai rapporté dans les Memoires de l'Académie de 1720.

Dans ces Memoires, en juſtifiant les longitudes que j'ai données aux principaux points de la terre, j'ai rapporté que pour déterminer la ſituation de ces côtes, j'avois employé les obſervations faites aux environs, correſpondantes à celles qui furent faites en Europe ; que j'avois employé ces obſervations d'autant plus volontiers, que leur reſultat ne s'éloignoit pas des notions que nous avons aujourd'hui de ce Golfe frequenté par nos Vaiſſeaux, qui vont & viennent continuellement de la Louiſianne ; que ces obſervations avoient été faites très exactement ; & que l'on y avoit employé les plus habiles de ce tems-là, parce que l'on eſperoit par ce moyen terminer les différends des Caſtillans & des Portugais pour les Moluques.

Ces Obſervations furent celles de l'Eclipſe de Lune du 23 Septembre 1577 : la fin de cette Eclipſe fut obſervée à 7 heures 50 minutes à St. Jean d'Ulua, nommé aujourd'hui la Vera-Cruz ; & cette obſervation eut pour correſpondante en Europe celle de Jean Lopez de Velaſco à Madrid à 2 heures 16 minutes après minuit, ce qui donne la différence des meridiens entre la Vera-Cruz & Madrid de 94 degrés 30 minutes, dont cette derniere Ville eſt plus Orientale que la premiere.

Ainſi comme nous ſavons que Madrid eſt Occidental à Paris de 5 degrés 45 minutes par les obſervations du P. Kreſa, rapportées dans les Memoires de 1701 & de 1706, ajoûtant à ces 5 degrés 45 minutes 94 degrés

grés ½ que nous trouvons entre Madrid & la Vera-Cruz, la longitude de cette derniere Ville ſera de 100 degrés 15 minutes Occidentale à Paris, ce qui revient à la ſituation de cette côte du Golfe du Mexique, déterminée ci-devant par les voyes géographiques.

C'eſt ainſi que le P. Riccioli dans ſa Géographie reformée, diſcute les longitudes des points de la Terre par les différentes voyes, ſoit Aſtronomiques, ſoit Géographiques: quoi-que la plupart des obſervations des Eclipſes, qu'il employe dans cet ouvrage, ſoient anterieures à l'uſage des Lunettes & des Pendules, il ne laiſſe pas de s'en ſervir utilement pour la reformation de la Géographie; les Obſervateurs exacts ſuppléant en partie à ce défaut par différens moyens, en ſorte qu'une partie des grandes corrections de la Géographie ſont dûes au choix & à l'emploi que le P. Riccioli a faits de ces Obſervations, comme ſont les 8 degrés dont il a diminué la diſtance de l'Amerique à notre Continent, & les 25 degrés ou 600 lieues dont il a diminué pareillement la diſtance d'ici à la Chine, ce qui eſt verifié aujourd'hui à un degré près par les obſervations exactes que l'on a faites en ce païs-là.

Je pourrois, pour juſtifier de plus en plus la longitude que j'ai donnée à l'embouchure du Miſiſſipi, & la ſituation du Golfe du Mexique, citer la Carte de ce Golfe que le P. Laval a apportée à l'Academie, car les poſitions marquées dans cette Carte ne ſont pas éloignées des miennes d'un degré dans tous les différens articles que j'ai établis ci-deſ-

ſus, lorſque celles du P. Laval en ſont différentes, tantôt de 7 degrés, tantôt de 11 : mais comme cette Carte ne peut pas porter ſa preuve pour autoriſer mes poſitions, je n'appuyerai pas là-deſſus.

Il n'en eſt pas de même de la Carte que le P. Laval a preſentée à l'Académie, de la côte qui s'étend à l'Orient du Miſiſſipi : l'exactitude de cette Carte paroît en ce qu'on y a marqué dans un grand détail juſqu'aux moindres circonſtances ; elle eſt entierement conforme à ce que j'ai avancé ci-devant de la traverſée du Cap St. Antoine à l'Iſle Dauphine, ſur laquelle traverſée roule, comme j'ai dit, la plus grande partie de la différence entre le P. Laval & moi. Cette Carte s'étend juſqu'à Muſpa tout proche du Cap de la Floride qui termine en Orient le Golfe du Mexique ; elle met 7 degrés $\frac{1}{2}$ de différence en longitude entre l'Iſle Dauphine & ce Cap à quelques minutes près de ce que j'ai marqué, quoi-que le P. Laval & moi ſoyons différens de 7 degrés ſur cet article.

Car comme le Cap de la Floride eſt conſtamment Nord & Sud avec la Havane dans l'Iſle de Cuba avec laquelle ce Cap fait détroit ; que la ſituation de cette Ville, une des plus importantes des Indes, eſt très connue par rapport au Cap St. Antoine, à 50 lieues duquel elle eſt ſituée, tirant à l'Eſt-Nord-Eſt, ajoûtant 3 degrés en longitude, qu'exigent ce rumb de vent & cette diſtance, à 4 degrés 10 minutes que je mets entre l'Iſle Dauphine & le Cap St. Antoine, il y aura 7 degrés 10 minutes entre l'Iſle Dauphi-

ne

ne & la Havanne; ce qui revient à la ligne Nord-Sud de ce Cap à la Havanne, connue de tous les Navigateurs.

A l'égard des Cartes de Pitergos & de Vankeulen qui éloignent les côtes du Golfe du Mexique, la premiere de 4 degrés $\frac{1}{2}$, la derniere de 7 plus que je n'ai fait, il ne me paroît pas qu'elles ayent d'autorité, ſur-tout pour ces côtes du Golfe du Mexique. Il eſt vrai qu'elles ont été faites originairement par Vanloon ſur les reſultats des routes d'une infinité de Pilotes; mais comme dans les routiers que Vanloon a joints à ces Cartes, on trouve les diſtances mêmes, les latitudes & les rumbs de vent reſultans de ces Memoires, je n'ai eû recours qu'à ces routiers, & dans les endroits où ces circonſtances manquoient, comme dans le Golfe du Mexique, j'ai connu qu'il n'y avoit pas beaucoup de fonds à faire ſur ces Cartes, & j'ai eû recours aux autres Memoires cités ci-deſſus.

A l'égard des courans que l'on pourroit m'objecter, ſuppoſé qu'il y en eût d'aſſés violens pour faire dériver à l'Oueſt des Vaiſſeaux ſur 11 degrés de 7 degrés entiers qui font en ce parallele 120 lieues, ces courans ne pourroient paſſer qu'entre le Cap St. Antoine & la nouvelle Eſpagne, ce qui n'a nul rapport avec la traverſée de ce Cap à la Louiſianne: mais au contraire dans les Journaux que j'ai conſultés en aſſés grand nombre, j'ai trouvé que les courans portoient à l'Eſt le long de la partie Septentrionale de l'Iſle de Cuba, que ces courans refluoient au Nord par le canal de Bahama, à cauſe du contour

de la côte, & que c'eſt ce qui fait qu'aucuns Vaiſſeaux ne peuvent entrer dans le Golfe du Mexique par le côté d'Orient ; c'eſt ce qui peut ſe verifier par la route de l'Eſcadre du Roi, commandée par M. Ducaſſe en 1707. L'accord que je trouve entre tous les moyens différens que j'ai employés, & que j'ai rapportés ci-deſſus, me fait croire que j'ai fort approché de la veritable longitude de l'embouchure du Miſiſſipi, & que ſi l'on y fait une ſeconde obſervation, elle juſtifiera la longitude que je lui ai donnée, & dont je viens de rendre raiſon.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES À BERLIN DANS L'OBSERVATOIRE ROYAL.

Par M. DELISLE. *

LE 16 Janvier à $7^h\ 24'\ 13''$ du ſoir, émerſion du troiſieme Satellite de Jupiter avec une lunette de 15 pieds de Campani. Le ciel étoit ſerein ; cependant Jupiter ne paroiſſoit pas auſſi-bien terminé que de coûtume ; la même émerſion a paru ſe faire ſeulement $5''$ plutôt, avec une lunette de 26 pieds, dont l'oculaire étoit un peu foible pour la longueur de la lunette.

Le

* 26 Avril 1726.

Le 18 Janvier à 9h 5′ 56″ du ſoir, premiere émerſion de Mars de deſſous le bord obſcur de la Lune, avec une lunette de 6 à 7 pieds, par mon frere de la Croyere : quoi que la Lune ne parût qu'au travers d'un leger brouillard, cette obſervation eſt exacte, s'étant faite dans un inſtant. J'étois dans ce moment occup à élever la Lunette de 15 pieds de Campani dont je me ſervois, mais 6 ou 7″ après la premiere émerſion obſervée par mon frere, Mars étoit déja tout ſorti; ſon diſque m'ayant paru dans ſon entiere rondeur à 9h 6′ 2″.

Hauteurs meridiennes du bord ſuperieur du Soleil avec un quart de cercle de Chapotot de 20 pouces de rayon.

Le 17 Janvier... ...	17° 4′ 30″	exact.
20.....	17 41 30	
21	17 55 17	

Ces obſervations corrigées par l'erreur de l'inſtrument qui étoit alors d'un peu plus de 4 minutes, m'ont donné la hauteur du Pole de l'Obſervatoire Royal de Berlin d'environ 52° 32′ ½ en prenant la déclinaiſon du Soleil dans les Tables de M. de la Hire.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE MARS PAR LA LUNE, FAITE À L'OBSERVATOIRE ROYAL

Le 18. Janvier 1726.

Par M. CASSINI. *

ON a calculé pour cette année trois Eclipses de Mars par la Lune, qui devoient arriver à Paris, la premiere le 18 Janvier, la seconde le 14 Fevrier, & la troisieme le premier Août; mais le tems ne nous a pas permis de faire l'Observation de la seconde, qui devoit arriver de jour sur les deux ou trois heures après midi.

Le 18 Janvier, jour de la premiere Eclipse, le Ciel fut presque tout le soir entierement couvert; cependant la Lune parut un peu avant l'Observation, & on distingua Mars lorsqu'il en étoit éloigné d'environ cinq ou six de ses diametres. Le Ciel se couvrit dans le tems que Mars toucha le bord de la Lune, mais s'étant éclairci en cet endroit quelques secondes après, on apperçut très distinctement la Planete de Mars dans le tems que son centre étoit sur le bord de la Lune à $7^h\ 14'\ 59''$. Cette Planete continua à entrer dans

* 6 Avril 1726.

dans la Lune, & ſon immerſion totale arriva à 7h 15′ 11″, deſorte que ſon demi-diametre a employé 12 ſecondes à paſſer ſous le diſque de la Lune.

Le mouvement heraire de la Lune à l'égard de Mars étant alors d'environ 37 minutes de degré, il ſuit que dans l'eſpace d'une minute le mouvement de Mars à l'égard de la Lune a dû être de 37 ſecondes de degré, & que dans l'intervalle de 12 ſecondes que le demi-diametre de Mars a employé à paſſer ſous le diſque de la Lune, ſon mouvement a été de 7 ſecondes & demie de degrés qui meſurent le demi-diametre de Mars, dont le diametre étoit par conſéquent de 15 ſecondes.

La Lune s'étant enſuite entierement cachée, nous ne pumes point appercevoir l'émerſion de Mars du bord obſcur de la Lune, mais cette obſervation ſe trouve ſuppléée par celle qui a été faite à l'Obſervatoire Royal de Berlin par Mrs. Deliſle qui ne purent pas obſerver l'entrée de Mars dans la Lune, mais ſon émerſion totale qui eſt arrivé à 9h 6′ 2″: ce qui fait voir l'avantage que l'on retire de la correſpondance des Obſervations faites dans le même tems en divers lieux de la Terre, où le Ciel n'étant pas toûjours également ſerein, on peut faire dans des pays les Obſervations que la diſpoſition du tems ne permet pas de faire dans d'autres, & reciproquement.

M. Deliſle a auſſi obſervé à Berlin la hauteur du Pole de 52d 32 ½ & une émerſion du troiſieme Satellite de Jupiter, le 16 Janvier à 7h 24′ 13″ du ſoir. Cette Obſervation n'a

pas pu être faite à l'Obſervatoire, mais la comparant avec le calcul de cette émerſion pour Paris, on a la difference des meridiens entre Paris & Berlin de 45 minutes, éloignée ſeulement de quelques ſecondes de celle qui a été déterminée par d'autres Obſervations de 44′ 30″ ou de 11 degrés 7 minutes & demie dont Berlin eſt plus oriental que Paris.

MEMOIRE

Dans lequel on détermine l'endroit où il faut picquer l'œil dans l'operation de la Cataracte.

Par M. PETIT, Medecin. *

J'AY lû au mois de Mars 1725 un Memoire ſur la Cataracte, dans lequel je donne l'hiſtoire de cette maladie, de ſon operation, & de pluſieurs inſtrumens que l'on a inventés pour rendre, à ce que l'on croyoit, cette operation plus facile.

J'ai tâché dans ce Memoire d'éclaircir & d'expliquer la deſcription que Celſe donne de cette operation; car quoi-que cette deſcription paroiſſe d'abord très claire à tous ceux qui la liſent, j'ai néanmoins fait voir qu'elle eſt remplie d'obſcurité: il a fallu, pour ainſi dire, deviner l'endroit où il perce l'œil, celui où il porte la pointe de ſon aiguille, & en quel lieu il place la Cataracte. Ceux qui après Celſe ont décrit cette operation, l'ont tout

* 7 Septembre 1726.

tout à fait copié, & ont conſervé ſon obſcurité; ou bien ils ne l'ont copié qu'en partie, & ont été quelquefois plus obſcurs que lui. Il y en a peu, & même aujourd'hui, qui déſignent l'endroit où ils croyent qu'il faut percer l'œil; ils ſont fort incertains là-deſſus: peut-être que ſi après une operation on leur demandoit à quelle diſtance de la cornée ils ont percé l'œil, ils auroient de la peine à le dire: ils font les choſes ſans y prendre garde de ſi près, & ſans d'autre fondement que celui de l'avoir vû faire à peu près de la même maniere; il y a lieu de croire que les mêmes operateurs percent à différens endroits ſans le ſavoir. Peu de gens ſe ſont mis en peine de rechercher les raiſons qui devoient les obliger de picquer l'œil plus ou moins près de la cornée: ceux qui ont voulu faire cette recherche, & qui connoiſſoient mieux la ſtructure de l'œil, n'y ont pas trouvé leur compte, parce qu'ils ne connoiſſoient pas la nature de la Cataracte; ils croyoient que c'étoit une concretion d'humeur ou une membrane dans la chambre poſterieure; ils craignoient de toucher au criſtallin; ils s'imaginoient qu'en picquant fort près de la cornée ils abattroient la Cataracte membraneuſe avec plus de facilité, & ils ſe trouvoient étonnés qu'après avoir operé conſéquemment à des réflexions qui leur paroiſſoient ſi judicieuſes, l'operation ne réuſſiſſoit pas; ce qui a très embarraſſé Fabrice d'Aquapendente, & c'eſt auſſi ce qui a cauſé tant de varietés pour l'endroit où l'on devoit picquer l'œil: car dans les Auteurs qui ont déſigné cet endroit, les uns

l'ont picqué à une ligne, d'autres à deux lignes ou deux lignes & demie, d'autres à trois lignes ou trois lignes & demie, enfin à quatre lignes ou quatre lignes & demie.

Mais puiſque nous ſommes aujourd'hui aſſurés que la Cataracte n'eſt autre choſe que le criſtallin obſcurci, qui par ſon opacité empêche le paſſage des rayons de lumiere ; & que nous connoiſſons avec exactitude la veritable ſituation des parties de l'œil, tâchons de découvrir l'endroit le plus convenable où il faut le percer : c'eſt de là que dépend la facilité de tranſporter le criſtallin cataracté, & de le placer dans un lieu où il ne puiſſe empêcher les rayons de lumiere de paſſer dans l'œil, & d'où il ne puiſſe être repouſſé par le reſſort de l'humeur vitrée vers le chaton d'où on l'a tiré, ce que l'on appelle Cataracte remontée.

Mais avant toutes choſes, il faut reconnoître les parties que l'aiguille traverſe en entrant dans l'œil, & voir s'il n'y en a point quelques-unes que l'on doive neceſſairement éviter. Je vais percer l'œil depuis une ligne juſqu'à quatre lignes ; & dans tous ces cas je porterai la pointe de mon aiguille par le centre du criſtallin, puiſque c'eſt ce centre qui fait voir le chemin que l'on fait faire au criſtallin, & qui détermine l'endroit où l'on le place, comme nous le verrons dans la ſuite de ce Memoire.

Si l'on perce l'œil à une ligne de la cornée, comme faiſoit Fabrice d'Aquapendente pour éviter, diſoit-il le criſtallin, l'on traverſe d'abord la conjonctive, puis la ſclero-

ti-

tique, enſuite la choroïde, l'humeur vitrée, les proceſſus ciliaires ; il y a en cet endroit quantité de vaiſſeaux que l'on court riſque de percer.

Lorſque l'on perce l'œil à deux lignes, comme M. Antoine, l'on traverſe la conjonctive, la ſclerotique, la choroïde, l'extremité des proceſſus ciliaires, & l'humeur vitrée.

Si l'on perce l'œil à trois lignes de la cornée, l'on traverſe la conjonctive, la ſclerotique, quelquefois l'aponeuroſe du muſcle indignateur, la choroïde, la retine, & l'humeur vitrée.

En perçant l'œil à quatre lignes, comme on le voit dans M. Briſſeau *, on traverſe les mêmes parties & toûjours l'aponeuroſe du muſcle indignateur : cette aponeuroſe s'inſere le plus ſouvent d'une maniere oblique à la ſclerotique, ces deux côtés ſont ordinairement éloignés du rebord de la cornée plus que le milieu ; ils le ſont de quatre lignes & de quatre lignes & demie, quelquefois un côté plus près que l'autre ; c'eſt ordinairement le côté inférieur qui eſt vers le baiſſeur de l'œil, j'ai néanmoins une fois trouvé ce côté à deux lignes trois quarts du rebord de la cornée, le plus près du releveur étoit à quatre lignes trois quarts, & le milieu trois lignes & demie ; cela eſt bien rare : on rencontre quelquefois les deux côtés également éloignés de la cornée ; je n'ai jamais trouvé le milieu de cette inſertion plus éloigné de la cornée que de trois lignes & demie ; & j'ai vû, mais rarement, le milieu de cette inſer-

* p 34.

tion à deux lignes trois quarts.

Cette aponeuroſe eſt large de trois lignes juſqu'à trois lignes & demie, quelquefois de quatre lignes; elle eſt longue de trois lignes juſqu'à quatre lignes.

Mais à quelque diſtance de la cornée que l'on perce l'œil, l'on peut rencontrer & picquer, & même couper entierement un rameau des nerfs ciliaires. Ces nerfs me paroiſſent être une combinaiſon de quelques rameaux de la 3e. de la 5e. & de la 6e. paire avec des filets de l'intercoſtal. Il ne faut pas être ſurpris de ce que j'avance ici, que l'intercoſtal va ſe diſtribuer juſque dans les yeux: j'ai déja dit dans un Memoire, que ce nerf n'eſt point formé par des rameaux de la 5e. & de la 6e. paire des nerfs du cerveau, comme Willis & Vieuſſens l'ont cru: je prouverai au contraire dans un autre Memoire que je donnerai exprès ſur cette matiere, qu'une branche de l'intercoſtal s'étant joint à la carotide, la ſuit dans le crane où elle fournit des rameaux à la 5e. & à la 6e. paire, qui vont en partie ſe diſtribuer dans les yeux, & forment les nerfs ciliaires.

La branche du nerf ciliaire que l'on court riſque de picquer, & que l'on picque quelquefois, entre avec des vaiſſeaux par la partie poſtetieure de l'œil à trois lignes de diſtance du nerf optique, elle ſe coule entre la ſclerotique & la choroïde, vis-à-vis muſcle indignateur, juſqu'à cinq quarts de ligne du rebord de la cornée, où elle ſe diviſe en pluſieurs rameaux en penetrant la choroïde pour ſe diſtribuer aux ligamens ciliaires & à l'Uvée.

Je

Je ne doute pas que les envies de vomir, & même les vomiſſemens qui arrivent quelquefois à ceux auxquels on fait l'operation de la Cataracte, ne ſoient occaſionés par la picqûure de ce nerf: néanmoins il n'eſt guere poſſible de ne pas rencontrer cette branche de nerf en picquant comme l'on fait ordinairement dans le cercle horizontal où elle ſe trouve le plus ſouvent; elle eſt quelquefois un peu au-deſſus de ce cercle, rarement au-deſſous, ce qui fait que je picque environ un quart de ligne au-deſſous de ce cercle: cet endroit me donne même plus de facilité à ouvrir la partie poſterieure & inferieure de la capſule du criſtallin, & à tracer le chemin par où il doit paſſer, & où il doit être placé dans l'operation de la Cataracte, de la maniere dont je le dirai lorſque je donnerai ma nouvelle méthode.

Voyons preſentement à quelle diſtance on doit percer l'œil pour bien placer le criſtallin.

Pour le démontrer ſoit la figure 1re *ABCD*, c'eſt une coupe horizontale de l'œil de la partie anterieure *A* à la poſterieure *C* qui diviſe l'œil en deux parties égales. *EAF* eſt la cornée. *EF* repreſente l'Uvée, & ſépare la chambre anterieure *KK* de la chambre poſterieure *HH*. *G* eſt le criſtallin. *L* eſt le centre de l'œil. Le diametre *BD* de 11 lignes, comme il eſt fort ſouvent, l'axe *AC* eſt de 11 lignes un quart, aſſés ſouvent moins, *G* centre du Criſtallin eſt éloigné de deux lignes & demie ou environ de la partie anterieure de la cornée, & de 3 lignes & un quart du centre de l'œil *L*, mais il eſt éloigné de 6 lignes & un tiers de l'extremité de la ligne *GB*, cette ligne eſt l'hypo-

l'hypothenuſe du rectangle GLB qui eſt la même dans le plan vertical que dans le plan horizontal, ce que l'on peut fort bien remarquer en changeant la coupe horizontale de cette figure en coupe verticale, où pour-lors B eſt le fond de l'œil à l'extremité inferieure du demi-diametre vertical LB.

La ligne CB eſt longue de 7 lignes trois quarts, c'eſt l'hypothenuſe du triangle rectangle CLB, elle a la même longueur dans le plan vertical, comme on le voit dans cette figure, en prenant LB pour le demi-diametre vertical.

$1L$, $2L$, $3L$, $4L$, paroiſſent dans cette figure ſe rendre au centre de l'œil, elles partent du cercle horizontal & vont ſe rendre à l'extremité inferieure du demi-diametre vertical; ainſi elles ont 7 lignes trois quarts de longueur qui eſt la même que la ligne CB, puiſqu'elles ſont les hypothenuſes d'autant de triangles rectangles dont les côtés ſont les demi-diametres ſemblables à CL, LB.

Les lignes $R1G$, $S2G$, $T3G$, $V4G$ repreſentent les différentes diſpoſitions de l'aiguille avec laquelle on fait l'operation de la Cataracte lorſqu'elle perce l'œil à 1 ligne, 2 lignes, 3 & 4 lignes du rebord de la cornée aux points 1, 2, 3, 4. $P1L$, $Q2L$, $R3L$, $S4L$ ſont les différentes diſpoſitions de la même aiguille après qu'elle a abbattu le Criſtallin, & dont la pointe marque les différens endroits en $MN0L$ où le centre du Criſtallin ſe trouve placé ſelon la direction des lignes $1L$, $2L$, $3L$, $4L$ qui partent des différens points 1, 2, 3, 4, où l'aiguille a per-

percé l'œil dans le cercle horizontal; mais on ne peut repreſenter le fond de l'œil dans une coupe horizontale, où l'on peut faire voir le mouvement de l'aiguille comme dans la premiere figure, & on ne peut repreſenter le mouvement de l'aiguille dans une coupe verticale où l'on peut voir le fond de l'œil comme on le voit dans les figures 7, 8, 9, qui ſont des coupes verticales. Je vais ſuppoſer ces deux choſes dans les figures 2, 3, 4, 5 & 6, dans leſquelles le Criſtallin *A* eſt poſé verticalement, tel qu'il eſt dans l'état naturel. La ligne *AL* dans ces figures eſt égale à la ligne *GB* (*figure* 1,) elle va du centre du Criſtallin *A* au fond de l'œil partie inferieure du demi-diametre vertical *LB*, & pour-lors il faut regarder cette 1ere figure comme une coupe verticale. La ligne *DL* dans les figures 2, 3, 4, 5 & 6 eſt égale à la ligne *BC* de la premiere figure, le point *L* eſt le fond de l'œil à l'extremité du demi-diametre vertical, la ligne *CD* repreſente la portion horizontale de la ſclerotique, depuis le rebord de la cornée juſqu'en *D*, comme on le voit en *FD* de la 1ere figure.

J'ai été d'abord embarraſſé ſur la maniere dont je repreſenterois cette portion de cercle *CD*, car la ligne *AL* & la ligne *DL* ſont veritablement des lignes courbes dans le fond de l'œil: il faut les ſuppoſer telles ſur le papier, où l'on ne peut les repreſenter que comme des lignes droites, qui pour-lors laiſſent moins d'eſpace pour placer le Criſtallin, comme on le voit dans figures 2, 3, 4, 5 & 6, où cet eſpace eſt *ALD*; mais dans le fond de l'œil il eſt de l'étendue *ALE*, où la ligne

AL

AL fait un angle droit avec la ligne *LE*, comme on peut le voir dans un hemiſphere d'un œil artificiel: il a donc fallu prendre garde à cette circonſtance pour ne point ſe tromper, parce que pour la perfection de cette operation il ne faut pas que le Criſtallin s'avance juſqu'à la ligne *EL* qui eſt le veritable eſpace qui dans le fond de l'œil tient la place de la ligne *DL* de ces figures. J'aurois pu repreſenter la portion de cercle *FD* de la 1ere figure par la ligne courbe *CE* dans la 2de figure & les ſuivantes, mais je l'ai allongé ſeulement par des points pour faire connoître que *EL* y prend ſon origine; j'aurois en même tems conſervé le veritable eſpace que le Criſtallin doit avoir pour ſe placer, mais pour-lors cette ligne auroit été preſque une fois plus longue qu'elle ne doit être, & j'aurois rencontré de la difficulté pour trouver ſur cette ligne les points où je dois percer l'œil. Pour trouver ces points, il a fallu d'abord fixer ſur cette ligne la circonférence de la cornée, pour pouvoir du point de cette circonference prendre toutes les diſtances où je pourrois percer l'œil: j'ai pour cela prolongé la ligne *LA*, (*fig.* 2,) de la même longueur de la ligne *LD*, & de la même ouverture de compas j'ai prolongé la ligne courbe *DC* juſqu'au point Δ à la rencontre de la ligne *LA* prolongée, & j'ai pris ſur cette ligne courbe le demi-diametre de la cornée, depuis Δ juſqu'en *C* à l'endroit où cette ligne commence d'être ponctuée, & du point *C* j'ai déterminé les diſtances où je dois piquer

quer l'œil à 1, 2, 3, 4 lignes du rebord de la cornée.

Les lignes 1 *L*, 2 *L*, 3 *L*, 4 *L* (*dans les figures* 2, 3, 4, 5,) ſont les mêmes qui dans la premiere figure paroiſſent ſe rendre au centre de l'œil, mais qui effectivement vont ſe rendre au fond de l'œil.

Si preſentement je perce l'œil à une ligne du rebord de la cornée au point 1 de la 2de figure, & que je porte la pointe de l'aiguille obliquement de devant en derriere au point *A* centre du criſtallin, dans le mouvement que je ferai faire à mon aiguille de haut en bas & de devant en derriere, je tranſporterai le centre du criſtallin de *A* en *M* dans la ligne *I L*, ce que l'on voit auſſi dans la premiere figure depuis *G* juſqu'en *M*; le criſtallin ſe trouvera encore vis-à-vis la prunelle, comme on le voit très bien dans la 7e figure, c'eſt une coupe verticale *A B C D*, *B* eſt le fond de l'œil à l'extremité du demi-diametre vertical *L B*: l'œil étant picqué en *M* à une ligne de la cornée, le centre du criſtallin eſt tranſporté de *F* en *G* par le mouvement de l'aiguille: on ne peut bien repreſenter le mouvement de l'aiguille dans cette figure, comme on le voit dans la premiere & dans la ſeconde; mais on y voit bien la veritable ſituation du criſtallin de même que dans la 8e. & la 9e. dans la ligne *M L* où l'on voit qu'un de ſes côtés eſt devant la prunelle, & comme il ne ſe trouve pas entierement enveloppé de l'humeur vitrée, il ſera repouſſé par le reſſort de cette humeur vers le chaton dont on l'a tiré. Je pourrois pourtant faire avancer

ce

ce criſtallin plus loin vers la partie poſterieure, mais je ne puis le faire que par la ligne courbe *M &*, (*fig* 2,) par où l'on voit que le criſtallin doit s'approcher du cercle horizontal *CD*; mais au lieu de baiſſer le criſtallin de haut en bas, je ſerai obligé de l'élever de bas en haut: il peut en arriver pluſieurs inconveniens, dont le plus dangereux eſt, que ſi-tôt que le centre du Criſtallin quittera la direction de la ligne *IML*, je ne pourrai empêcher que le côté & du Criſtallin ne s'appuye ſur la retine à cauſe de la figure circulaire de l'œil, & ne l'entraîne avec lui, & qu'il ne la déchire ou ne la fronce; après quoi il ne faut plus compter ſur la vûe. Ceux qui connoiſſent la délicateſſe & l'uſage de cette membrane, n'en douteront nullement. 2°. Je ſuppoſe que je puiſſe éviter ce terrible accident, en élevant le Criſtallin, & que je puiſſe placer ſon centre au point & & ſans toucher à la retine, il ſera veritablement dans un endroit où il ne pourra arrêter que très peu de rayons, mais il ne pourra y reſter; car comme j'ai pouſſé le Criſtallin de bas en haut, il faut s'attendre qu'à la moindre ſecouſſe du corps, & peut-être par un mouvement ordinaire & très leger, le Criſtallin retombera par ſon propre poids & repaſſera peu à peu par le même chemin qu'il a lui-même fait, juſqu'à ce que ſon centre ſoit retourné au point *M*; il paroîtra donc derechef devant la prunelle, & l'on ne manquera pas de dire que la Cataracte eſt remontée, quoiqu'elle ſoit effectivement deſcendue: le Criſtallin pourra même après cela être repouſſé

pouſſé par le reſſort de la vitrée & remonter du point *M* vers ſon chaton, parce qu'il ne ſe trouve plus entierement enveloppé par l'humeur vitrée; & quand même le centre du Criſtallin ne bougeroit de l'endroit où on peut le placer, cela pourroit devenir inutile par une circonſtance particuliere: il arrive quelquefois, que la ſubſtance du Criſtallin cataracté eſt ſi tenace qu'il s'attache à l'aiguille, de maniere que lorſque l'on vient à la retirer, le Criſtallin la ſuit juſqu'au cercle horizontal, malgré les précautions qu'on prend pour l'empêcher, & pour-lors le Criſtallin ſe trouvera dans la ligne *I M L* ou tout auprès, & dans cette ſituation en partie devant la prunelle; il pourra même être rejetté vers le chaton par les raiſons que nous avons dites: il y a donc trop d'accident à craindre en perçant l'œil à une ligne de la cornée.

Si je perce l'œil à deux lignes au point 2, comme on le voit dans la 1ere & la 3e figure, par le mouvement que je ferai faire à la pointe de l'aiguille de haut en bas, & de devant en derriere, le centre du Criſtallin ſera tranſporté de *A* en *N* dans la ligne 2 *NL*. Je ne dois point paſſer cette ligne, pour les raiſons que j'ai déja rapportées.

Le Criſtallin ſe trouve bien placé, il n'eſt plus devant la prunelle, il eſt tout à fait enveloppé de l'humeur vitrée, comme on le voit encore mieux dans la coupe verticale repreſentée par la 8e. figure, où l'œil étant percé en *N* à deux lignes de la cornée, le Criſtallin *F* eſt tranſporté par l'aiguille en *G* dans la ligne *NL* vers le fond de l'œil *B*:

ce

ce Criſtallin *G* n'anticipe dans le chaton *F* d'où il eſt ſorti, que parce que cette figure eſt plane, car dans la concave il n'anticipe point, comme on peut le voir dans la 3e. figure. Il y a plus, c'eſt qu'en picquant l'œil à deux lignes de la cornée, je puis plus commodément faire une ouverture à la partie inferieure & poſterieure de la capſule du Criſtallin, que lorſque je picque à une ligne.

Si je picque l'œil au point 3 à trois lignes du rebord de la cornée, comme on le voit dans la 1ere figure & dans la 4e, par le mouvement que je ferai faire à l'aiguille, le centre du Criſtallin eſt porté au point *O* où il paroit être aſſés bien placé ; il eſt enveloppé de l'humeur vitrée, il ne court aucun riſque de remonter, il ſe trouve près du fond de l'œil *L* ; mais l'on peut picquer l'aponeuroſe de l'indignateur.

En perçant l'œil à 4 lignes, comme on le voit dans la 1ere & la 5e figure, je porte le centre du Criſtallin au point *P*, par le mouvement de l'aiguille : ce Criſtallin paſſe au point *L* au fond de l'œil & même au-delà de ce point, & par conſéquent au-delà de la ligne *L E*, ce qu'il faut éviter, parce que dans cet endroit il retranche trop des rayons de lumiere, outre cela l'on picque toûjours l'aponeuroſe de l'indignateur : il y a encore un autre inconvenient, c'eſt que ſi je traverſe entierement le Criſtallin, comme cela m'arrive quelquefois lorſque je m'apperçois qu'il n'eſt pas bien ferme, la pointe de mon aiguille ſe trouvera en *H* dans la chambre poſterieure, je déchirerai la partie anterieure de

la

la capſule, ce que j'évite avec grand ſoin pour les raiſons que je dirai ailleurs. Voilà l'œil picqué & traverſé à 4 points principaux, déterminés par quelques-uns de ceux qui ont pratiqué la Cataracte.

Nous venons de voir que l'operation ne peut réuſſir à une ligne, elle réuſſit en picquant à deux lignes. Elle pourroit bien réuſſir le picquant à 3 lignes & à 4 lignes, il n'y a pour cela qu'à arrêter ſon aiguille dans la ligne 3,4 de la 4e figure, ou de la ligne 4, 5 de la 5e figure. Mais ſi on picque à 3 lignes on court trop ſouvent le riſque de traverſer l'aponeuroſe de l'indignateur, & on la traverſe toûjours à 4 lignes, comme je l'ai démontré ci-deſſus. Les Medecins ſont aſſés informés des accidens fâcheux qui ſurviennent à la picquure des aponeuroſes & des tendons: les inflammations qui ſurviennent preſque toûjours après l'operation de la Cataracte, qui durent un mois, deux mois & quelquefois trois mois, ne ſeroient-elles point occaſionnées le plus ſouvent par la picquure de ce tendon? Les vives douleurs que l'on ſent pendant ce tems-là ne donnent preſque point lieu d'en douter. Il faut éviter de pareils accidens. Nous pouvons donc percer l'œil depuis deux lignes juſqu'à deux lignes & demie ſans rencontrer ce tendon. C'eſt un petit avantage, je l'avoue, que de n'avoir que demi-ligne d'eſpace dans lequel on puiſſe choiſir un point. Voilà pourtant tout ce que nous pouvons eſperer pour pouvoir faire cette operation avec ſûreté. Il eſt vrai qu'elle peut réuſſir par hazard en picquant l'œil depuis une ligne

ligne juſqu'à $3\frac{1}{2}$, mais il ne faut rien donner au hazard dans une operation auſſi délicate & auſſi importante. Voyons preſentement où l'on peut placer le Criſtallin en perçant l'œil à deux lignes & demie, & empêcher, autant qu'il eſt poſſible, le retranchement des rayons qui entrent dans l'œil: c'eſt ce que je vais démontrer dans les figures 6e & 9e.

Dans la 6e figure, l'aiguille *y A* perce l'œil à deux lignes & demie au point *F*, & par le mouvement que je lui fais faire, je porte le centre du Criſtallin *A* au point *Q*: il faut bien prendre garde que la pointe de l'aiguille ſoit dirigée dans la ligne *FL*, car ſi on l'arrêtoit dans la ligne *FB*, on ſe trouveroit preſque dans le même cas que ſi on eût percé l'œil à une ligne de la cornée, ainſi le Criſtallin ne ſeroit pas enveloppé de l'humeur vitrée, & remonteroit dans ſon chaton. L'operation ne réuſſiroit donc pas, quoi-qu'on eût picqué l'œil dans l'endroit où il le doit être. Il ne faut pas pouſſer la pointe de ſon aiguille dans la ligne *FI*, cela ſeroit inutile pour les raiſons que j'ai rapportées ci-deſſus, dont la principale eſt, qu'il faudroit relever le Criſtallin de bas en haut, & dans ce mouvement l'on courroit riſque de rencontrer la retine. On voit très bien bans la 9e figure que l'œil étant picqué en *O* à deux lignes & demie de la cornée, le centre du Criſtallin eſt porté de *F* en *G* dans la ligne *OL*, où il eſt facile de voir que le Criſtallin ſe trouve tout-à-fait enveloppé de l'humeur vitrée, & ne court aucun riſque de remonter: il ne doit plus paroître par la prunelle, parce qu'il

en

Fig. 2.

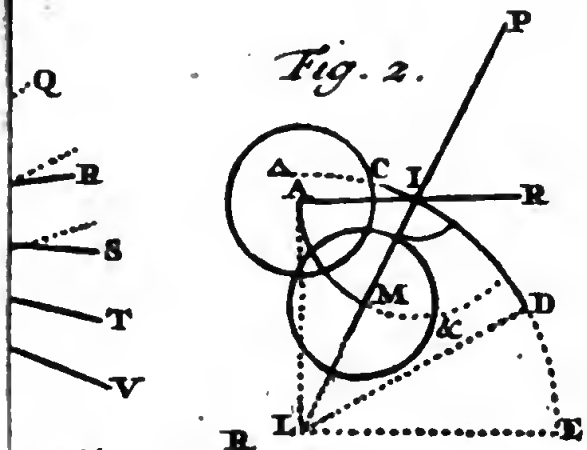


Fig. 4.

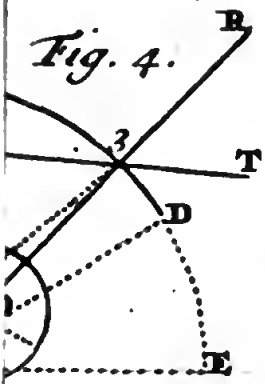


Fig. 7.

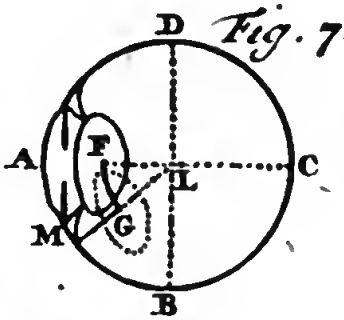
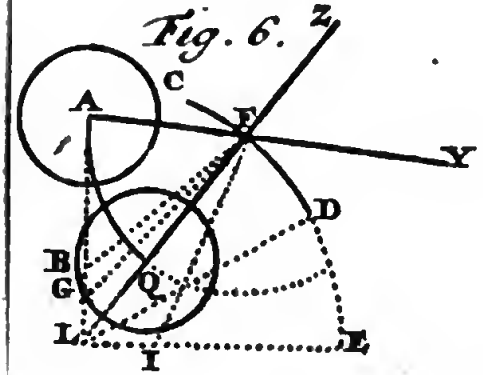


Fig. 6.



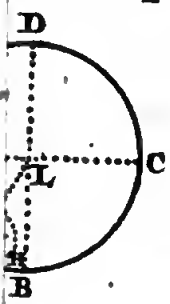
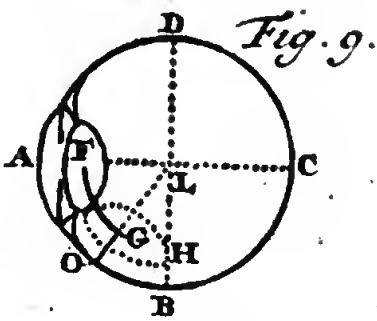


Fig. 9.



en eſt aſſés éloigné, & de plus le côté *H* ne ſe trouve point trop près du fond de l'œil *B*, & ne retranche que le moins qu'il eſt poſſible des rayons de lumiere. Il faut donc picquer l'œil à deux lignes ou deux lignes & demie de la cornée, & un quart de ligne au deſſous du cercle horizontal, pour ne point renconter le nerf ciliaire. Ce que j'avois à démontrer.

On connoît par toutes les raiſons que je viens de rapporter, la neceſſité de fixer l'endroit où l'on doit picquer l'œil pour bien réuſſir dans l'operation de la Cataracte. On ne doit donc pas s'étonner ſi j'ai employé tant de figures pour faire comprendre un point de ſi grande importance. Mais il n'eſt pas le ſeul, il y a bien d'autres circonſtances à obſerver pour rendre cette operation facile & prompte: je les rapporterai dans un Memoire que je donnerai, & qui contiendra ma nouvelle méthode d'abattre la Cataracte.

QUE LE FER EST DE TOUS LES METAUX

celui qui ſe moule le plus parfaitement; & quelle en eſt la cauſe.

Par M. DE REAUMUR *.

JE dois être ſuſpect, quand je donne au Fer quelque avantage ſur les autres métaux, je me

* 29 Mai 1726.

me le ſuis à moi-même ; il m'a aſſés exercé pour que j'aye pu le prendre en affection ſans m'en appercevoir. Le vrai eſt pourtant, que j'ai été peu diſpoſé à lui accorder la proprieté que je veux établir ici, de ſe mouler plus parfaitement que les autres métaux : les premieres apparences m'avoient porté à penſer le contraire ; le feu le rend rarement, ou ne le rend preſque jamais, auſſi liquide qu'il rend l'Or, l'Argent, le Cuivre, l'Etain & le Plomb. Comment pourroit-il donc s'inſinuer auſſi-bien dans les plus petits creux des moules & en prendre exactement les impreſſions ? Malgré ce préjugé, je n'ai pu m'empêcher de voir, & j'en ai été long-tems ſurpris, que verſé ſi épais dans les moules que je doutois qu'il y pût entrer, il s'y étoit cependant bien moulé ; j'ai vû cent & cent fois ce phénomene, & dans des circonſtances où le métal avoit preſque la conſiſtance d'une bouillie épaiſſe. Or s'il ſe moule bien dans pareils cas, combien doit-il ſe mouler plus parfaitement quand on lui a donné toute la fluidité qu'on doit lui donner ? Le certain eſt auſſi que tous les Fondeurs qui n'ont vû tirer des moules que des ouvrages de Cuivre ou d'autres métaux, admirent la netteté & la vivacité avec leſquelles les ouvrages de fer en ſortent.

J'ai pourtant chicané au Fer autant que j'ai pu cette préférence ; j'ai cherché à attribuer la cauſe de la perfection des ouvrages de ce métal fondu, ſoit à l'adreſſe & à l'attention des Fondeurs, ſoit à quelque qualité des moules ; juſques à ce que je lui aye reconnu une proprieté qui produit neceſſairement cet effet. La Phyſique ne nous en a encore fait voir qu'une de

cet-

cette eſpece, l'eau la lui fournit. La règle generale eſt que les corps diminuent de volume à meſure qu'ils ſe refroidiſſent : on ſait cependant, & on n'eſt pas peu embarraſſé à l'expliquer, que l'eau s'écarte de cette règle lorſqu'un certain degré de froid la fait paſſer de l'état de fluide à celui de ſolide ; elle acquiert du volume en devenant glace, & on ſait de même quels efforts elle fait pour prendre cet accroiſſement de volume ; il s'en faut bien que la force des vaſes de terre n'en ſoit la juſte meſure. Les degrés ordinaires de chaleur de l'air de nos climats ſuffiſent pour tenir la glace en fuſion, elle y eſt ordinairement en liqueur, en eau ; elle auroit conſtamment la forme ſolide dans des païs où l'air ſeroit toûjours auſſi froid que celui de quelques-uns de nos jours d'hiver. Pour mettre des métaux en fuſion, il faut une chaleur bien ſuperieure à celle de l'air que nous reſpirons, ils ont plus de diſpoſition à ſe durcir ou à ſe geler que l'eau ; car le métal ſolide eſt par rapport au métal fluide, ce que la glace eſt par rapport à l'eau : mais dans le fer l'analogie ſe trouve complette ; le Fer figé, la glace du Fer, a plus de volume que le Fer fluide, comme la glace ordinaire en a plus que l'eau ; à meſure que le refroidiſſement oblige ce métal à s'épaiſſir, il ſe dilate. Le phénomene de la glace, tout familier qu'il nous eſt, fait journellement l'embarras & l'admiration des Phyſiciens : ſi nous avions eû beſoin d'en trouver un autre pareil dans la nature, il y a peu d'apparence que nous l'euſſions été chercher dans le Fer.

Quoi qu'il en ſoit, s'il eſt bien certain que le Fer liquide ſe dilate à meſure qu'il prend conſiſ-

ſtance, comme l'eau qui ſe gele, & que les autres métaux au contraire ſuivent la loigénérale, qu'à meſure qu'ils ſe refroidiſſent ils perdent de leurs dimenſions, il eſt indubitable qu'on ne ſauroit lui refuſer la qualité de ſe mouler plus parfaitement que tout autre métal. Le moule qui vient d'être rempli de Fer liquide, après quelques inſtans n'a plus aſſés de capacité pour le contenir, puiſque le métal tend à occuper plus de place à meſure qu'il ſe fige ; il va donc preſſer les parois du moule, tâcher de les écarter ; ſa propre force fera ici ce que fait la main qui preſſe le cachet ſur la cire d'Eſpagne. Il comprimera la terre ou le ſable dont le moule eſt compoſé, c'eſt la ſeule voye qui lui reſte pour aggrandir l'eſpace trop petit qui lui a été deſtiné : car bientôt il ne peut plus ſortir par l'ouverture qui lui a donné entrée, il ſe la bouche lui-même, c'eſt là où il ſe durcit d'abord ; il cherchera donc les plus petits vuides & prendra les impreſſions des plus petites parties du moule. Le contraire arrivera aux autres métaux ; s'ils perdent de leur volume en prenant conſiſtance, ils fuiront continuellement les traits du moule contre leſquels ils ont été appliqués dans le premier inſtant, au lieu que le Fer les ira chercher.

Mais une proprieté ſi ſinguliere ne peut être accordée au Fer, qu'après qu'elle aura été prouvée d'une maniere inconteſtable. Peut-être ne demandera-t-on pas moins, du moins me le ſuis-je demandé, s'il eſt bien certain que les autres métaux perdent de leur volume en paſſant de l'état de fluide à celui de ſolide : la règle peut être generale, que la diminution de volume

lui-

ſuive toûjours celle des degrés de chaleur dans tout corps ſolide & dans tout liquide ; mais l'exception pourroit être generale, quoi-qu'on n'y ait pas penſé, pour l'inſtant du paſſage de l'état de liquide à celui de ſolide. J'ai donc crû qu'il falloit commencer par s'aſſûrer ſi les métaux ont réellement moins de volume pendant qu'ils ſont ſolides, que lorſqu'ils ſont en fuſion. Pour cela j'ai eû recours à trois différentes voyes, & la ſuite de ce Memoire fera voir que ce n'en étoit pas trop pour ſe bien convaincre d'un phénomene, ſi ſimple cependant en apparence. 1°. Dans du métal fondu j'ai jetté d'autre métal, pour voir ſi le métal ſolide ſurnageroit le liquide, ou s'il iroit à fond. 2°. J'ai obſervé l'eſpace qu'occupoit dans un creuſet un métal pendant qu'il étoit liquide, & celui qu'il y occupoit après s'être figé. 3°. Et c'eſt la plus ſûre méthode, j'ai mis dans le fond d'un creuſet un morceau de métal ſolide, & dans ce creuſet j'ai verſé du même métal liquide, pour voir ſi le métal ſolide reviendroit ſur la ſurface de celui-ci, ou s'il reſteroit au fond.

Dans de l'Argent, dans du Cuivre, dans de l'Etain & dans du Plomb en bain, j'ai donc jetté un morceau du même métal; ces morceaux ſont deſcendus au-deſſous de la ſurface, & quelquefois ont tombé avec bruit ſur le fond du creuſet, d'où ils ne ſont point revenus. Voilà preuve certaine, que ces métaux ont plus de volume quand ils ſont fluides, que lorſqu'ils ſont ſolides. Cependant cette experience, toute ſimple qu'elle eſt, demande à être faite avec quelque attention, autrement elle jetteroit dans des incertitudes, ſur-tout par rapport au Plomb

& à l'Etain. Si ces métaux ſont trop chauds, les morceaux jettés ſe fondent ſi vîte qu'on ne peut porter aucun jugement; s'ils ont trop peu de chaleur, s'ils commencent à s'épaiſſir, la différence de peſanteur du morceau ſolide n'eſt pas une force ſuffiſante pour vaincre la tenacité de la matiere, il ſe ſoutient au-deſſus, & peut même y être ramené par le reſſort des parties qu'il a d'abord forcées de ceder; mais ce morceau ſe ſoutient ſur-tout ſur la ſurface s'il eſt petit, & ſi on n'a pas eû attention d'enlever la pellicule qui s'y forme, & s'y ſoutient d'autant mieux qu'il eſt plus petit, de même qu'une petite aiguille demeure tranquillement au-deſſus de l'eau. Qu'on évite les circonſtances dont je viens de parler, & on verra toûjours le métal ſolide ſe précipiter dans le fluide.

Secondement j'ai fait fondre du Plomb, de l'Etain, du Cuivre, de l'Argent dans de petits creuſets cylindriques: l'Or eſt le ſeul avec lequel je n'aye pas fait cette experience, il eſt à menager; j'en rapporterai une autre qui y ſupplée. Quand le creuſet étoit parfaitement plein d'un de ces métaux fluides, je paſſois une lame de fer ſur ſes bords pour emporter tout ce qui les excedoit, je laiſſois enſuite refroidir peu à peu le métal fondu. Il n'eſt aucune de ces experiences que je n'aye réiterées pluſieurs fois, & il n'y en a eû aucune où le métal après s'être figé, ne ſe ſoit trouvé au-deſſous des bords du creuſet & beaucoup plus que je ne l'euſſe attendu. Dès que j'avois remis en fuſion le métal, qui en ſe figeant avoit abandonné le plus d'eſpace, il rempliſſoit de nouveau le creuſet juſques à ſes bords.

3°. Quand

3°. Quand j'ai verſé du métal fluide dans un creuſet au fond duquel j'avois mis un morceau du même métal, ce morceau comme plus peſant à toûjours conſervé ſa place.

Enfin qu'on obſerve la ſurface ſuperieure des culots de différens métaux ou celle des lingots, & cette obſervation ſeule exemptera de repeter nos experiences. On remarquera que cette ſurface eſt toûjours concave; celle de l'Or m'a paru l'être davantage que celle de l'Argent, & peut-être plus que celle d'aucun autre métal. Les lingotieres ſont des tuyaux creux, ouverts par deſſus, dont le fond eſt ordinairement plat, & dont les côtés ſont plats & inclinés ſur le fond, de maniere que l'ouverture ſoit évaſée. Dans l'inſtant que la lingotiere vient d'être remplie, la ſurface ſuperieure du métal liquide eſt convexe, comme l'eſt celle de l'eau d'un verre bien plein. J'ai examiné des lingots d'Or tirés de pareilles lingotieres, leur ſurface ſuperieure avoit non ſeulement perdu cette convexité, mais elle étoit devenue concave, & dans une proportion aſſés reguliere, elle étoit compoſée de deux plans inclinés à peu près égaux & d'une égale inclinaiſon, qui ſe rencontroient au milieu du lingot; le creux étoit aſſés profond à l'endroit de la rencontre de ces plans. De-là il eſt aiſé de juger que la diminution du volume avoit été grande, puiſqu'elle étoit ſi notable ſur la plus large face. Il n'eſt pas neceſſaire de faire remarquer que la plus grande profondeur du creux doit ſe trouver à peu près au milieu de tout lingot ou de tout culot, cette circonſtance ſe déduit naturellement de ce que le métal

qui touche les parois de la lingotiere ou du creuſet ſe refroidit le premier.

Les différens métaux n'augmentent pas également de volume en devenant fluides: j'euſſe volontiers cherché à connoître de combien ils en augmentent chacun, & combien plus les uns que les autres; mais ce ſont des experiences très délicates, & je ne me ſuis pas trouvé le tems de les faire avec la préciſion qu'elles demandent.

Ce qui m'a paru certain, c'eſt que l'Etain & l'Argent diminuent bien moins de volume en ſe figeant que le Plomb, quoi qu'ils en diminuent très ſenſiblement; je ne ſai dans lequel des deux cette diminution eſt plus grande. Il m'a ſemblé auſſi que le Cuivre perdoit moins du ſien, que ne font l'Etain, & l'Argent; peut-être que l'Or eſt celui qui en perd le plus, & que cette perte de volume eſt proportionnée en quelque ſorte à la peſanteur ſpecifique.

Il paroîtra prouvé de reſte, que dans les métaux dont nous venons de parler, l'augmentation de volume ſuit l'augmentation des degrés de chaleur, & qu'au contraire ils perdent de leur volume tant qu'ils perdent de leur chaleur, ou qu'au moins ils ont moins de volume lorſqu'ils ſe ſont figés que lorſqu'ils étoient liquides; & c'eſt-là la loi generale. Mais ce qui reſte à démontrer, c'eſt que le Fer y met une exception; que dans le tems où le feu le tient en fuſion, il eſt plus peſant que lorſqu'il a ſa dureté ordinaire. Nous en aurons tout autant de preuves que nous en avons eûes de l'effet contraire dans les autres métaux, les mêmes faits nous

nous fourniront des obſervations directement oppoſées, nous les rapporterons toutes pour établir ſuffiſamment la certitude d'un phénomene qui merite de l'être par ſa ſingularité & ſon utilité.

Nous avons fait remarquer que les Culots, les Lingots des différens métaux, ſont toûjours concaves par deſſus, & quelquefois conſiderablement. Jamais on n'obſerve de pareille concavité dans ceux de fonte de Fer, au contraire ils ſont ſenſiblement convexes ou tendent à l'être. Les gueuſes qui peſent plus de deux milliers ſont d'aſſés beaux lingots de Fer, auſſi la convexité de leur ſurface ſuperieure eſt très ſenſible.

Mais une preuve qu'on croira ſans replique, & pareille à celle qui a appris que la glace eſt plus legere que l'eau ordinaire, c'eſt que j'ai rendu de la fonte très fluide, & quand elle l'a été, j'ai ſoigneuſement nettoyé ſa ſurface afin qu'il n'y reſtât aucune craſſe qui pût s'oppoſer au ſuccès de l'experience que j'avois à tenter. Dans cette fonte fluide j'ai jetté des morceaux de fonte ſolide & de différentes eſpeces, de blanches & de griſes; ſi la fonte liquide eſt plus peſante, à moins de volume que la fonte ſolide, il eſt certain que cette derniere doit nager à la ſurface de l'autre, s'élever un peu au-deſſus, comme la glace ſurnage un peu l'eau. C'eſt auſſi ce qui eſt arrivé, & plus aux fontes griſes douces qu'aux fontes blanches. J'avois même beau enfoncer dans la liqueur des morceaux de ces fontes, ſurtout des douces, bientôt je les voyois reparoître & s'élever un peu au-deſſus de ſa ſurface.

L'experience précédente ſemble ſi déciſive, que je ne chercherois pas à fortifier la conſé-

quence qui s'en tire par d'autres experiences, ſi quelques-unes ne m'avoient fait voir dans la congelation de notre métal ce qui ſe paſſe de plus remarquable dans la congelation de l'eau ordinaire, & ſi d'ailleurs la ſuite ne devoit nous apprendre qu'il étoit très neceſſaire de raſſembler les différentes eſpeces de preuves capables d'établir ce fait. Tantôt j'ai fait fondre de notre métal dans de petits creuſets cylindriques juſqu'à ce qu'ils en fuſſent entierement remplis, tantôt l'ayant fait fondre dans de plus grands creuſets je l'ai verſé dans d'autres plus petits pareils aux premiers; je les rempliſſois exactement, mais je ne faiſois que les remplir, je m'en aſſûrois en paſſant une lame de fer ſur leurs bords, j'emportois toute la liqueur excedente avec plus de ſoin que le plus attentif meſureur n'en a à emporter d'un boiſſeau les grains dont il veut donner des meſures raſes. Je laiſſois alors figer la liqueur peu à peu: le metal, devenu parfaitement ſolide, s'eſt toûjours trouvé au-deſſus des bords de ces mêmes creuſets, il y avoit pris une ſurface convexe, ſemblable à celle de l'eau qui s'eſt gelée dans des vaſes.

Entre ces experiences, quelques-unes m'ont fait voir un des plus jolis phénomenes de la congelation de l'eau, qui a été bien détaillé & bien ſuivi dans les eſſais de l'Académie de Florence. Une boule de verre ſemblable à celle des Thermometres, mais plus groſſe, & qui tient de même à un tuyau, mais qui eſt ouvert par ſon bout ſuperieur, étant remplie d'eau & le tuyau l'étant en partie, ſi on entoure cette boule de glace & de ſel, ou ſi on l'expoſe à un air aſſés froid pour geler, bientôt l'eau deſcend inſenſiblement

ment dans le tuyau juſqu'à un certain terme; y étant arrivée, elle commence à remonter inſenſiblement juſqu'à un autre terme; parvenue à celui-ci, elle s'éleve ſubitement très haut & avec une extrême vîteſſe, elle forme preſque dans l'inſtant un jet de glace qui continue encore quelque tems à s'élever, mais avec lenteur. J'ai vû de même dans quelques-uns de mes creuſets la fonte fluide que j'y laiſſois refroidir, s'élever inſenſiblement & pouſſer enſuite ſubitement des jets de plus d'un pouce de hauteur; ils formoient des eſpeces de rochers. S'il y eût eû quelque éclairciſſement de plus à tirer de cette experience, en faiſant élever ces jets plus haut, je crois qu'il n'eût pas été difficile d'y parvenir en donnant aux creuſets des formes approchantes de celles des verres de l'experience de Florence, ou en ſe ſervant de creuſets qui auroient eû une grande panſe & ſe ſeroient terminés par un col délié.

Après cette derniere experience, ſeroit-il beſoin pour confirmer la parfaite analogie qui eſt entre la congelation de l'eau & celle de la fonte, de rapporter encore qu'il arrive aux creuſets dans leſquels on laiſſe figer la fonte de Fer, ce qui arrive aux pots dans leſquels on laiſſe geler l'eau: on les trouve preſque toûjours caſſés, quoiqu'on laiſſe refroidir ces creuſets même au milieu des charbons.

Un fait eſt-il une fois connu, bien averé, on en retrouve à tout moment des preuves qu'on avoit vûes auparavant ſans les reconnoître pour telles. La plûpart des moules ſont compoſés de deux chaſſis, que les Fondeurs ordinaires ſerrent dans une preſſe. Après avoir fait couler

du Fer dans des moules, ſur tout-lorſque les ouvrages étoient épais, j'ai ſouvent vû que ce n'étoit qu'avec beaucoup de peine que les Fondeurs venoient à bout de faire tourner les écrous de leur preſſe; ils en étoient ſurpris, parce que rien de pareil n'arrive aux moules que le Cuivre a remplis. Le Fer n'avoit pu ſe gonfler ſans gêner le moule contre la preſſe, beaucoup plus qu'il ne l'étoit avant que ce métal y fût entré. Cela n'arrive pas ſi ſenſiblement lorſque les ouvrages du moule ont peu d'épaiſſeur, ils ſe gonflent proportionnellement moins, alors ce dont ils font ceder le ſable du moule peut ſuffire à leur augmentation de volume.

Nous ajoûterons encore une remarque qui eſt une ſuite de la précédente. Les ouvrages de Plomb, de Cuivre, d'Or & d'Argent ſe trouvent toûjours plus petits que les modeles ſur leſquels ils ont été faits. Les ouvrages de Fer au contraire ſont égaux à leurs modeles, ou les ſurpaſſent de quelque choſe.

Le Fer, qui juſqu'ici n'avoit été moulé que pour des ouvrages groſſiers, doit donc être reconnu pour celui de tous les métaux qui ſe moule le plus parfaitement, parce qu'il eſt le ſeul qui quand il devient fluide diminue de volume, & qui en acquiert comme l'eau, lorſqu'il reprend de la ſolidité.

Mais la nature n'auroit elle donné cette proprieté qu'au Fer & à l'Eau? Il m'a paru neceſſaire de chercher ſi elle ne ſe trouvoit point ailleurs. Le Fer, & ſur-tout le Fer en l'état de fonte, le cede par bien des endroits en qualités métalliques aux autres métaux, il ſe rapproche plus des mineraux. Entre les mineraux, il y

en

en a auſſi qui ſemblent ſe rapprocher des métaux, tels ſont ſur-tout le Zinc, l'Etain de glace ou Biſmuth, & l'Antimoine.

C'eſt quand j'en ſuis venu à comparer les peſanteurs du Zinc ſolide & du Zinc fondu, du Biſmuth ſolide & du Biſmuth fondu, que j'ai apperçu qu'on ne pouvoit en reconnoître les différences par deux voyes, qu'on n'auroit pas ſoupçonnées d'être inſuffiſantes, ſavoir par l'immerſion d'un morceau ſolide dans le liquide, & en obſervant s'il arrive de la diminution ou de l'augmentation au volume du liquide qui ſe fige.

Dans le Zinc fondu j'ai jetté des morceaux de Zinc: quelque degré de chaleur qu'ait eû celui qui étoit en fuſion, tant que les morceaux ont conſervé leur ſolidité, ils ont ſurnagé le fluide. J'ai enfoncé très avant, & même juſques au fond d'un petit creuſet conique, un morceau ſolide; & toutes les fois que j'en ai fait l'experience, dès que le Zinc ſolide a été abandonné à lui-même, il eſt remonté ſur la ſurface du liquide avec autant de vîteſſe que le bois le plus leger remonte ſur la ſurface de l'eau. Par-là il ſemble donc que le Zinc a plus de volume quand il eſt corps ſolide, que quand il eſt liqueur; le Zinc devroit donc augmenter de volume lorſqu'il vient à ſe figer. Cependant ayant examiné bien des fois le volume du Zinc fluide & celui du même Zinc refroidi, j'ai toûjours obſervé qu'il avoit perdu de ſon volume, & même conſidérablement, en ſe figeant. La ſurface ſuperieure de celui qui étoit figé, étoit toûjours concave. De plus il reſtoit en divers endroits des cavités vuides entre les parois du

creuſet & la maſſe du Zinc refroidi: il avoit donc moins de volume que lorſqu'il eſt fluide, tout au contraire de ce qui ſembloit établi par l'autre eſpece de preuve; laquelle donne le vrai? Je ſoupçonnai que ce dont le Zinc paroiſſoit avoir diminué de volume en ſe figeant, pouvoit venir de ce qui s'en étoit évaporé. Mais je reconnus aiſément le faux de cette idée, en laiſſant refroidir le creuſet plein de Zinc fondu dans des balances où il étoit en équilibre avec un poids; pendant qu'il ſe figea, pendant qu'il diminua de volume autant qu'il étoit poſſible, l'équilibre ſe conſerva.

Il reſtoit à chercher pourquoi il arrivoit donc que le Zinc en maſſe ſurnageoit celui qui étoit fondu. Il ſe forme ſur ce dernier une pellicule comme ſur le Plomb & ſur l'Etain; je l'emportois avant d'y jetter les morceaux ſolides, & je croyois que c'étoit faire aſſés; d'ailleurs je penſois que quand un morceau avoit été enfoncé juſques au fond du creuſet, que la pellicule qui auroit pû reſter, auroit dû être forcée, être briſée, & qu'alors il n'y avoit que la différence de peſanteur qui pût ramener le ſolide à la ſurface du liquide: mais ce que j'ai reconnu par ces experiences, c'eſt que la pellicule qui ſe forme ſur le Zinc, s'y forme bien autrement vîte que ſur le Plomb & l'Etain, un inſtant ſuffit à ſa production; & elle a bien une autre force que celle de ces métaux. Le morceau lui-même, en deſcendant dans le fluide, m'a paru produire cette pellicule ſur tout ce qu'il touche dans ſa route; & c'eſt le reſſort de cette pellicule qui ramene le morceau en haut, à peu près comme une veſſie pleine d'eau ou d'air, ra-

me-

meneroit en haut le corps ſolide, qui dans le premier choc l'auroit fait ceder. La comparaiſon de la veſſie ne donne rien de trop, car il y a grande apparence que cette pellicule s'étend ſur toute la ſurface interieure du vaſe, & qu'ainſi la liqueur eſt contenue dans une eſpece de bourſe qu'elle ſe forme elle-même.

Le troiſieme moyen dont je me ſuis ſervi pour examiner la peſanteur ſpecifique de ce mineral en ces deux états differens, m'a convaincu que la legereté apparente du Zinc ſolide étoit uniquement dûe à cette pellicule. On évite par ce troiſieme moyen l'effet de toute pellicule. J'ai mis au fond d'un creuſet un morceau ſolide, ſur lequel j'ai enſuite verſé le mineral fondu. Alors il n'y a que la différence réelle de peſanteur qui puiſſe élever ce morceau, auſſi alors le Zinc en maſſe n'a point remonté; d'où il ſuit que dans l'état de ſolide il eſt plus peſant que dans l'état de fluïde, comme le ſont les métaux, excepté le Fer.

Mais par la même voye j'ai reconnu au contraire que l'Etain de glace eſt plus leger en maſſe, que lorſqu'il eſt liquide. Ainſi le Fer & l'Eau ne compoſent pas ſeuls la claſſe ſinguliere des matieres qui ſe gonflent en ſe figeant. L'Etain de glace liquide verſé ſur des morceaux de même eſpece, les a élevés à ſa ſurface, comme l'eau éleveroit ſur la ſienne les morceaux de glace qui ſeroient dans le fond d'un pot où on la verſeroit.

L'Etain de glace ou Biſmuth fluide paroît neanmoins diminuer de volume lorſqu'il commence à ſe refroidir, mais ce n'eſt que pour

pour mieux montrer tous les phénomenes de la congelation de l'eau. On les y obſerve bien plus aiſément que dans le Fer, parce qu'il ne demande pas une ſi grande chaleur pour être tenu en fuſion, & qu'il ſe fige plus lentement; on les y voit ces phénomenes, même mieux que dans l'eau qui ſe gele, parce qu'il ſe gele ou fige plus aiſément.

D'abord qu'on a tiré du feu le creuſet qui en eſt rempli, la ſurface de la liqueur eſt convexe, enſuite elle s'applanit peu à peu, quelquefois même elle paroît devenir concave, ce qui marque une diminution de volume; auſſi pendant tout ce tems l'Etain de glace eſt encore liquide, une legere chaleur ſuffit pour l'entretenir en cet état; mais dès qu'il a été refroidi juſques à un certain point, dès que la ſurface ſuperieure s'eſt figée, auſſitôt l'augmentation du volume commence à ſe déclarer. Cette même ſurface eſt forcée à s'ouvrir pour laiſſer échapper des gouttes du mineral, qui quelquefois s'accumulent les unes au-deſſus des autres. Souvent cette ſurface eſt percée en pluſieurs endroits, ſoit à la fois, ſoit ſucceſſivement; & ſur chacun de ces endroits, ſe forment de petites boules brillantes qui ſemblent autant de perles. Le phénomene donne un plus joli ſpectacle que celui de l'eau qui ſe gele, mais dans l'eſſentiel il eſt le même: après avoir mis de l'eau chaude dans une bouteille de verre à long col, expoſés-la à un air extrêmement froid, & vous verrés ſon volume diminuer inſenſiblement. Aura-t-elle diminué juſques à un certain.

tain point, ſavoir, juſques à celui où ſa ſurface commmence à ſe geler, auſſi-tôt cette ſurface eſt briſée ou forcée à ſe ſoulever. Tant que la liqueur reſte fluide, elle doit ſuivre la loi générale des autres fluides qui ont d'autant moins de volume qu'ils ſont moins chauds: mais paſſe-t-elle à l'état des corps ſolides, alors elle n'eſt plus ſoumiſe à la loi des fluides.

Les boules, les petits rochers, qui ſe forment ſur la ſurface de l'Etain de glace, ne ſuffiroient pourtant pas pour prouver qu'il a plus de volume ſous la forme de ſolide que ſous celle de fluide, ſi les deux autres eſpeces de preuves ne concouroient à l'établir; parce, que comme nous l'avons fait remarquer, cette augmentation eſt précédée d'une diminution. D'ailleurs il arrive quelquefois dans les coupelles où on affine l'argent, quelque choſe de pareil à ce que nous venons de rapporter; non ſeulement la ſurface de l'argent qui s'eſt durcie eſt briſée par l'argent liquide qui cherche à s'échaper, l'argent même s'éleve au-deſſus de cette ſurface, & quelquefois il y prend des formes aſſés ſingulieres qui ont donné occaſion à M. Homberg de mettre ces petites maſſes d'argent au rang des végétations chimiques. Il attribue leur formation à ce que la coupelle ſe retrecit en ſe refroidiſſant, à ce que l'effort qu'elle fait, contraint l'argent fluide à percer celui qui s'eſt figé. Quoi-que l'argent diminue de volume en ſe figeant, il ſemble donc en avoir augmenté. Mais ce qui n'arrive à l'argent que dans un cas ſingulier, arrive en toute

cir

circonſtance à l'Etain de glace : j'en ai verſé dans des creuſets froids, & d'une forme telle que quand ils euſſent été chauds, ils n'euſſent pu ſerrer conſidérablement le minéral en ſe refroidiſſant ; il n'en eſt pas moins ſorti des gouttes de dedans l'Etain de glace quand ſa ſurface a été figée. Ce qui eſt encore plus déciſif, c'eſt que j'ai caſſé des creuſets dans leſquels l'Etain de glace s'étoit figé en partie, j'en ai retiré les culots dans un tems où l'Etain qui occupoit l'interieur du culot n'étoit point encore figé, ce qui eſt facile à executer, ce mineral ſe refroidiſſant aſſés lentement ; ſur ces culots entierement tirés des creuſets, j'ai vû des boſſes aſſés conſidérables ſe former aux mêmes endroits par où les gouttes fluides ſortoient ci-devant des autres.

J'ai examiné ſi l'Antimoine ſolide a plus de maſſe que l'Antimoine fluide, en ſuivant les mêmes méthodes dont je m'étois ſervi par rapport au Fer, & à l'Etain de glace ; & il m'a paru qu'il devoit être rangé dans leur claſſe. Les morceaux ſolides ont toûjours ſurnagé l'Antimoine fondu, enfoncés dedans ils ſont revenus à la ſurface, ſans qu'on pût ſoupçonner cet effet d'être produit par une pellicule pareille à celle qui ſe forme ſur la ſurface du Zinc ; mais il n'a pas été poſſible d'obſerver le gonflement qui devroit être produit pendant qu'il ſe fige, il reſte trop de ſouflures à la ſurface & ſouvent dans l'interieur, pour qu'on puiſſe compter ſur quelque choſe. Il m'a ſemblé auſſi que quand on le verſoit liquide ſur des morceaux ſolides,

des, ces morceaux s'élevoient; je ne les ai pourtant jamais vû arriver juſques à la ſurface, parce qu'ils ſe ſont toûjours fondus en route.

De ce que l'Etain de glace & l'Antimoine occupent moins de volume quand ils prennent de la fluidité, qu'on n'en conclue pas pourtant que cela eſt propre à tous les mineraux non ductiles. Le Soufre commun eſt une preuve du contraire; quand il eſt fondu il ne ſauroit ſoûtenir celui qui eſt en maſſe, ce dernier ſe precipite au fond de la liqueur; deſorte qu'il n'eſt donné de ſe gonfler en ſe figeant, dans le genre des matieres minerales, qu'à celles qui ſont dans un certain état moyen entre les métaux parfaits & les mineraux parfaits.

La Cire, le Suif, comme les métaux parfaits & les parfaits mineraux, ont plus de peſanteur ſpecifique ſous la forme de ſolide que ſous la forme de liquide. C'eſt toûjours la regle generale, qui ſouffre les exceptions que la fonte de Fer nous a donné occaſion de remarquer, & quelques autres peut-être qu'on trouvera à leur ajoûter.

Mais enfin que le Fer fondu, à l'exception des autres métaux, ait de commun avec l'eau de ſe gonfler en ſe figeant; qu'on ne retrouve cette proprieté qu'à certains minéraux, ce ſont des phénomenes qu'un Phyſicien ne ſauroit apprendre ſans faire quelques efforts pour en découvrir la cauſe. Il ſeroit bien étonnant que je ne l'euſſe pas cherchée; mais je reſerve à un autre tems, l'explication de celle à qui j'ai crû les devoir attribuer. Pour être bien éta-

établie, elle m'a engagé dans un Memoire plus long que celui que nous finiſſons ; elle m'a forcé d'entrer dans d'aſſés longues diſcuſſions ſur la nature du Fer ; elle demande même d'être tirée d'une proprieté de ce métal inconnue juſqu'ici, qui ne laiſſe pas d'avoir ſa ſingularité, quoi-qu'elle tienne à celle que nous avons examinée ci-devant. Il m'a même paru qu'il conviendroit mieux de raſſembler dans un ſeul Recueil les Memoires que j'ai lûs dans nos Aſſemblées, en différens tems, ſur cette matiere, & que je n'ai point encore fait imprimer, que de continuer à les donner ſéparés : réunis ils s'éclairciront mutuellement. Ce Recüeil aura pour Titre, *Nouvel Art d'adoucir le Fer fondu.* On y trouvera des procédés pour avoir des ouvrages fondus limables, que je n'avois pas encore découverts lorſque je publiai l'Art d'adoucir le Fer fondu en 1722, & qui ſont plus aiſés dans la pratique que les premiers ; on y trouvera auſſi des Obſervations & des Réflexions ſur ce métal, qui aideront peut-être à le mieux connoître.

SUR

SUR LE METEORE

qui a paru le 19 Octobre de cette Année.

Par M. GODIN. *

L'AURORE BOREALE commençoit par ſes frequentes apparitions depuis l'année 1716, à devenir un ſpectacle peu intereſſant, ſi ce n'eſt peut-être pour un petit nombre de perſonnes, dont l'étude de la Nature eſt la principale occupation: c'eſt ainſi que la rareté fait preſque toûjours le ſeul merite de la plupart des choſes que nous eſtimons le plus; mais elle a paru le 19 Octobre de cette année avec tant d'éclat, & des circonſtances ſi variées & ſi peu ordinaires, à en juger du moins par les deſcriptions qui nous ſont connues, qu'elle a excité de nouveau l'attention de tout le monde, avec cette différence néanmoins que les Philoſophes l'ont obſervée d'un œil tranquille, & que le Peuple toûjours porté à craindre, & qui regarde ces ſortes de phénomenes comme des préſages aſſûrés du mal, a conçû à la vûe de celui-ci, des penſées que l'on pourroit appeller extravagantes.

Inutilement rediroit-je ici après d'habiles gens, que de ſemblables Meteores ont été pris ſouvent pour des Armées rangées en batail-

* 13 Nov. 1726.

taille ou des Combats aëriens, & rapportés comme tels par des Hiſtoriens d'ailleurs très graves, qui par ignorance ou par coûtume ont adopté de pareilles chimeres: car il y a bien de l'apparence que tout ce que nous trouvons dans les Hiſtoires, de Feux celeſtes, excepté pourtant les Cometes que l'on a toûjours aſſés bien diſtinguées, doit ſe rapporter à ce que nous appellons aujourd'hui *Lumiere* ou *Aurore Boreale*, nom que M. Gaſſendi lui donna le premier, * & qui lui convient d'autant mieux qu'elle arrive plus ſouvent, & qu'elle ſemble toûjous venir des pays Septentrionaux. En effet, ſi l'on fait quelque attention à la bizarre diverſité des figures que les Nuées ſemblent repreſenter, on n'aura pas de peine à croire que les Exhalaiſons qui cauſent le Meteore dont il eſt queſtion, peuvent auſſi varier en mille manieres, de figure, de grandeur & de mouvement, & donner par un pur effet du hazard, occaſion de s'imaginer des Haches, des Soldats, des Chevaux, & generalement tout ce que l'Eſprit peut ſe repreſenter.

Le 19 Octobre dernier à 7h 40′ ou environ, étant monté ſur la Platte-forme de l'Obſervatoire Royal pour voir ſi le tems permettroit de faire pendant la nuit quelques Obſervations: je découvris du côté du Nord un grand Arc d'une lumiere blanchâtre fort élevé au-deſſus de l'Horizon; la partie convexe de cet Arc étoit tournée du côté du Zenith, & la concave regardoit la Terre; ſon étendue

* Gregoire de Tours donne auſſi ce nom à un ſemblable Phenomene obſervé de ſon tems.

due en longueur étoit d'environ 140 degrés, commençant à l'Oueſt & finiſſant au Nord-Eſt un peu plus vers l'Eſt. Je le reconnus d'abord pour l'Aurore Boreale, & m'appliquai à le conſiderer avec attention.

Tout cet Arc étoit compoſé de trois bandes ou zones circulaires & concentriques, un peu retrecies pourtant vers les extremités qui coupoient l'horizon : les deux bandes extrêmes étoient lumineuſes, d'une couleur très blanche, & diaphanes, enſorte qu'on voyoit aiſément les Etoiles au travers : la zone moyenne entre ces deux, paroiſſoit plus denſe & tirant ſur le noir, mais diaphane comme les deux autres : l'extremité inférieure de la Zone intérieure étoit fort tranchée, & laiſſoit voir très diſtinctement le reſte du Ciel qu'elle éclairoit un peu juſqu'à l'Horizon ; ſa hauteur étoit de 11 degrés. Elle commençoit à l'Horizon Occidental aux Etoiles de la Couronne Septentrionale, paſſoit un peu au-deſſus de l'Etoile de la troiſieme grandeur qui eſt dans la tête du Bouvier, & de celle de ſon bras occidental de la 4e grandeur ; l'extremité de la queue de la grande Ourſe me parut exactement au bord, de même que les deux de la 4e grandeur qui ſont dans ſon genou occidental de derriere, laiſſant un peu en dehors celle de la cuiſſe de l'autre pied de derriere marquée χ par Bayer ; & enfin alloit ſe perdre à l'horizon vers la tête du Lion : le Ciel, qui étoit un peu couvert de ce côté-là, empêchoit de voir cette extremité de l'arc terminée.

De ces dernieres Etoiles de l'Ourſe, partoient ſous environ un angle de 35 degrés du

côté

côté de l'Eſt, quelques colomnes de lumiere formant à peu près les clairs & obſcurs des plis d'une draperie blanche de même étoffe que la lumiere, longues environ de 5 degrés, & parfaitement terminées du côté de l'horizon: il y en avoit de ſemblables vers l'Occident, qui prenoient leur naiſſance vers la tête & le bras occidental du Bouvier, & étoient inclinées parallelement aux premieres. Au travers de cette Zone on appercevoit pluſieurs Etoiles; & même une perſonne qui étoit alors avec moi & qui a une très bonne vûe, y vit diſtinctement la petite Etoile appellée *Alcor* de la 5e grandeur, qui eſt dans la queue de la grande Ourſe.

Cette Zone la plus proche de l'horizon avoit 10 degrés de largeur ou environ; au-deſſus étoit la Zone obſcure qui n'en avoit que 3, au travers de laquelle on voyoit fort diſtinctement la plus meridionale des deux précédentes du quarré de la grande Ourſe qui occupoit environ le milieu de ſa largeur: cette bande obſcure avoit ſes deux extremités fort inégales & comme ondées, & l'on y remarquoit un mouvement aſſés conſidérable, ainſi que nous le dirons ci-après.

La ſeconde bande lumineuſe étoit immediatement au deſſus, large d'environ 13 degrés, ſa plus grande hauteur ayant été eſtimée d'environ 37; ce que l'on ne put pas déterminer plus exactement à cauſe que ſa lumiere, quoique fort vive, n'étoit pas conſtante & uniforme comme celle de l'arc inférieur, mais qu'elle s'affoibliſſoit peu à peu, & devenoit enfin à rien vers les deux Etoiles précédentes du quarré de la petite Ourſe.

Cet-

Cette Zone se déployoit sur les Etoiles de la cuisse & de la jambe occidentale d'Hercule, sur les plus meridionales de celles du Dragon, & sur les plus Boreales de la grande Ourse, qu'on voyoit toutes fort aisément: telle étoit la situation de cette Aurore Boreale entre $7^h \frac{3}{4}$ & 8^h.

La Zone obscure avoit en elle-même un mouvement fort remarquable: plusieurs monceaux de la matiere qui la formoit étoient agités & se mêloient les uns avec les autres, laissant en quelques endrois des espaces plus lumineux & plus blancs de la même couleur que les autres arcs; ces espaces étoient bien-tôt recouverts & obscurcis par de nouvelle matiere: il y eut de ces monceaux qui parurent constamment aller d'un bout à l'autre de la Zone, d'Orient en Occident, & déplacer ou renverser, ou si l'on veut faire changer de configuration aux parties qu'ils rencontroient. Ce mouvement ne parut point se faire d'Occident en Orient.

On voyoit de tems en tems sortir de la bande obscure de grandes & larges fusées qu'on peut appeller après, M. Maraldi, des jets de lumiere: elle étoit en effet si vive & si forte, qu'à $8^h \frac{1}{4}$ en ayant paru une grande quantité à la fois, les corps faisoient une ombre aussi dense qu'en presence de la Lune, & la clarté étoit si grande que je lus avec facilité de très mauvaise écriture. Ces jets de lumiere s'élevoient plus haut que l'extremité la plus élevée de la Zone superieure, d'autres s'élevoient moins; ils n'avoient pas tous un égal degré de clarté, & cette clarté s'affoiblissoit toûjours à mesure que

la hauteur étoit plus grande, à laquelle ils ſe terminoient ordinairement en pointe, & ils ne duroient qu'environ une minute en ſe diſſipant tout d'un coup. Je crus voir que ces ſortes de fuſées ne paroiſſoient, du moins en grand nombre, qu'après un mouvement ſemblable à celui dont j'ai déja parlé, ce qui repreſentoit aſſés bien un feu qui allumeroit ſucceſſivement en courant avec vîteſſe, pluſieurs fuſées rangées ſur une même ligne dans un feu d'artifice.

C'étoit-là le ſpectacle agreable que donnoit l'Aurore Boreale à 8h $\frac{3}{4}$: alors examinant toûjours avec attention ce qui ſe paſſoit, nous vîmes dans l'arc obſcur un mouvement plus conſidérable qu'aucun que nous euſſions encore remarqué: tout cet Arc, ſemblable à un brouillard aſſés rare, parut ſe fondre & ſes parties retomber les unes ſur les autres, où elles recevoient en tournant ſur elles-mêmes de nouveaux accroiſſemens, & repreſentoient toûjours toutes enſemble la figure de l'Arc; il en ſortit alors une quantité prodigieuſe de jets de lumiere, qui par un mouvement fort rapide couvrirent en un inſtant preſque tout le Ciel en ſe déployant & ſe dilatant en ondes ou arcs paralleles à l'Arc Boreal. Ces ondes vinrent toutes ſe briſer vers notre Zenith un peu au Sud-Eſt, & y formerent d'abord un triangle qu'elles ne couvrirent point, mais qui peu à peu prit une forme circulaire de quelques degrés de largeur, ce qui continua de la même maniere pendant toute la durée du phénomene.

Ce fut-là le pole où tendoit tout le mouvement d'ondulation qui agitoit violemment la matiere émanée de l'Arc Boreal: elle reſſembloit

bloit parfaitement à un nuage rare, ſa couleur étoit blanchâtre, & elle ne cachoit à la vûe aucune étoile ; ſon mouvement d'ondulation prenoit ſon origine vers tous les points de l'horizon, mais principalement vers l'Arc Boreal, & en s'élevant ſe communiquoit ſucceſſivement à la matiere ſuperieure, ce qui repreſentoit aſſés bien des vagues de flammes qui alloient toutes ſe briſer au pole dont nous avons parlé.

Après ce premier mouvement d'exploſion, le phénomene prit une forme fixe, l'Arc qui lui avoit donné ſa naiſſance demeura très terminé dans la partie qui regardoit l'horizon, & ſe réduiſit du côté du Sud à un arc d'environ 30 degrés de hauteur. La matiere du Meteore continua d'être violemment agitée, & la lumiere qu'elle rendoit paroiſſoit excitée dans les lieux qui étoient mûs comme le feu qu'on ſouffleroit; fort au-deſſous de cette matiere on appercevoit une fumée qui ſuivoit le mouvement d'ondulation de l'apparence ſuperieure.

Entre notre Zenith & l'Oueſt parut un grand eſpace d'un rouge vif & éclatant qui cachoit les étoiles à la vûe, & ſembloit ne point participer au mouvement dont le reſte du Meteore étoit agité: il en parut un autre du côté de l'Eſt avec les mêmes circonſtances à peu près, mais il étoit plus rare & ſe diſſipa plutôt, n'ayant duré que quelques minutes.

Ce mouvement d'ondulation, ou ſi l'on veut, ces flammes répandues en l'air, continuerent ainſi juſqu'à 10 heures. Je deſcendis alors pour me préparer à obſerver l'émerſion du premier Satellite de Jupiter de l'ombre de cette Planete, qui arriva à 10^{h} 30′ : pendant cet intervalle, une autre

perſonne remarqua toûjours avec attention le phénomene qui diminuoit inſenſiblement, enſorte qu'à 11h les flammes qui reſtoient répandues en l'air étoient très foibles. L'arc Boreal paroiſſoit toûjours, & l'on ne remarqua aucune différence entre la poſition qu'il avoit alors, & celle qu'il avoit eû du commencement que nous l'apperçûmes; car la ſituation différente à ſon égard des mêmes étoiles dont nous avons parlé, étoit préciſément celle qui convenoit à la variation en hauteur qu'elles avoient eû pendant cet intervalle: nous continuâmes toûjours de l'obſerver, & juſqu'à minuit nous ne vîmes rien de particulier, ſi ce n'eſt un fort petit nombre de jets de lumiere qui paroiſſoient de tems en tems aſſés éloignés les uns des autres.

A minuit tout étoit reduit à l'Arc Boreal qui parut baiſſer & avoir un peu de mouvement du côté d'Occident, ce qui a été remarqué de même dans de ſemblables phénomenes arrivés en 1621 & 1720.

A minuit & demi tout le Meteore pâlit, l'Arc inférieur avoit un peu baiſſé & le ſuperieur s'en étoit conſidérablement rapproché, ce qui avoit retreci le phénomene, enſorte que ſa largeur totale étoit compriſe entre les 3 dernieres étoiles de la queue de la grande Ourſe, dont deux étoient alors dans le même Azimuth à peu près. En cet état on diſtinguoit à peine les arcs lumineux de l'arc obſcur; & l'on ne remarqua rien davantage juſqu'à $1^h \frac{3}{4}$ qu'il ſembla jouer la derniere ſcene par 3 ou 4 jets de lumiere qui parurent au Nord-Oueſt, mais courts & mal terminés, & qui ne furent ſuivis d'aucune autre apparence.

Avant

Avant de passer au reste de ce Memoire, il est bon de remarquer que pendant les deux nuits qui avoient immédiatement précédé ce Meteore, il avoit gelé ferme, le 19 fut beau & doux. Peu après le coucher du Soleil il s'éleva un vent d'Oueſt assés froid, qui ne dura pas long-tems. Le Ciel fut toûjours fort serein, excepté un peu vers l'Est, & aucun vent ne souffla pendant la principale durée du Meteore; nous crûmes même sentir pendant ce tems-là une foible chaleur repandue dans l'air. Peu après 11 heures il s'éleva un vent Nord-Oueſt très froid, qui dura toute la nuit; nous remarquâmes beaucoup de ces feux que le vulgaire appelle des *Etoiles qui filent*, & la plupart duroient plus longtems, & formoient des trainées de lumiere plus étendues & plus brillantes qu'à l'ordinaire. Enfin au Meteore succeda un brouillard mediocrement épais, qui s'étant dissipé le lendemain après le lever du Soleil, laissa voir assés distinctement au Nord, & à peu près dans la même position, le nuage qui la nuit précédente avoit occupé si diversement tant de monde.

Il est encore important de remarquer, que ce Meteore a paru plusieurs nuits de suite après le 19, souvent à la verité interrompu, ou même caché par les nuages au-dessus desquels on l'observe constamment placé, mais il s'en falloit beaucoup qu'il ne ressemblât au premier.

Par un grand nombre de Relations que j'ai reçûes ou qui m'ont été communiquées, il paroît que ce phénomene à été vû presque par toute la France & en Angleterre; on l'a vû en Moscovie, ainsi il y a apparence que beaucoup d'autres Païs l'ont vû aussi: d'où il suit qu'il a

été assés élevé au-dessus de la Terre, mais cependant renfermé dans notre Athmosphere, puisqu'il n'a point paru participer au mouvement du premier Mobile, comme cela auroit dû arriver s'il eût été au-delà.

Toutes les Relations que j'ai vûes différent entr'elles en plusieurs circonstances, ce qui doit être necessairement; elles s'accordent toutes à peu près pour l'heure de l'explosion dont nous avons parlé, mais non pour la durée entiere du phénomene, quelques-unes le font finir à 10 ou 11 heures, d'autres le font durer jusqu'au jour: la grande clarté, la transparence, le mouvement d'ondulation, le pole ou la couronne du Zenith, & les nuages rouges ont été vûs aux mêmes momens & de la même maniere, à très peu près; & qui plus est, la constitution de l'air a été en plusieurs endroits la même quelques jours devant & après.

A Dieppe, on vit les Roches de Lailly éloignées de 3 lieues du Port, aussi facilement qu'en plein jour; à Rheims, on vint de Louvois distant de 4 lieues, pour secourir la Ville qu'on croyoit en feu.

On a vû près de Mantes une grande Iris assés bien marquée au-dessus de l'arc obscur qui étoit au Nord: cette Iris avoit les mêmes couleurs que celles que forment les rayons du Soleil. Tout l'arc septentrional a paru auprès de Saumur se couper ou se déchirer, ainsi que porte la Relation, en deux parties à peu près égales: sans doute quelque nuage a produit cette apparence.

Dans une Relation écrite de Lyon par une personne intelligente, il est marqué que ce phéno-

nomene avoit été juſqu'alors inconnu dans ce païs, il y commença après le coucher du Soleil, on l'y a vû même le jour précédent; & le lendemain l'Obſervateur remarqua de même que celui de Mantes, quelques Iris; & les différentes parties de ces lumieres parurent auſſi au Havre, colorées de diverſes manieres.

L'Hiſtoire des diverſes apparitions de ce Meteore eſt très peu connue, à peine le Meteore l'étoit-il lui-même avant l'Obſervation de M. Gaſſendi, du 12 Septembre 1621. Il eſt néanmoins conſtant par des Hiſtoriens très anciens, quand les raiſons phyſiques ne le perſuaderoient pas, qu'il a été remarqué il y a longtems.

Je ne citerai pas ces Armées vûes en l'air pendant 40 jours à Jeruſalem, dont le Chap. 5 du 2e Livre des Machabées fait mention: je pourrois même me diſpenſer de rappeller ce que dit Joſephe au Chap. 12 du 7e Livre de la Guerre des Juifs, où parlant des prodiges qui précéderent la ruïne de leur capitale par Titus, il joint une apparence qui reſſemble aſſés à l'Aurore Boreale. *Le* 8 *Avril*, dit-il, *à* 9h *de nuit on apperçut une lumiere ſi grande du côté du Temple*, (*c'eſt-à-dire vers l'Orient*,) *que pluſieurs croyoient que c'étoit le jour & même un très beau jour: cette apparence dura une demie heure.*

Mais je m'arrêterai à quelques traits aſſés anciens & à d'autres un peu plus recens, que j'ai recueillis d'un grand nombre d'Auteurs, auxquels il ſemble qu'on n'ait point fait aſſés d'attention.

Dion de Nicée, Hiſtorien fort fecond en

prodiges, & qui les applique tous à de certains faits memorables, en rapporte quelques-uns qui m'ont paru dignes d'être remarqués.

Au Livre 37 de ſon Hiſtoire Romaine, l'an de Rome 691, ce qui revient à 60 ans environ avant J. C. il dit, que ſous le Conſulat d'Antoine & de Ciceron il parut en l'air pluſieurs foudres; le Ciel étant très ſerein, on vit pluſieurs flambeaux allumés qui s'élevoient du côté d'Occident, & couroient par tout le Ciel.

Au Livre 41 il dit que le jour de la défaite de Pompée par Ceſar à la bataille de Pharſale, on vît un grand nombre de feux en l'air au-deſſus du camp de Ceſar, qui étoit du côté du Septentrion. Il en parut encore ſelon lui de ſemblables 3 ans après, c'eſt-à-dire, l'an de Rome 709, lors de la victoire de Ceſar ſur le jeune Pompée en Eſpagne.

Le même Auteur au Livre 47 aſſûre que pendant la nuit qui précéda le combat entre Brutus & Caſſius d'un côté, & Auguſte avec Antoine de l'autre, donné l'an de Rome 712 auprès de Philippes Ville de Macedoine, on apperçut à Rome & dans la Macedoine une clarté ſemblable à celle du Soleil, avec de grandes lumieres qui paroiſſoient à Rome venir du côté des Jardins de Ceſar, ſitués vers le Tibre: Or il eſt preſque certain d'ailleurs, que ces Jardins étoient au Nord de la Ville, à très peu près.

Xiphilin dans ſon Epitome de l'Hiſtoire de Dion, rapporte d'après lui, que vers le tems de la Guerre-civile entre l'Empereur Severe

&

& Albinus, c'eſt-à-dire vers l'an 194 de J. C. on vit tout d'un coup pendant la nuit de grands feux répandus en l'air, qui venoient du Septentrion, ce qui fit croire à quelques-uns que la Ville étoit en feu, & à d'autres que le Ciel brûloit. Dion aſſûre avoir vû lui-même ce phénomene.

Pendant les annés 978, 979 & 1095, ſelon l'Auteur du *Chronicon Hirſaugienſe*, *Sigebert Urſpergenſis*, & d'autres Hiſtoriens de ce tems-là, pluſieurs prodiges parurent en l'air qui effrayerent beaucoup de peuples: en 978 on vit pendant la nuit du 28 Octobre de longues traînées de lumiere qui couvroient le Ciel. En 1095 fort fecond en Meteores, il s'en trouve un très ſemblable au nôtre, rapporté en ces termes.

„ Le 24 Fevrier on apperçut en l'air des „ nuages rouges & comme teints de ſang, „ qui partoient de l'Orient & s'alloient ren„ contrer vers le point du Ciel le plus éle„ vé, & environ le milieu des nuits il s'éle„ voit du Septentrion des clartés de feux ou „ des colomnes ardentes, qui en ſe répan„ dant voltigoient par l'air.

Cardan, *lib.* 14, *De rerum varietate*, *cap.* 70, dit expreſſément, que vers les pays Septentrionnaux on apperçoit en l'air des prodiges qui ſont plus frequens & plus étonnans que par-tout ailleurs, ce qu'il avoit tiré d'Olaüs Magnus qui dans le Chapitre 3 du Livre 2 de ſon Hiſtoire du Septentrion, aſſûre qu'il paroît très ſouvent en Iſlande des feux celeſtes, & dans un autre endroit il en décrit

crit qu'on reconnoît aiſément avoir été ſemblables à l'Aurore Boreale.

„ Lorſque les neiges, dit-il, ſont hautes „ & couvrent la Terre, & vers l'Equinoxe „ du printems, on a coûtume de voir en l'air „ du côté du Septentrion des cercles ſitués „ de telle maniere qu'ils paroiſſent comme „ de grands Arcs qui environnent l'horizon „ de ce côté-là, & ſont d'une couleur tout „ à fait blanche: à ces Arcs, il y en a d'au- „ tres ſuſpendus, ſéparés les uns des autres & „ de la même couleur, ſi ce n'eſt que vers l'O- „ rient ils ſemblent plutôt imiter la couleur jau- „ ne ou rouge du Soleil". Il ajoûte que ces cercles, ou comme il les appelle encore, ces *Halos*, ne durent guere plus de deux heures & demie.

On trouve encore dans l'Hiſtoire de France écrite par Gregoire de Tours, pluſieurs Deſcriptions de ſemblables Meteores. *Greg. Turon. lib.* 6. *An.* 584, *lib.* 8. *An.* 585, *lib. eod. c.* 17, &c. La deſcription de ce dernier convient parfaitement au nôtre, & merite d'être lûe.

Cornelius Gemma dans ſon Livre intitulé, *De Naturæ divinis Characteriſmis*, imprimé à Anvers en 1575, rapporte auſſi pluſieurs Aurores Boreales dont il a fait graver quelques figures qui les diſtinguent encore mieux que les deſcriptions. Voyés-le, *lib.* 2, *pp.* 30. 42. 65. 75. 162.

En 1535, la ſeconde fête de la Pentecôte à 2h après midi, par un tems ſerein & tranquille, on apperçut à Guben en Luſace pluſieurs poutres enflammées qui traverſerent len-

lentement le Ciel, allant du Septentrion au Midi ; une ſemblable apparence arriva de jour en Pomeranie en 1665, & en 1681 auprès de Roſtoch.

En 1686 un Meteore ſemblable au nôtre parut à Ringaw le 23 Janvier, on le trouve décrit par Theodore Moëren dans les Ephemerides curieuſes d'Allemagne, cinquieme année, Decad. 2. Obſervat. 107.

En 1692 on vit à Cinq-Egliſes en Hongrie un autre Meteore ſemblable qui tenoit de même à l'Orient & à l'Occident; il y avoit entr'autres deux larges colomnes de feu de 48 degrés de hauteur chacune, & à 88 degrés de diſtance l'une de l'autte.

Voilà les recherches que j'ai faites au ſujet des années que ce Meteore a paru : ſi on les joint à celles de MM. Maraldi & Hallei, que je n'ai point voulu copier ici, on aura une Hiſtoire aſſés complette des tems de ces apparitions.

Il reſulte de toutes les Relations tant anciennes que modernes, examinées avec ſoin dans toutes leurs circonſtances, que ce Meteore paroît conſtamment du côté du Nord, preſque toûjours en Arc, dans les tems d'Automne ou de Printems ; après des années ſéches ; l'Arc eſt mêlé de clair & d'obſcur, & preſque toûjours diaphane, produit quelquefois des Iris, * & ne s'apperçoit ordinairement que la nuit.

Il faut tâcher d'expliquer toutes ces circon-

* *Corn. Gemma en rapporte une vue à Louvain le 24 Juin 1572.*

conſtances. Le Pere *Kircher* & ſon imitateur *Schottus* ont tâché d'expliquer ce Phénomene par la réflexion des objets terreſtres faite ſur des nuées opaques & congelées dans la moyenne region de l'air, qui faiſoient ſelon eux l'effet d'un Miroir; enſorte que ſi l'on croit ces Auteurs, les prétendues Armées que pluſieurs Hiſtoriens rapportent avoir été vûes, ne ſont autre choſe que la réflexion de ſemblables Armées placées en quelqu'endroit de la Terre; & ils ajoûtent que le bruit qu'on entend alors eſt celui que forment divers animaux terreſtres que ces mêmes nuées réfléchiſſent.

On ſent aiſément le ridicule de cette opinion, & les plus exactes obſervations y ſont ſi contraires, que ce ſeroit perdre du tems d'y repondre ſerieuſement.

Suno Arnelius veut que ces apparences ſoient produites par des feuilles de glace qui flottent dans la plus haute partie de notre athmoſphere, & réfléchiſſent vers nous la lumiere qu'elles reçoivent des rayons du Soleil, même long-tems après le coucher de cet aſtre; & que le mouvement de la matiere de ce phénomene ne ſoit autre choſe que l'agitation de ces feuilles de glace, cauſée par celle de l'air dans lequel elles nagent. Mais nous ſommes convaincus que le Soleil étoit trop au-deſſous de l'horizon dans le dernier Meteore pour avoir pu produire ces apparences; & d'ailleurs ces feuilles de glace, qui ſans doute auroient pluſieurs figures irregulieres, cauſeroient des changemens bizarres aux étoiles que nous verrions au travers.

Ces

Ces explications n'étant pas ſatisfaiſantes, nous tâcherons d'en donner une qui puiſſe rendre raiſon de toutes les apparences que nous avons citées : nous rappellerons pour cela deux experiences faites par M. Lemery, & rapportées dans les Memoires de cette Académie.

M. Lemery fit un mêlange compoſé de limaille de fer & de ſoufre pulveriſé, qu'il reduiſit en pâte avec de l'eau commune; ce mêlange, enfoui un pied ſous terre, fermenta au bout de quelques heures, fit crever la terre qui le couvroit, & il en ſortit des flammes.

La ſeconde experience de M. Lemery eſt une diſſolution du Fer avec l'Eſprit de Nitre; cette diſſolution fermenta violemment, s'échauffa, & donna des vapeurs rouges.

On ne doute point qu'il ne s'éleve des vapeurs de la Terre : quelle que ſoit la cauſe qui les faſſe élever, ces vapeurs contiennent neceſſairement du Nître, du Fer & du Soufre; ces trois matieres ſe rencontrent par-tout.

Cela poſé, les exhalaiſons chargées de ces trois mixtes feront des effets différens dans différens climats ; les chaleurs de l'Eté & ſur-tout celles de la Zone torride en éleveront une grande quantité, & les deſſécheront bientôt : leur fermentation qui ſera peu moderée ſe fera à une hauteur peu conſidérable; à cauſe que l'air très rarefié dans ces pays ne pourra pas les ſoûtenir bien haut, cette fermentation leur fera prendre feu preſque ſubitement, & produira tous les Meteores de l'Eté, comme les Orages, le Tonnerre, les Éclairs, &c. qui ſont, comme

l'on ſait, très communs dans cette ſaiſon & dans les climats de la Zone torride.

Dans les pays voiſins du Pole, l'air eſt très denſe, la Terre donne à proportion moins d'exhalaiſons, ces exhalaiſons peuvent s'élever fort haut & ſont moins ſujettes à être deſſéchées ; elles auront donc plus le tems de fermenter, s'enflammeront moins rapidement, & dureront d'autant plus longtems qu'elles auront plus de matiere à conſommer. Leur effort étant beaucoup moindre que celui du Tonnerre, il ne ſe fera aucun bruit. L'on peut comparer les Meteores de ces deux différens climats, l'un à de la poudre à canon grenée qui prenant feu ſubitement, cauſe une détonation violente; & l'autre à de la même poudre à canon écraſée, dont on auroit encore adouci la compoſition par un mêlange de charbon ou qu'on auroit humectée, & qui brûleroit en fuſant ſans faire le moindre bruit.

Les pays temperés auront ſucceſſivement les ſcenes des pays chauds & celles des pays froids, ſuivant que le Soleil s'approchera ou s'éloignera de leur Zenith.

Ils auront en Eté le Tonnerre & les Eclairs; dans les deux ſaiſons moyennes, les Aurores Boreales ou Auſtrales; ils les auroient ſans doute encore l'Hiver plus frequemment, n'étoit la quantité de pluye qui accompagne ordinairement cette ſaiſon.

Ces phénomenes ſe formeront du côté du Pole, & il ne nous manque ſans donte que des Obſervateurs du côté du Pole Auſtral pour

pour être assûrés qu'ils y arrivent aussi; il n'y a pas long-tems qu'on les observe frequemment vers le Boreal.

Quand il n'y aura point de grand vent, & que ces exhalaisons seront en assés grande quantité sur l'horizon, ce phénomene paroîtra en forme d'Arc, parce que les differens climats sont terminés par des lignes paralleles à celles que décrit chaque jour le Soleil, & que ces sortes de phénomenes doivent, comme nous l'avons déja dit, suivre les climats. De plus, ces matieres étant presque homogenes, s'éleveront à peu près à la même hauteur, & formeront par conséquent un cintre autour de la Terre.

Ces phénomenes n'arrivent ordinairement qu'après les années séches, parce qu'une trop grande quantité de pluye dont la Terre seroit imbibée fourniroit trop de parties aqueuses parmi les exhalaisons; & les détrempant trop, les empêcheroit de fermenter.

L'Arc est mêlé de clair & d'obscur, parce qu'il n'est pas par-tout d'égale épaisseur. On peut concevoir la masse de ces exhalaisons comme un cylindre courbé: comme il aura plus d'épaisseur dans son milieu, sa nuance sera plus opaque, quoique le tout ensemble soit très rare, ses parties le seront d'autant plus ou moins qu'elles seront plus ou moins éloignées du milieu, & sa rareté causera sa diaphanéité dans la même proportion.

Après que ces exhalaisons se seront enflammées, les parties de l'Eau qu'elles tenoient

noient ſuſpendues ſe rapprocheront, ces parties d'Eau tomberont en roſée, & les rayons de lumiere qui en traverſeront les petites gouttes feront neceſſairement paroître des Iris à ceux qui ſeront placés d'une certaine maniere à leur égard. La couleur de ces Iris ſera la même que dans les Iris ordinaires.

Enfin la même raiſon qui empêche qu'on ne voye les Etoiles fixes pendant le jour, empêche auſſi de voir pendant le jour l'Aurore Boreale: on peut pourtant la voir, comme il eſt arrivé quelquefois, quand la matiere qui la compoſe eſt en aſſés grande quantité pour produire une lumiere que le Soleil ne puiſſe entierement effacer.

On voit de-là pourquoi notre phénomene a été tranſparent: on explique aiſément ces mouvemens qui l'agitoient, & qui formoient ces pointes de lumiere. On en déduira auſſi l'exploſion qui arriva dans le tems du plus grand effort de la fermentation. Ces flammes qui en émanerent, & enfin les nuages qui ont paru rouges, pourront être expliqués par une plus grande quantité de fer jointe à plus de Nitre dans ces endroits: leur fermentation les a fait envelopper de fumées; celles d'Orient moins épaiſſes ont plutôt fini, celles d'Occident plus denſes ont duré davantage; toutes deux ont eû aſſés de denſité pour nous cacher le mouvement de la matiere qui les compoſoit, & pour nous cacher même les Etoiles.

Le cercle fait proche le Zenith & l'arc au Sud que les flammes n'ont pas couvert, ſont

ſont plutôt des effets du hazard & de la direction de la matiere, jointe à ſa vîteſſe, que des ſuites de quelque cauſe conſtante.

Enfin la fumée que nous avons vûe ſous le phénomene, n'eſt autre choſe que les parties aqueuſes mêlées dans les exhalaiſons, qui rapprochées par le feu, ont été reduites en gouttes de roſée; & rendues par-là plus peſantes, ont dû deſcendre juſqu'à ce qu'elles ayent trouvé un air capable de les ſoûtenir: ce ſont elles qui, comme nous avons déja dit, ont cauſé des Iris.

Il reſteroit à ſavoir la hauteur de ce phénomene au-deſſus de la Terre; mais il ne nous a pas été poſſible de tirer cette connoiſſance des Relations qui nous ont été communiquées, la plupart étant peu exactes, & les autres ne faiſant aucune mention des circonſtances neceſſaires à cette détermination.

REMARQUES

SUR

LA PLANTE APPELLE'E À LA CHINE

HIA TSAO TOM TCHOM,

OU

PLANTE-VER.

Par M. DE REAUMUR. *

NOUS laiſſons à l'Hiſtoire de cette année à apprendre la reconnoiſſance que l'Académie doit au Pere Parennin Jeſuite, pour les magnifiques preſens qu'il lui a faits, & celle que lui doit même toute l'Europe ſavante pour les ſoins qu'il a pris de faire admirer ſes productions à la Chine. Il a traduit pluſieurs volumes d'Ouvrages de Phyſique en Langue Tartare, dont il nous a envoyé des Exemplaires. Nous avons auſſi reçû de ce Pere des échantillons de quelques drogues & de quelques racines propres à étendre nos connoiſſances ſur l'Hiſtoire-naturelle.

Entre les racines eſt celle d'une plante qui ſeroit un étonnant prodige, ſi ce qu'on en débite à la Chine, & ſi ce qu'en apprend ſon nom

* 21. Août 1726.

nom ſeul, étoit vrai. On l'y appelle *Hia tſao tom tchom*; ce qui veut dire, au rapport du Pere Parennin, qu'elle eſt Plante pendant l'Eté, & que pendant l'Hyver elle eſt Ver. Dans l'état où eſt aujourd'hui la Phyſique, on eſt peu diſpoſé à croire une telle merveille. Au lieu que le nom de la plante ſemble annoncer qu'elle ſe transforme toute en un Ver, à en juger par les pieces que nous avons reçûes, la metamorphoſe ne ſe feroit que dans une portion de chaque racine; mais la merveille n'en ſeroit pas moins grande.

Le Pere Parennin nous marque que cette Plante paſſe pour étrangere à la Chine, qu'elle y eſt très rare, qu'on n'en trouve guere qu'au Palais de Pekin; qu'elle croît dans le Thibet, & qu'il en croît auſſi quelque peu ſur les frontieres de la Province du Sſetchouen, qui confine avec ce Royaume; mais qu'il n'a pu parvenir à voir la plante entiere, ni ſes fleurs, ni ſes feuilles, ni ſa tige. Il n'en a eû que des racines dont les vertus paſſent pour aſſés ſemblables à celles du Ginſeng, avec cette différence que ceux qui en font uſage n'ont pas autant à craindre les hemorragies. Il nous a envoyé environ 300 de ces racines, qui n'offrent rien de ſingulier à la vûe: les plus groſſes ont environ trois lignes de diametre, où elles en ont le plus, & les plus longues ont trois pouces de longueur. On n'a pas cherché à relever la valeur du preſent, on les donne pour des plus petites & des moins eſtimées.

A ces racines qui n'ont rien de ſingulier dans leur figure, on a joint de celles qui pas-

paſſent pour s'être transformées en Vers. Les figures 1 & 2 en repreſentent deux, vûes dans des ſens différens. Le Pere Parennin a raiſon d'aſſûrer, *que rien ne repreſente mieux un Ver de 9 lignes de long, qu'on y voit la tête & tout le corps bien formés, la bouche, les yeux, les pieds, les deux côtés du ventre, les plis ſur le dos, & enfin qu'elle eſt* (cette portion de la racine) *toute ſemblable à un Ver ſec de couleur jaunâtre, & que tout y paroît quand elle eſt recente; car avec le tems ſi on l'expoſe à l'air, elle ſe corrompt aiſément & devient un peu noire, à cauſe de la tenuité de ſa ſubſtance qui eſt molle & tout à fait du goût de la noiſette ſechée à l'air.*

Rien ne manque effectivement, à ce qui ſe trouve au bout de ces racines, à la reſſemblance parfaite d'un Ver ou d'une Chenille; auſſi ne ſauroit-on douter que ce ne ſoient veritablement de ces inſectes: mais la merveille ſe reduit ſans doute, à ce qu'ils choiſiſſent les racines de cette Plante, pour s'y attacher lorſqu'ils ſont prêts à ſe metamorphoſer en Aurelies ou en Nymphes. Les Naturaliſtes connoiſſent un grand nombre de Vers & de Chenilles qui ſe cachent ſous Terre, lorſque le tems où ils doivent changer de forme eſt prochain. M. Valiſnieri, celebre Profeſſeur de Padoue, en a décrit de cette eſpece de ſinguliers, d'où naiſſent les mouches des roſiers. D'autres eſpeces vivent toûjours ſous terre juſques au tems de leur transformation. Dans l'un & l'autre de ces genres les uns ſe cachent ſimplement ſous terre, d'autres s'attachent aux racines des plantes; tel eſt celui qui fait une coque qui donne de la

glu,

glu, ſur lequel M. de Juſſieu a communiqué à l'Academie les Obſervations d'un de ſes amis.

Il reſte pourtant un ſingularité remarquable au Ver ou à la Chenille du Thibet, qui auroit pu faire penſer en France, comme à la Chine, à ceux qui ne ſont ni Phyſiciens ni Obſervateurs, qu'une portion de la racine s'eſt métamorphoſée en Ver ; c'eſt que cette Chenille attache ſa queue préciſément au bout de la racine, de maniere que le corps de l'inſecte ſemble être un prolongement de cette même racine.

Il eſt pourtant facile, avec un peu d'attention, de reconnoître où finit la Plante & où commence l'Animal, car la racine a des fibres ligneuſes aiſées à diſtinguer. S'il eſt permis de décrire la manœuvre d'un inſecte, que nous ne ſommes pas à portée d'obſerver, ſur ce que l'inſpection des parties ſéches conduit à imaginer, il paroît qu'avant de s'attacher à une racine, il en coupe le petit bout, qu'il creuſe enſuite une cavité dans l'extremité de la partie qui eſt reſtée. Il loge dans cette cavité le bout de ſa queue, il l'y aſſujettit & fixe, peut-être, par le moyen d'une glu dont il a ſoin de l'enduire ; il y a apparence qu'il laiſſe toute l'enveloppe de Ver ou de Chenille collée au bout de la racine lorsqu'il ſe change en Aurelie. Rien n'eſt plus ordinaire que de trouver des dépouilles qui ont exactement la figure de l'inſecte qu'ils ont couvert. Les Araignées, les Ephemeres, & quantité d'autres inſectes nous en font voir journellement. Si on trouvoit plus com-

communément des Cornes pareilles à celles que M. Mairan envoya à l'Academie en 1716, & ſi elles n'y étoient obſervées que par des Chinois ou par le commun des François, on en diroit des choſes au moins auſſi ſurprenantes que celles qu'on rapporte de la Plante-Ver. Cette Corne étoit garnie par un bout de longs tuyaux ſoyeux, qui dans l'interieur étoient ſanguinolens; on les avoit pris pour des racines pouſſées par la Corne, quoi-qu'ils fuſſent réellement habités par des Vers dont ils étoient l'ouvrage.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA figure premiere repreſente une des Racines de la Plante *Hia tſao tom tchum*, avec la portion qu'on prétend s'être transformée en Ver. *AB* eſt réellement une partie de cette racine. *BC* eſt ce que nous regardons comme la dépouille d'une eſpece de Chenille attachée à cette racine, vûe de côté. En *B* eſt la cavité où l'Inſecte a logé le bout de ſa queue.

La fig. 2e repreſente une autre Racine de la même Plante, avec la dépouille de l'Inſecte vûe du côté du ventre. *G* eſt la tête de l'Inſecte. *F* l'endroit où ſa queue eſt engagée dans une cavité creuſée au bout de la Racine.

La fig. 3e fait voir une portion de la Racine, priſe depuis *B* ou *F* juſques un peu au-deſſous, dont on a écarté les fibres ligneuſes.

La fig. 4e montre la cavité d'où on a tiré le bout de la queue de l'Inſecte.

ESSAI

Fig. 1.

Fig. .

Fig. 4.

ESSAI D'ANALYSE EN GENERAL DES NOUVELLES EAUX MINERALES DE PASSY;

Avec des raiſons ſuccintes, tant de quelques phénomenes qu'on y apperçoit dans de différentes circonſtances, que des effets de quelques operations, auxquelles on a eû recours pour diſcerner les matieres qu'elles contiennent dans leur état naturel.

Par M. BOULDUC le Fils.

PLUSIEURS perſonnes ayant déja examiné ces Eaux, & même communiqué au Public ce qu'ils ont penetré par leur travail & leurs Obſervations, on s'étonnera peut être, que j'en entreprenne de nouveau l'analyſe : mais quand on voudra bien conſidérer, qu'un jour enſeigne l'autre, & qu'un phénomene, auquel on ne s'attendoit pas, doit nous porter à un *nouvel examen*, lequel nous fait ſouvent trouver des matieres cachées, qu'il eſt important de dévoiler; j'eſpere que le Public, qui a déja trouvé dans ces Eaux des ſeçours ſalutaires, & qui forme

me encore des eſperances au-deſſus des premiers ſuccès, portera un jugement favorable ſur mon entrepriſe, & me ſaura gré de joindre mes nouvelles découvertes à celles que de très habiles gens ont déja données.

Quand ces Eaux furent annoncées au Public dès le tems de leur établiſſement, je me contentai, comme firent pluſieurs autres Artiſtes, d'en faire évaporer une petite quantité, & le fruit de mon travail fut d'y trouver une *eſpece de rouille de fer* & un peu de *Sel cryſtalliſé en maniere de houpes.* Mais en 1724 la curioſité m'ayant porté à rechercher encore dans la ſeule ſource qui ſubſiſtoit alors, s'il n'y avoit point quelque choſe au-delà de ce que j'avois d'abord trouvé; je diſtillai un volume conſidérable de ces Eaux dans un même vaiſſeau, verſant toûjours de l'Eau Minerale fraiche ſur la reſidence, que je voulois groſſir au point que je puſſe en faire plus facilement différentes experiences, que j'avois projettées Alors l'eau en s'évaporant dans ce travail, laiſſant preſque toûjours la réſidence à ſec, j'eus occaſion entre pluſieurs choſes d'en remarquer *deux*, qui n'ont point encore été obſervées. *Premierement*, toutes les fois que l'eau fraiche ſentoit un peu la chaleur du vaiſſeau, elle faiſoit voir une agitation entre les principes dont elle eſt compoſée, ou *une eſpece de fermentation*, qui ne ceſſoit entierement que quand tout le fer étoit précipité. *Deuxiemement*, ayant fait fondre la reſidence avec de l'eau commune bien pure, je la filtrai ſoigneuſement, & j'en obtins après une leute évaporation, *un ſel tout jaune.*

Ce

Ce ſel rendoit une odeur vive & penetrante, que les témoins de mon operation ne pouvoient définir; les uns y trouvoient l'odeur du ſoufre, quand il brûle actuellement; les autres d'odeur des fleurs d'hematites faites avec le Sel armoniac; & quelques autres y trouvoient du rapport avec l'odeur de différentes autres choſes.

Cette varieté de ſenſations ne m'étonna pas par la ſuite; la réſidence, qui contenoit différens principes, faiſoit naître ces différentes opinions. En effet, quand on verſe quelques gouttes d'Eſprit de Vitriol ſur ce Sel, il s'en éleve promptement des vapeurs viſibles d'une forte odeur de Soufre allumé, mêlée pourtant de l'odeur de quelque autre acide beaucoup offuſqué par celui du ſoufre, qui y prédomine; & quand on diſtille ce Sel tout ſeul, il fournit non ſeulement un eſprit volatil & penetrant, dont cependant l'odeur paroît plus uniforme & plus ſimple que celle de ces vapeurs, dont je viens de parler; mais il donne encore en même tems une portion de vrai ſoufre mineral. Enfin cet eſprit, que la diſtillation fournit, auſſi bien que le Sel jaune même, dont on le tire, précipitent tous les deux, quoi que d'une maniere différente, l'argent diſſout en eau forte.

Ces nouveautés imprevûes ſembleroient favoriſer l'opinion de quelques Medecins, qui croyent que l'on ne doit juger des remedes qu'en obſervant les effets qu'ils produiſent. Ils conviennent à la verité, que le chemin des obſervations & des experiences, ſur-tout quand il s'agit de la vertu des Eaux Minerales, eſt un chemin ſûr;

mais auſſi d'une longueur qui les revolte. Ils voudroient en quelque façon nous engager par-là à negliger la ſeule route, qui peut nous conduire à une exacte verité, & bannir toute ſorte d'incertitude. Mais lorſqu'il s'agit de rendre les remedes, du moins les compoſés, ſalutaires, tout le monde convient qu'il eſt important de ſavoir d'avance, de quels principes ces remedes, ſur-tout les Eaux Minerales, ſont compoſés: on en fait pour-lors une application plus heureuſe; & ceux qui en font uſage, s'y livrent avec plus de confiance.

C'eſt pour raſſûrer ceux qui ont recours à ce remede, & pour donner de nouvelles facilités à ceux qui les ordonnent, que je me ſuis déterminé à examiner plus amplement les nouvelles Eaux de Paſſi, dans l'état où elles ſont preſentement, & je vais en rapporter ce qui m'a paru de plus évident & de plus démonſtratif; me renfermant au reſte dans les bornes d'une *ſimple analyſe generale*.

Avant que d'y entrer, je rapporterai en peu de mots quelques circonſtances eſſentielles, qui conviennent à mon deſſein, tant *de leur état naturel, que de l'alteration* à laquelle elles ſont ſujettes par la chaleur de l'air & par celle du feu; & finalement j'ajouterai ce que *l'évaporation & la diſtillation* y font apercevoir.

Les nouvelles Eaux Minerales conſiſtent actuellement en *quatre Sources*, dont l'eau eſt claire & limpide en tout tems. Elles ont toutes les quatre un goût de fer, les unes plus, les autres moins, mêlé d'une legere adſtriction & de quelque choſe de piquant, ou ſelon quelques-uns, de vineux;

neux ; l'odorat en effet y distingue quelque chose de volatil & de penetrant.

On les appelle également *ferrugineuses*, parce que l'on n'a eû que le *fer* pour objet en leur donnant ce nom ; & on ne les distingue que par *Premiere*, qui a le plus de fer ; *Deuxieme*, qui en a un peu moins ; *Troisieme*, qui en a encore moins ; & enfin *Quatrieme*, qui paroît en avoir la plus petite quantité. Les Teintes qu'elles prennent avec la Noix de Galle, plus ou moins rouges ou violettes, & plus ou moins promptes, démontrent en général la différente quantité du fer qu'il y a dans ces quatre Sources.

Ces Eaux conservent leur limpidité & leur goût de fer plusieurs mois dans les saisons froides, ou dans des endroits froids, & dans des vaisseaux bien bouchés, mais moins long-tems dans des saisons chaudes. Toutesfois elles déposent tôt ou tard un sédiment ferrugineux, jettent à la surface une pellicule ou crême luisante de diverses couleurs ; & à la longue elles perdent entierement leur goût de fer & leur goût piquant ; ce qui dénote un changement considérable.

Ce dépôt & ce changement, dont je viens de parler, se fait bien plûtôt, quand on expose une bouteille pleine de ces Eaux à la chaleur du Soleil en Eté ; & encore de beaucoup plus promptement, quand on les expose à l'évaporation ou à la distillation, quelque douce chaleur qu'on y employe. On apperçoit dans ces derniers cas, que l'eau se trouble peu à peu, qu'il s'y fait un mouvement en tout sens, qu'il s'éleve du fond & des parois des vaisseaux quantité de petites bulles d'air, lesquelles montant à la surface y

crevent & dépoſent ce qui doit former la pellicule. En un mot, il s'y fait *une vraye fermentation*, ou, pour mieux dire, une *effervescence lente*: Tant qu'elle dure, l'eau conſerve encore un peu de goût du fer, & teint à proportion avec la Noix de Galle: quand elle finit, ce goût eſt perdu, il ne ſe fait plus de teinte, l'eau s'éclaircit, devient très legerement ſalée, & le fer eſt tombé.

Il paroît ſingulier, que *dans le vuide de la Machine Pneumatique*, ces Eaux bouillonnent plus que certaines liqueurs ſpiritueuſes, jettant de groſſes bulles d'air des parois & du fond du vaiſſeau, de la même maniere qu'on les voit dans les *effervescences*; & qu'étant retirées au bout d'un demi-quart d'heure, elles ſe troublent bien-tôt après, & dépoſent enſuite leur fer inſenſiblement. Dans la ſaiſon où nous ſommes, le fer eſt précipité en moins de trois jours après cette operation, quoi qu'on garde ces eaux ſortant de là dans un endroit froid, & bien bouchées.

Dans *la diſtillation* en particulier, où le vaiſſeau contenant eſt couvert, on n'apperçoit point de crême variante comme dans l'évaporation à vaiſſeaux ouverts; il paroit ſeulement à la ſurface de l'eau quelques *fibres brillantes*, leſquelles ſe joignant petit à petit & groſſiſſant inſenſiblement, tombent & forment des cryſtaux. Enfin, en continuant la diſtillation juſques à ſiccité, la derniere goutte de ces eaux n'a pas plus que la premiere ni goût ni odeur, ni n'eſt ſuſceptible d'aucun changement, quelque liqueur qu'on y mêle: la cucurbite tient ſeulement un peu l'empyreume ou le gras brûlé;

lé; & les matieres qui compoſent toute la *réſidence*, étant entierement affaiſſées, ſe trouvent à peu près en cet ordre: *Le fer*, comme le plus peſant, & qui ne paroît d'abord que comme une rouille, occupe le fond; par deſſus lui eſt repandue, notamment dans la troiſieme & quatrieme Source, une *pouſſiere blanche très fine*, qui ne ſe trouve point dans les reſidences de la premiere & deuxieme Source; enſuite on voit des *cryſtaux tranſparens & brillans*; & enfin le tout eſt couvert d'une *maſſe confuſe*, *blanchâtre* & *ſaline au goût*, laquelle a cela de particulier, que, quand l'air la frappe quelque tems, elle s'humecte & devient en grande partie fluide.

Il s'agit préſentement de ſéparer toutes ces matieres les unes des autres; de les examiner pour les *diſcerner*; de les démontrer; & enſuite de prouver, *en quel état* elles ſe trouvent dans ces Eaux Minerales fraiches & non alterées.

J'ai dit au commencement, que tout le monde apperçoit, ſans beaucoup chercher, un goût *de fer* dans ces Eaux, que quelques-uns expriment par celui de l'ancre, dans laquelle à la verité le fer entre, étant contenu dans le Vitriol. On y reconnoît donc aiſément *la préſence du fer*, d'abord par le goût.

La Noix de Galle le confirme après par les teintes plus ou moins rouges ou violettes, qu'elle fait prendre à ces Eaux, tout comme aux ſolutions plus ou moins fortes du Vitriol de Mars, où le fer eſt diſſout.

Et enfin le ſédiment ferrugineux, qui ſe dépoſe de ces Eaux comme une rouille de fer,

frappe tellement la vûe, qu'il n'y a plus lieu d'en douter.

Mais comme quelques-uns pourroient prendre ce ſédiment pour une terre ferrugineuſe ou mine de fer imparfaite, qui n'a que la diſpoſition à devenir fer, & que certains Auteurs appellent dans cette idée, *Primum ens ferri*; on peut les aſſûrer, que c'eſt du *vrai fer*, *du fer parfait*, fondé ſur ces experiences. 1o. Ce ſédiment ferrugineux étant ſéparé des Eaux, ſe diſſout de nouveau par tous les acides mineraux; & ce qui eſt plus, il teint alors de nouveau avec la Noix de Galle, comme ſi l'on avoit diſſout de la limaille de fer dans ces acides, ce qu'une ſimple terre ferrugineuſe ne fait nullement. 2o. Ce ſédiment ſéché & jetté deſſus du Nitre fondu, le fait fuſer comme fait la limaille de fer. 3o. Ce ſédiment après avoir été bien rougi dans un creuſet exactement couvert, ou fondu ſeul & ſans addition, pour en diſſiper un reſte de matiere ſaline qu'il retient dans ſa précipitation, s'attache promptement à l'Aimant; ce qui eſt une *proprieté eſſentielle au fer parfait*; & qu'une ſimple terre ferrugineuſe, ni même le fer, quand il eſt épuiſé de ſon principe inflammable, n'ont point.

Ce fer doit être diſſout & attenué par quelque *diſſolvant*, pour s'étendre dans l'eau & pour ne pas troubler ſa limpidité.

Je viens de faire entendre, que tous les trois acides mineraux diſſolvent le fer; mais il faut que j'ajoûte ici, qu'aucune de ces trois diſſolutions n'a ni ce goût picquant, approchant du vineux, ni préciſément la même odeur

odeur penetrante & volatile, qu'on apperçoit dans nos Eaux. Quel peut donc être ici le diſſolvant du fer, qui donne à l'eau ces qualités & ces prérogatives?

Bien des Auteurs, qui ont examiné les Acidules ou Eaux ferrugineuſes en différens tems, ont toûjours ſoupçonné qu'elles renfermoient en elles *quelque choſe de volatil & de ſpiritueux*; mais n'ayant pas pu s'en ſaiſir pour l'expoſer aux yeux, & le rendre ſenſible à l'odorat, *ſans mêlange & tout ſeul*, ils ont ſuppoſé que cette matiere étoit tellement fine & penetrante, qu'elle s'échappoit petit à petit de tous les vaiſſeaux les mieux bouchés, & qu'elle éludoit tous les ſoins & attentions des Ariſtes. Mais les Modernes, attentifs aux circonſtances dans l'examen & l'analyſe des Eaux, ont enfin penſé, que *ce volatil* ne pouvoit être que le *diſſolvant même* du fer. M. Hoffmann à Halle s'explique là-deſſus dans ſes Obſervat. Phyſic. Chymic. en ces termes: *La plus grande partie des Acidules ont un Sel vitriolique, qui eſt rarement fixe, mais le plus ſouvent ſubtil & volatil.* M. Lemery ayant travaillé ſur de pareilles Eaux dit dans ſon Memoire de 1701, qu'il y a reconnu *un eſprit vitriolique très volatil & très leger*, ſelon toute apparence, par le goût & l'odeur des Eaux mêmes; ce qui n'eſt pas difficile à un connoiſſeur comme lui. Et M. Stahl enfin aſſûre poſitivement dans une Diſſertation *de Acidulis & Thermis*, qu'on peut même *ſéparer des Acidules un eſprit vitriolique.*

Les idées & les aſſûrances de ces habiles gens, & encore particulierement les indices

d'*un acide vif & volatil*, que j'avois eû moi-même par mon *Sel jaune*, dont j'ai parlé au commencement, étoient trop forts pour me permettre de croire qu'un *principe eſſentiel à ces Eaux*, pût entierement s'échapper. J'ai donc voulu m'aſſûrer davantage du fait, & j'ai cherché le moyen d'avoir ce diſſolvant dont il eſt queſtion, ſéparément & ſans mêlange.

Voici comme j'ai procedé pour y parvenir. J'ai ſéparé toute *la maſſe ſaline*, qui fait une partie de la reſidence & qui ſe diſſout aiſément dans l'eau; je l'ai ſéparée, dis-je, d'avec le reſte, qui ne ſe diſſout point dans l'eau; & après l'avoir deſſéchée lentement, je l'ai diſtillée *ſeule & ſans addition*, & j'ai eû le plaiſir de voir, qu'à une chaleur très mediocre il s'en éleve des vapeurs, leſquelles ſe condenſent inſenſiblement & forment de petites goutes, qui découlent le long du vaiſſeau en *ſtries* ou *veines graſſes*, comme une liqueur ſpiritueuſe, & que la diſtillation continuée avec une plus forte chaleur ſur la fin, il s'en ſublime auſſi du vrai ſoufre mineral, dont je parlerai en ſon lieu.

L'Eſprit retiré du Recipient eſt d'un goût legerement aigre, mais d'une odeur de ſoufre allumé tellement vive & pénétrante, que l'odorat a de la peine à la ſoûtenir quelque tems: en un mot, c'eſt un *Eſprit ſulphureux ou vitriolique très volatil*: & l'on peut aſſûrer, qu'il eſt dans ſon genre, par rapport à ſa vivacité, ce que l'eſprit de Sel Ammoniac eſt dans celui des alkalis.

Voilà donc ce que ces Eaux avoient de vo-

volatil & de ſpiritueux, réuni enſemble; & voilà en même tems un diſſolvant très convenable au fer, & propre à imprimer aux Eaux des qualités particulieres, heureuſement trouvé.

Cet acide volatil combiné avec le fer, dans le Laboratoire ſouterrain, fait un *Vitriol naturel*, & tel, que l'Art n'a pas pû imiter jusques à preſent. C'eſt par cette combinaiſon, que ces Eaux ont un goût de fer d'une legere adſtriction; c'eſt par-là qu'elles ont quelque choſe de picquant & d'aigrelet, qui eſt, ſelon quelques-uns, comme vineux; & enfin cette odeur volatile & penetrante, que l'on y remarque. Et j'oſe bien augurer, pour le dire ici en paſſant, que beaucoup d'autres Eaux appellées Acidules poſſedent le même principe.

Mais, dira-t-on, pourquoi ces Eaux perdent-elles *dans certaines circonſtances*, leur goût vitriolique totalement, & ſans qu'il en reſte aucun veſtige? pourquoi cet acide, une fois uni au fer, l'abandonne-t-il? & en l'abandonnant que devient-il, & comment ſe retrouve-t-il? Eſt-ce un jeu, qui dépend de quelques tours myſterieux? Nullement. Si l'on veut bien ſuppoſer pour un moment, qu'il y a dans ces Eaux une *matiere alkaline*, quand ce ne ſeroit que cette *pouſſiere blanche*, qui ſe trouve dans la reſidence, on verra que tout eſt ſimple, & que c'eſt tout au plus un jeu naturel, mais conforme aux experiences journalieres & aux rapports que la Nature a établis entre un grand nombre de ſubſtances. Et par-là différens phénomenes ſe

dénoueront naturellement, & les raiſons de leur production s'expliqueront comme d'elles-mêmes.

On ſait, que toutes les fois que l'on joint un alkali aux ſolutions métalliques, leurs diſſolvans acides s'uniſſent avec l'alkali; les ſubſtances métalliques tombent; & le goût, que ces ſolutions avoient d'abord, eſt détruit ou changé. Le mélange du Vitriol & du Sel de Tartre, après les avoir diſſous, peut ſervir d'exemple.

On ſait auſſi, que quand on mêle un alkali avec un acide, ils s'agitent & bouillonnent enſemble, ce qu'on appelle *effervescence*, laquelle continue juſques à ce que des deux il ſe faſſe un troiſieme mixte, *un ſel moyen*. L'exemple allegué a encore lieu ici, parce qu'il produit les mêmes effets que le ſimple mêlange de l'Huile de Vitriol avec le Sel de Tartre.

L'un & l'autre arrive dans ces Eaux. L'acide, qui eſt dans leur Vitriol, trouvant en ſon chemin une terre alkaline, pour laquelle la Nature lui a donné plus de penchant que pour une ſubſtance métallique, s'unit & ſe lie avec elle à meſure qu'il peut ſe détacher du fer; & cela ſe fait à proportion du mouvement que ces Eaux peuvent avoir par le plus ou le moins de rarefaction de l'air interieur. Ainſi cette nouvelle *liaiſon*, *de l'acide & de l'alkali*, ſe fait d'abord lentement & d'une maniere imperceptible dans les ſaiſons froides & dans des endroits froids; mais très viſiblement, avec agitation & effervescence, dans des tems chauds, au Soleil, & de même ſur

le

le feu : c'eſt-là préciſément, qu'il ſemble que tous les deux hâtent leur union, que l'air interieur, en ſe rarefiant, en gonflant & agitant ces Eaux, favoriſe conſidérablement. Dans cette occaſion auſſi, & particulierement, *quand on évapore ces Eaux dans des vaiſſeaux ouverts*, quelques parties legeres, qui peuvent ſuivre le mouvement des bulles de l'air qui va s'échapper, ſont portées à la ſurface, où étant arrêtées & comme figées par la fraîcheur de l'air exterieur, elles forment la *pellicule* ou *crême luiſante*; laquelle crême ne ſauroit ſe trouver *dans la diſtillation* qui ſe fait à vaiſſeaux couverts, parce que les vapeurs chaudes, qui s'élevent continuellement des Eaux & circulent à leur ſurface, remêlent ſans ceſſe le tout, & renvoyent chaque matiere à *ſon ſemblable*.

Dans *le vuide de la Machine Pneumatique*, à meſure que l'air interieur des Eaux ſe rarefie & ſort, il les agite, & facilite la frequente alliſion de l'alkali contre l'acide, deſorte que leur union ſe fait aſſés promptement quoique ſans feu; & le fer tombe peu à peu entierement.

C'eſt donc à cauſe de l'*alkali*, que l'*effervescence* eſt excitée dans ces Eaux; & c'eſt par lui, que leur Vitriol ſe reſout & ſe décompoſe, & que le fer eſt précipité. Alors ces Eaux ne peuvent plus avoir ni leur premiere odeur, ni le goût vitriolique, ni les autres qualités, qui dépendent de l'union du fer & de ſon diſſolvant: elles ſemblent auſſi avoir alors perdu totalement leur acide volatil & ſpiritueux.

Mais, ſuivant ce que j'ai dit plus haut, que le diſſolvant du fer s'unit avec une terre alkaline, cet acide ne doit pas ſe perdre; il doit au contraire former avec cette terre *un ſel moyen*, &, par conſéquent, ſe trouver dans la maſſe ſaline, qui fait une portion de la réſidence de nos Eaux. J'appellerai ce nouveau Sel, qui ſe forme dans le tems du changement des Eaux, *le Sel ſulphureux*, parce qu'il approche de celui que M. Stahl fait par la vapeur du Soufre allumé & le Sel de Tartre, & n'en différe que par ſa baſe, qui eſt terreuſe, comme la ſuite le fera voir.

Pour vérifier cette penſée, j'ai diſſout *une reſidence ſaline toute nouvelle* par de l'eau commune diſtillée, & après une évaporation convenable je l'ai laiſſée ſe cryſtalliſer; ce qui étant fait, j'ai eû des *cryſtaux*, dont la plus grande partie étoit figurée comme *des Parallélogrammes*, & quelques-uns, ayant deux angles oppoſés un peu dejettés, approchoient en quelque façon *de la Loſange*; les uns & les autres étoient d'un goût legerement amer, mêlé de quelque choſe d'âpre. Il y a apparence que M. Stahl a reconnu ce Sel, puiſqu'il dit dans ſon *Specimen Beccherianum* & dans ſon *Traité des Sels*, qu'il y a dans les Acidules une eſpece de *Sel compoſé*, qui approche fort de celui de Glauber; & comme la terre le fournit à ces Eaux, il le met au nombre des Sels mineraux.

Pour moi, je ne connoiſſois point alors de Sel de cette configuration, & j'avois de la peine à croire qu'il ne fût pas ſimple; cependant l'évenement m'a convaincu ſur ſa com-

compoſition & ſon mêlange ; & voici comment.

Quand on diſtille ce Sel tout ſeul par une chaleur mediocre, l'*eſprit vitriolique volatil*, qui y eſt renfermé, *paſſe pur & ſans mélange* dans le recipient, & laiſſe en arriere une maſſe confuſe *comme une poudre blanche* ; laquelle ayant encore de l'amertume, & ſe diſſolvant en grande partie dans l'eau, fait aiſément juger qu'elle contient encore quelque choſe de ſalin. En effet, quand on diſſout cette poudre blanche de nouveau dans l'eau & qu'on filtre la ſolution, il reſte d'abord ſur le papier une terre alkaline, qui fermente avec tous les acides ; & l'eau, qui a paſſé le filtre, évaporée & cryſtalliſée, preſente du vrai *Sel de Glauber*, qui eſt connoiſſable par ſa configuration ordinaire en colomnes quarrées, taillées aux extremités en facettes de diamant, par ſon goût amer ſuivi de fraîcheur, par ſa facilité à ſe diſſoudre dans un poids égal d'eau, & à fondre promptement ſur le feu, & par différentes autres proprietés, qui achevent ſon caractere.

Par le recit que je viens de faire, on remarquera aiſément, que le *Sel ſulphureux* n'eſt qu'un effet ou ſuite de l'alteration de nos Eaux, & qu'il ne peut s'y trouver qu'apès la décompoſition totale de leur Vitriol. On remarquera auſſi, que l'acide volatil des Eaux, bien loin de s'échapper & de ſe perdre, ſe retrouve ici dans la maſſe ſaline de la reſidence, bien arrêté dans les pores de la terre alkaline, juſques à ce que la chaleur du feu ſurvienne & l'en dégage ; & enfin on obſervera,

que cet acide incorporé dans la terre, & devenu Sel consistant, *se confond dans la crystallisation avec une partie du Sel de Glauber.*

Ce dernier Sel existoit très probablement dans la Nature avant que *Glauber* eût songé à faire le *sien*; cependant nous avons obligation à cet Auteur de nous en avoir communiqué la composition, car c'est par-là que nous savons presentement, que le Naturel, aussi-bien que celui qu'on fait par art, doit avoir pour un de ses principes *la terre du Sel Marin.*

Cette connoissance m'a porté à soupçonner, qu'il pourroit bien y avoir *du Sel Marin en substance* dans nos Eaux, d'autant qu'au rapport de M. Duclos on en trouve dans d'autres Eaux Minerales tant chaudes que froides. J'avoue, que j'ai été long-tems à le pouvoir développer malgré plusieurs indices, que j'en avois par différentes experiences, & qu'enfin aucune ne m'a plus éclairci de la verité que celle-ci : nos Eaux Minerales précipitent l'argent dissout par l'eau forte en un caillé blanc & terne. Et comme j'ai dit à l'Assemblée publique, que cette precipitation demandoit quelque circonspection, j'ajoûterai ici, qu'elle consiste en ce qu'il faut mettre peu de solution d'argent dans l'Eau Minerale ; autrement il se fait deux sortes de précipités ou chaux d'argent, l'une volatile & l'autre fixe. Cinq à six gouttes d'une forte solution d'argent coupellé m'ont suffi sur chaque deux livres ou pintes d'eau pour réussir dans mon dessein. Ayant donc amassé quelques gros de ce précipité d'un grand

grand volume d'eau, je l'ai mêlé, après l'avoir desséché, avec un poids égal de cinnabre, & l'ai poussé au feu dans une phiole, dont la moitié étoit enfoncée dans le sable, & la partie la plus convexe découverte & à l'air: alors ce mélange a produit un double échange: le soufre, qui étoit dans le cinnabre, s'est porté sur l'argent & l'a arrêté au fond; reciproquement l'acide, qui avoit auparavant précipité l'argent, quittant celui-ci, s'est saisi du Mercure qui étoit dans le cinnabre, & est monté avec lui au haut du vaisseau en vrai sublimé Mercuriel ou Mercure doux. Or étant certain que pareille préparation Mercurielle ne peut se faire qu'avec du Sel Marin ou son principe salin, j'ai été dès-lors confirmé de sa presence dans nos Eaux; & il ne s'agissoit plus que de l'avoir cristallisé & en grains. Pour cet effet, voici comme je m'y suis pris.

Après avoir séparé, par le moyen de la cristallisation, de la masse saline, que j'avois dissoute & retirée du reste de la residence, après en avoir séparé, dis-je, tout le Sel figuré en parallélogrammes, & encore une portion du Sel de Glauber, qui lui succede en sa propre configuration, j'ai continué à évaporer ce qui me restoit de la solution saline le plus doucement qu'il est possible, & saisissant avec attention le point qu'à peine une nouvelle cristallisation paroissoit commencer à se faire, je l'ai d'abord exposée à la fraîcheur de l'air; & quelque tems après j'en ai retiré plus de *Sel Marin*, que je ne pouvois au commencement esperer d'y trouver;

ver; lequel eſt au reſte connoiſſable par ſa figure cubique, par ſon goût ſalé connu à tout le monde, par ſa decrepitation ſur le feu, par l'effet de volatilité qu'il imprime à l'argent en le précipitant, & par différentes autres proprietés.

Ce Sel enlevé, il reſte *une Eau jaune, graſſe & onctueuſe au toucher*, qui devient, en continuant l'évaporation, *toute rouſſe*, & répand de plus en plus une odeur de *bitume*, mais ne ſe cryſtalliſe plus: quand on la deſſéche lentement ſur le feu, c'eſt une maſſe indiſtincte, graſſe pourtant, & ſalée, & d'un roux foncé, qui reprend bientôt de l'humidité à l'air & redevient fluide: enun mot, c'eſt ce qu'on a coûtume d'appeller *Eau-mere du Sel commun*, qui eſt un mêlange de ce Sel & d'un *Bitume* ou *Huile Minerale*. Si l'on y verſe de l'Huile de Vitriol, elle exhale l'eſprit de Sel très ſenſiblement; & ſi l'on y mêle du Sel de Tartre diſſout, la terre du Sel Marin s'en précipite.

A l'égard de la matiere graſſe & onctueuſe, qui eſt dans cette Eau-mere, ſi on la conſidere en elle-même, c'eſt un *Bitume liquide* ou *Huile Minerale*, que je n'ai pas pû ſéparer de cette Eau, ni de ſon Sel, qu'elle renferme encore, *en ſa propre conſiſtence fluide*; & je n'ai pû employer que deux moyens pour parvenir à détacher l'huile de cette *Eau*, & pour prouver en même tems que celle-ci ne contient plus, après cela, qu'un reſte de Sel Marin. Le *premier* eſt celui qu'on pratique dans les Salines, où l'on fabrique du Sel, que des Eaux de fontaines ſalées charient, & où l'Eau-mere eſt plus abondante qu'on

qu'on ne le ſouhaite; c'eſt d'y jetter du ſang de bœuf, quelque colle de poiſſons, ou des blancs d'œufs, & de les faire bouillir enſemble: par ce moyen, cette huile s'entrelaçant avec les parties mucilagineuſes & fibreuſes de matieres, s'éleve en écume; laquelle étant emportée, le Sel qui reſte graine aiſément, & eſt enſuite moins ſujet à s'humecter. Le *Deuxieme* paroîtra d'abord un peu embarraſſé, mais ne le ſera nullement pour les connoiſſeurs en Chymie; & me conduira à dire un mot du *Soufre*, dont j'ai fait mention plus haut: c'eſt de diſtiller l'Eau-mere avec une quantité proportionnée d'Huile de Vitriol. Cet acide, comme le plus fort, ſaiſit *la terre du Sel Marin*, & reſte, converti avec elle en Sel de Glauber, au fond de la cornue, pendant que l'*eſprit de Sel*, détaché de ſa baſe, paſſe dans le recipient; mais par deſſus cela une portion de l'acide vitriolique s'uniſſant avec ce qu'il y a d'*inflammable* dans l'Huile ou Bitume, *dont* il préfere la ſocieté à toute autre ſubſtance, forme du *Soufre mineal*, qui s'éleve au haut du vaiſſeau.

Et c'eſt-là préciſément ce qui arrive auſſi, quand on diſtille toute la réſidence ſaline de nos Eaux enſemble, dans laquelle l'acide fixe du Vitriol, qui eſt contenu dans le Sel de Glauber, rencontrant cette Huile qui accompagne le Sel Marin, produit avec elle, par l'aide du feu, un *vrai Soufre Mineral*.

Sur quoi on remarquera néanmoins, que *ce Soufre* eſt alors une *production de l'Art*; & qu'il ne ſe trouve pas formellement & en ſa propre ſubſtance dans ces Eaux. Cependant il

il y a encore bien du monde, qui ſoutient qu'elles ont une odeur de Soufre, & qu'il y a du Soufre réellement, peut-être entraîné par un Ecrit publié ci-devant, où l'on dit, que *le fer* y étoit *elaboré en Soufre*. Je n'entreprendrai pas de diſcuter cette expreſſion, ni de déſirer ſi l'odeur ordinaire des Eaux, qui dépend du fer & de ſon diſſolvant, n'impoſe pas à ces perſonnes: je me contenterai de rapporter quelques raiſons fondées ſur des experiences generalement connues, que chacun peut examiner pour s'aſſûrer du fait. *Le Soufre Mineral* ne ſauroit ſe mêler ſeul & par lui-même avec l'eau, il y *ſurnage* & *paroît à la vûe*; & pour qu'il s'y mêle, il faut qu'il ſoit combiné & lié avec un corps alkalin; mais alors ils font enſemble un *hepar ſulphuris*, qui répand bientôt une *odeur d'œuf couvi*, dont perſonne n'a jamais apperçû la moindre choſe dans ces Eaux; & enfin, quelque-part que le *Soufre* ſe trouve ſous la forme de l'*hepar*, ſi le moindre acide ſurvient, il en eſt *de nouveau détaché*, & *précipité*, la liqueur prend une couleur laiteuſe plus ou moins jaune, & l'odeur d'œuf couvi augmente conſidérablement. Rien de ſemblable n'arrive à nos Eaux: j'en ai mêlé avec les acides mineraux, j'en ai même évaporé après ce mêlange; mais elle a conſervé ſa limpidité, ſans la moindre puanteur & ſans la moindre précipitation, depuis le commencement juſques à la fin. Je laiſſe après cela à juger, s'il peut y avoir du Soufre Mineral.

Le *Nitre ou Salpêtre*, qu'on a dit être dans les Nouvelles Eaux, va de pair avec le Soufre;

fre; on a crû avoir des raiſons pour l'y ſuppoſer : mais outre que ces raiſons ne ſont point évidentes, ce Sel ne ſauroit échapper à nos eſſais & à nos operations ; & je puis aſſûrer, que, quelque tentative que j'aye faite, je n'y en ai pas trouvé le moindre veſtige.

Je reviens de cette Digreſſion, que je n'ai faite que dans la ſeule vûe de la verité, à ce que j'ai encore à dire ſur l'*Huile minerale*. Elle donne des marques de ſa preſence, *premierement* dans les verres des Buveurs, qui croyent quelquefois qu'ils n'ont pas été rincés, tant l'Eau minerale les rend gras en peu de tems ; *enſuite* dans la peau ou crême, qui ſe forme par la chaleur & l'évaporation à la ſurface des Eaux, où étant entrelacée & arrêtée avec d'autres matieres, elle repreſente un enduit ou vernis luiſant & de diverſes couleurs ; *après cela* elle donne de ſes indices dans la diſtillation par l'empyreume ou le gras brûlé, que ſent la cucurbite ; & *enfin* elle ſe trouve reſſerrée & réunie dans l'Eau-mere, de laquelle elle répand une forte odeur bitumineuſe, quand on en continue l'évaporation juſques à ſiccité.

Après avoir fini ce que j'avois à rapporter ſur cette partie ou maſſe ſaline de la réſidence, qui ſe diſſout aiſément, je crois devoir dire un mot de mon *Sel jaune*, comme l'un des premiers motifs de mon analyſe & de ma recherche. Son *mélange* & *ſes effets* ſeront plus aiſés à pénétrer après la connoiſſance des Sels, que j'ai expoſés juſques ici.

Voici, comme je conçoi qu'il s'eſt formé ;

mé : j'avois accumulé dans un même vaiſſeau beaucoup de réſidence des Eaux, où ſe trouvoit renfermé naturellement le *Sel Sulphureux* avec le *Sel de Glauber*, le *Sel commun* & l'*Huile Minerale*; & comme je les faiſois circuler enſemble long-tems, ajoûtant un grand nombre de fois de nouvelle Eau, j'avois converti une partie de l'acide vitriolique fixe, contenu dans le Sel de Glauber, *en Soufre, par la voye humide*, & par conſéquent en *hepar ſulphuris*, le Soufre reſtant lié avec la terre de ce Sel, & communiquant ſa couleur à tout le *mélange*.

Appliquons maintenant la connoiſſance de ce Sel aux effets qu'il a produits.

Le mêlange de l'hepar avec le Sel Sulphureux, le Sel commun, & l'Huile Minerale, faiſoit naître une odeur, qu'on ne pouvoit pas définir, parce qu'elle n'étoit pas ſimple.

Et le Sel jaune, dans ſon entier, jetté dans une ſolution d'argent, en faiſoit differens précipités; l'un *volatil*, par le Sel commun; un autre *fixe*, par le Sel de Glauber; & un troiſieme par l'hepar ſulphuris, que l'on peut appeller un précipité *moyen* par rapport au Soufre qui y eſt attaché.

Quand on verſoit de l'Huile de Vitriol ſur ce Sel jaune, il s'en élevoit des vapeurs aigres très vives, mais mêlangées. C'étoit l'Eſprit de Sel, l'Eſprit Vitriolique volatil, & quelque choſe de l'hepar; parce que l'Huile de Vitriol les dégageoit ou développoit en ſaiſiſſant leurs baſes terreuſes.

Mais en diſtillant ce Sel jaune tout ſeul, il ne s'en ſéparoit que l'Eſprit vitriolique volatil

til, qui n'a pas beſoin d'intermede pour ſe détacher de la terre, qui fait ſa baſe; & en même tems il s'en élevoit du Soufre Mineral, qui étoit autant celui qui s'étoit formé par la voye humide, que celui que le feu achevoit de faire dans la diſtillation par un reſte de Sel de Glauber & l'Huile Minerale.

Enfin, quand je voulus ſéparer les differens Sels contenus dans le ſeul Sel jaune par le moyen de l'eſprit de vin, dont j'ai à parler ci-après, la Diſſolution prit bientôt l'odeur de l'hepar ſulphuris, parce que mon Sel en contenoit réellement.

Je paſſe maintenant à examiner la *pouſſiere blanche*, qui fait une partie de la réſidence. C'eſt une Terre fine & impalpable, qui fermente avec tous les acides; & ceux des acides, qu'on appelle mineraux, la diſſolvent. C'eſt donc une *Terre abſorbante & alkaline*; dont cependant je ne ſaurois encore déterminer poſitivement l'eſpece, quoi-que j'aye lieu de ſoupçonner que c'eſt celle qui peut ſervir de baſe au Sel Marin, ſoit que la Nature ne l'ait pas encore impregnée de ſon acide, ſoit qu'elle l'en ait privée par quelque operation qui m'eſt inconnue, & que les Artiſtes cherchent depuis long-tems à mettre en execution ſelon leurs idées.

Cette Terre eſt l'unique cauſe de l'effervescence, qui arrive dans nos Eaux, & de la décompoſition de leur Vitriol; dont j'ai parlé plus au long.

Elle donne d'abord *par ſes effets* des marques de ſa preſence dans les Eaux nouvellement puiſées. Les deux premieres Sources, chacune ſéparément, verdiſſent legerement la teinture

ture des violettes; les deux autres beaucoup, quoique lentement : de même les deux premieres Sources précipitent peu de fer d'une ſolution de Vitriol ordinaire; & les deux autres une plus grande quantité. Toutes les quatre Sources ſe mêlent froides & chaudes avec le lait ſans le cailler; elles le préſervent même pluſieurs jours contre le caillebottement; au lieu que le Vitriol ordinaire l'accelere, & le fait dans l'inſtant, quand on l'y mêle étant diſſous. Et c'eſt cet avantage, qui peut autoriſer la pratique des Anglois, qui dans certaines circonſtances font prendre avec ſuccès les Eaux Minerales ferrugineuſes avec du lait. Enfin *les réſidences* des deux dernieres Sources bien lexivées ou lavées fermentent encore avec les acides à cauſe de cette terre qui s'y trouve mêlée; ce que celles des deux premieres ne font nullement. On demandera ſans doute la raiſon de cette différence. La voici: Toute la meſure de l'alkali, que les deux premieres Sources avoient dans leur état naturel, a été juſtement employée à ſaouler l'acide de leur Vitriol dans le tems de leur alteration, & de l'évaporation, de maniere qu'il ne peut plus y en avoir de reſte dans leurs reſidences: mais comme dans les deux dernieres Sources il y a naturellement peu de Vitriol, & encore peu en comparaiſon de leur terre alkaline, il faut auſſi peu de cet alkali pour abſorber l'acide de leur Vitriol; deſorte qu'il ſe trouve un bon reſte ou ſurplus de cette terre dans leurs réſidences. Ce que je viens de dire de la ſurabondance de l'alkali dans les deux dernieres Sources, ſe confirme par le *ſédiment* même, qu'elles dépoſent naturellement en s'écoulant dans leurs baſſins & ri-

rigoles; lequel, outre le fer, renferme déja une bonne quantité de terre alkaline, qui produit les mêmes effets, que celle qui ſe trouve dans la réſidence après l'évaporation. Toutes les deux ſont préciſément la même choſe.

Cela étant, n'auroit-on pas raiſon de diſtinguer *ces deux dernieres Sources* d'avec les premiéres, & de les appeller *Eaux ferrugineuſes & alkalines*, ou ſimplement *Eaux minerales alkalines*, par rapport à cette ſubſtance qui y prédomine, & qui n'eſt pas deſtituée de qualités & de vertus? Cela ſera décidé dans la ſuite à la pluralité des voix.

Il reſte à voir ce qu'eſt cette ſubſtance, qui parmi les matieres de la réſidence paroît d'abord en *cryſtaux tranſparens & brillans*.

Elle eſt ſemblable, par ſa configuration, à un autre mixte, que les Naturaliſtes ont rangé parmi les Pierres figurées, & auquel ils ont donné de différens noms, qu'il eſt inutile de rapporter ici. Et comme le nom n'importe pas à l'eſſence de la choſe, je conſerverai avec pluſieurs Auteurs, & particuliérement avec M. Dale Anglois, celui de *Selenite* à nos cryſtaux. pas tant, parce qu'il y a quelque ſimilitude apparente entre eux, mais parce que cet Auteur a obſervé, qu'on la trouve principalement auprès des Eaux minerales purgatives, comme à Ebſom, & en d'autres endroits.

En effet, ce que cet Auteur aſſûre du lieu ordinaire de ſa naiſſance, eſt confirmé à Paſſi: non ſeulement il s'en trouve dans les glaiſes répandues çà & là ſur le côteau de ce Village; mais la couche ou banc de glaiſe, qui entoure les ſources minerales, en eſt auſſi tout rempli.

Je

Je laiſſe preſentement indécis, ſi elle paſſe de cette glaiſe dans nos Eaux, ou non, quoi-que je panche beaucoup pour l'affirmative.

A l'égard de nos cryſtaux, ou cette Selenite, que les Eaux fourniſſent *dans la diſtillation*, elle commence à paroître, après qu'une certaine quantité d'eau eſt diminuée environ de la moitié, comme de petites *fibres brillantes*, qui ſe ſoûtiennent quelque tems à la ſurface; mais groſſiſſant ſucceſſivement en tous ſens, elles tombent au fond du vaiſſeau, *comme d'autres cryſtaux de ſels*, & augmentent encore là plus ou moins en volume ſelon le tems qu'on leur accorde, & enfin ces cryſtaux affectent toûjours *une même configuration*, qui eſt au premier coup d'œil rhomboïdale, mais en l'examinant de près on voit que les quatre côtés étroits, qui terminent cette figure, ſont encore relevés par deux faces. J'en ai parmi ceux que j'ai laiſſé cryſtalliſer lentement, qui ont trois lignes de long ſur plus d'une ligne de large.

Or la cryſtalliſation avec la regularité conſtante de la configuration, & le plus ou moins de volume, que prennent ces cryſtaux ſelon différentes circonſtances, ce ſont des accidens familiers aux *Sels moyens:* & le Mixte en queſtion, ayant l'un & l'autre de commun avec eux, nous fait entrevoir par-là, qu'il en eſt *un* auſſi, je veux dire, qu'il eſt un *Sel moyen* lui-même.

Pour m'en rendre plus certain, il a fallu pouſſer la recherche & la comparaiſon plus loin. On ſait que l'on peut changer quelques ſels moyens, ſelon qu'on les travaille, en des *Compoſés* différens de ce qu'ils étoient d'abord;

de

de quelques autres on peut *transporter un de leurs principes* sur un autre corps; on peut les *décomposer*, & s'assûrer par là, de quels Principes ils sont combinés. J'ai voulu voir, si notre Mixte soûtiendroit ces épreuves.

Pour cet effet, j'en ai rougi un tems convenable au feu, mêlé avec du poussier de charbon; & d'autres fois avec d'autres matieres inflammables; alors il s'est converti en *hepar sulphuris*, dont l'odeur se développoit promptement. J'ai eû le même succès, en beaucoup moins de tems, quand je l'ai fondu, selon la méthode de M. Stahl, avec du Sel de tartre, jettant quelque corps inflammable par dessus.

J'en ai fondu aussi avec le Sel de tartre tout seul; & ce mêlange, après l'avoir dissous dans de l'eau commune chaude, & filtré, a laissé beaucoup de terre sur le papier; & l'eau, qui avoit passé, étant évaporée & exposée à se cristalliser, a produit un *tartre vitriolé* de figure octaëdre, dur, amer, & de ses proprietés ordinaires.

Par les effets de ces operations, plusieurs personnes conviennent de la qualité saline de notre Mixte; mais quelques-uns objectent encore, qu'après qu'il est une fois cristallisé, il ne se dissout plus dans l'eau, & qu'ainsi une qualité essentielle aux Sels lui manque. A quoi je réponds: 1°. Que d'habiles gens, M. Stahl entr'autres, & Kunckel avant lui, ayant connu des Sels, semblables en bien des choses au nôtre, & qu'on avoit toute la peine possible à dissoudre dans l'eau, n'ont pas laissé de les reputer pour tels; sans doute, parce qu'ils connoissoient leur composition. 2°. Que cette in-

diſſolubilité, dont on l'accuſe, n'eſt qu'apparente; puiſque par le moyen d'une douce chaleur, mais continuée long-tems, & de beaucoup d'eau, j'ai réſous les plus gros cryſtaux que j'en avois, de la même maniere que nous concevons qu'ils ſont diſſouts naturellement dans l'Eau Minerale même: Et quand on verſe alors ſur cette ſolution du Sel de Tártre, réſous par défaillance, il s'en précipite beaucoup de terre, que les acides mineraux ſont en état de diſſoudre de nouveau.

Après ces preuves de Legitimation je ne puis regarder ce Mixte que comme un *Sel moyen*, combiné de l'*acide vitriolique fixe*, & de beaucoup de *terre*; je dis, *beaucoup*, en comparaiſon de ſon acide ou Principe ſalin; & c'eſt-là la raiſon de ce qu'il ne ſe diſſout pas promptement dans l'eau.

Voilà enfin tout ce que mes lumieres m'ont permis de pénétrer & de reconnoître dans ces Eaux. C'en ſera peut-être aſſés pour perſuader ceux qui n'ont point encore pris de parti. Mais les perſonnes, qui voudront défendre leur préjugé, en diſant que *les Sels* ſont des productions de l'art par le ſecours du feu, & ſelon leur expreſſion, *des créatures du feu*, en exigeront davantage.

Pour convaincre ces derniers de la preſence réelle des Sels dans nos Eaux, j'ai cherché différens moyens; & à la fin j'en ai trouvé un, qui eſt fort ſimple, & que chacun peut imiter facilement avec une petite quantité d'Eau. C'eſt celui-ci: je verſe ſur huit onces, par exemple, d'eſprit de vin, pareille quantité d'eau minerale de la premiere Source, qui ait déja dépoſé ſon fer:

fer: ſur le champ ce mêlange blanchit comme du lait, & la *Selenite* tombe peu de tems après au fond du vaiſſeau. Alors je ſurvuide ce qui reſte clair dans un autre vaiſſeau, & y ajoûte encore quatre à cinq onces d'eſprit de vin: Et quelque tems après il s'y forme des cryſtaux longuets, les uns après les autres; c'eſt le *Sel de Glauber*, & celui qui approche de la figure du parallélogramme. Quand je m'apperçois que les cryſtaux n'augmentent plus ni en nombre ni en volume, je ſurvuide la liqueur claire pour la derniere fois, & y ajoûte encore quatre à cinq onces d'eſprit de vin, & le *Sel Marin* ſe graine finalement très menu.

L'Eſprit de vin doit être bien rectifié & fort; autrement le Sel Marin reſte fluide au fond du vaiſſeau mêlé avec l'Huile Minerale, & très diſtinctement ſéparé d'avec le reſte de la liqueur.

Si l'on veut encore abreger cette eſpece d'analyſe, on peut laiſſer geler l'Eau Minerale dans un tems froid à un tiers ou quart près: par-là elle ſe déphlegme ou concentre comme d'autres liqueurs ſalines & ſpiritueuſes: les glaçons diſſouts à la chaleur ne ſont qu'une eau ſimple, mais l'eau concentrée au dedans eſt plus forte qu'auparavant à tous égards; avec laquelle on peut proceder de la même maniere que j'ai déja expoſée, & on en ſéparera les différens Sels en moins de tems, avec moins d'eſprit de vin, toûjours ſans feu & fort à l'aiſe.

Après une analyſe de cette eſpece, pourra-t-on encore donner le nom de creatures du feu à ces différentes ſubſtances ſalines?

De tout ce que j'ai dit & démontré juſques

ici je conclus enfin, que les matieres contenues dans ces Eaux fraiches & non alterées ſont: un *Vitriol naturel*, du *Sel de Glauber*, du *Sel Marin*, un *Bitume liquide* ou *Huile Minerale*, de la *Terre alkaline* & de la *Selenite*, dont le mêlange bien également étendu dans une eau claire & bien filtrée au travers de la terre, fait ce Compoſé merveilleux, que la Nature travaille elle-même & nous fournit abondamment. Et comme toutes ces matieres, à la Selenite près, ſont d'un effet connu par l'uſage qu'on en fait tous les jours, on en peut inférer d'avance, que ces Eaux doivent être *rafraichiſſantes*, *émollientes*, *aperitives en général*, & en même tems *roborantes*, *diuretiques* & *purgatives*.

A l'égard de la Selenite, nous n'en pouvons pas ſavoir au vrai les vertus, n'ayant pas encore été employée ſéparément. Cependant comme pluſieurs Praticiens attribuent un effet précipitant aux terres abſorbantes, quand elles ſont à demi ſaoulées d'acide; ne peut-on pas eſperer le même effet de ce Mixte, que la Nature elle-même a preparé de cette façon? Ou, ſi on veut le conſidérer comme un corps difficile à diſſoudre & pourvû de pluſieurs angles pointus, qu'il conſerve en petit, comme ils paroiſſent en grand, ne peut-il pas, quand il eſt une fois entré dans le commerce des liqueurs, avec leſquelles il doit rouler en divers ſens, ne peut il pas là, dis-je, heurter à coups redoublés contre les parois des vaiſſeaux, reveiller les oſcillations des fibres & membranes affoiblies, & contribuer par-là à rétablir le reſſort des parties relâchées?

Mais ce ſont là des conjectures, ſur leſquelles je n'inſiſterai point. Ce Mixte, ayant déja été

été ſujet à des conteſtations, ira plutôt lui-même en qualité de Sel ſe preſenter au Tribunal de la Medecine, & en attendre ſon jugement en dernier reſſort.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL, FAITE À THURY PRES DE CLERMONT EN BEAUVOISIS, Le 25. Septembre 1726.

Par M. CASSINI.

L'ECLIPSE du Soleil du 25 Septembre 1726 devant arriver près du coucher du Soleil, je me preparai à l'obſerver par deux différentes méthodes. La premiere, avec une lunette de 8 pieds, placée ſur une machine parallactique & garnie d'un Micrometre à reticules, tel que je l'ai décrit dans les Memoires de l'Académie de 1724. La ſeconde, par le paſſage des bords du Soleil & des cornes de l'Eclipſe par le fil horizontal & le vertical d'un quart de cercle de deux pieds de rayon, placé dans la partie ſuperieure de la Tour où je fais mes Obſervations, de la maniere que nous l'avons pratiqué dans l'Eclipſe du Soleil obſervée à Genes

le 6 Decembre 1696, & dans d'autres occaſions où le Soleil étoit près de ſon lever ou de ſon coucher.

Cette derniere méthode n'eſt point ſujette aux erreurs cauſées par les refractions, deſorte que l'on peut s'en ſervir avec plus d'avantage lorsque le Soleil eſt près de l'horizon où les refractions ſont plus grandes & varient ſouvent irregulierement.

Le Soleil fut découvert juſqu'à quatre heures & demie, ce qui me donna le loiſir d'ajuſter mon Micrometre de maniere que les deux fils exterieurs compriſſent exactement l'image du Soleil; auquel cas les autres fils placés à diſtances égales les uns des autres, diviſoient le diametre du Soleil en douze parties égales pour la meſure des doigts éclipſés.

Le Soleil fut enſuite couvert par les nuages juſqu'à $4^h\ 54'\ 32''$ que nous l'obſervâmes par les

reticules éclipſé de.....	3		10 min.
à $4^h\ 56'\ 45''$ l'Eclipſe étoit de	3	doigts	30
à $4^h\ 59'\ 39''$ de.....	4		0

Je continuai enſuite d'obſerver l'Eclipſe par le paſſage des bords du Soleil & des cornes par les fils horizontal & vertical du quart de cercle, d'où j'ai tiré les quatre Phaſes ſuivantes.

A $5^h\ 6'\ 3''$.....	4			34 min.
$5\ 9\ 56$.....	4			54
$5\ 16\ 43$.....	5		doigts	28
$5\ 22\ 42$.....	5			58
$5\ 39\ 38$ par les reticules.....	6			10

Suivant ces Obſervations comparées enſemble par la méthode que l'on employe pour calcu-

culer les Eclipſes du Soleil, on trouve que ſon commencement a dû arriver à 4^h 35′, & ſon milieu à 5^h 35′, auquel tems le Soleil étoit éclipſé de ſix doigts & un quart.

Cette Eclipſe a été obſervée à Montpellier par M. de Plantade qui nous a envoyé le détail de cette Obſervation, pendant laquelle l'air fut fort ſerein.

Il détermina le commencement par une Lunette de 14 pieds à 4^h 52′ 7″, & la plus grande Eclipſe à 5^h 49′ 57″, auquel tems le Soleil parut éclipſé de 7 doigts & 10 minutes.

Il nous a auſſi envoyé l'Obſervation de l'Eclipſe de Lune du 11 Octobre 1726, que l'on n'a pas pû obſerver à Paris ni à Thury, à cauſe des nuages qui couvrirent le Ciel pendant toute ſa durée.

Il détermina le commencement à Montpellier à 3^h 47′ un peu douteux, l'ombre étant confuſe & confondue avec la penombre. Il continua d'obſerver les Immerſions & Emerſions des Taches de la Lune, & il détermina la fin à 6^h 23′ autant qu'il put s'en aſſûrer, l'ombre étant confuſe & effacée par la grande clarté du jour. Il trouva auſſi à 5^h 3′ 47″ la plus grande Eclipſe de cinq doigts 47 minutes.

OBSERVATION
DE
L'ECLIPSE DE SOLEIL,
Du 26 Septembre 1726,
FAITE
À L'OBSERVATOIRE ROYAL,

Par M. GODIN.

DEs deux Eclipſes qui devoient arriver cette année 1726. nous n'avons pû obſerver que celle de Soleil, pendant laquelle même le Ciel n'a pas été entierement favorable. Il y avoit alors ſur le Soleil & vers ſon Bord occidental, deux Taches aſſés apparentes; circonſtance rare.

Je déterminai par les Méthodes ordinaires la poſition de ces Taches ſur le diſque apparent du Soleil, devant & après l'Eclipſe, & je plaçai au foyer d'une Lunette de 9 pieds un Reticule compoſé de pluſieurs filets de ſoye paralleles & également diſtans les uns des autres, ce qui eſt fort commode pour ces ſortes d'Obſervations.

L'Eclipſe commença ſans que j'y fiſſe attention, à cauſe qu'elle devança beaucoup le Calcul de *la Connoiſſance des tems.*

Voici

Voici les Phaſes que je pris dans la ſuite, marquées en tems vrai.

A 4h 43′ 6″ l'Ombre à la Tache Occidentale.
44 32 l'Ombre à la Tache Orientale.
58 42 l'Eclipſe étoit de 3 doigts 24′ 11″.

A 5h	0′	7″ l'Eclipſe étoit de	3		38′ 20″
	1	42	3		45 30
	4	15	4		7 0
	7	7	4		50 0
	15	59	5		33 0
	17	1	5		43 45
	19	59	5		54 40
	32	22 Par un Papier huilé, ou Tambour mis au foyer d'une autre Lunette.	6	doigts	15 envir.
	34	22	6		16 0
	36	22	6		16 0
	40	52	5		54 30
	47	37	5		33 0
	55	22	4		50 0

Les nuages épais nous cacherent enſuite le Soleil, & nous ne pûmes rien obſerver davantage.

Le commemcement de cette Eclipſe fut obſervé à Aire en Artois par un Pere Jeſuite à 4h 35′, mais les autres Phaſes n'ont pû y être déterminées exactement à cauſe des Nuages.

Le P. Borgondio Jeſuite, Profeſſeur de Mathematiques à Rome, y obſerva le commencement de cette Eclipſe.

A 5^h 31′ 16″ un peu plutôt.

5 35 17 L'Eclipſe étoit de... 1
5 39 7 elle étoit de..... 2 } doigts.
5 44 19 elle étoit de..... 3

Les Nuages l'empêcherent auſſi de ſuivre le progrès de l'Eclipſe.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES DE L'AN M. DCCXXVI.

Par M. MARALDI.

ON n'a point vû durant les huit premiers mois de l'année 1726, aucune apparence ſenſible de l'Aurore Boreale. Nous la vîmes pour la premiére fois le 26 Septembre immédiatement après le crepuſcule, comme une lumiere conſtante & uniforme, foible du commencement & peu étendue; mais dans la ſuite elle devint plus claire & plus grande. Elle parut dans ſon plus grand éclat entre dix & onze heures, après quoi elle diminua; deſorte qu'après minuit elle n'étoit preſque plus ſenſible: on vit durant ſa durée un petit nombre de jets de lumiere qui s'élevoient perpendiculairement à l'horizon.

Nous

Nous en apperçûmes une nouvelle apparence le 14 Octobre vers les 7 heures du ſoir. Mais elle fut de peu de durée, ſoit qu'elle ſe diſſipât d'elle même, ſoit qu'elle fût effacée par la clarté de la Lune qui ſe leva ce jour-là avant la fin du crepuſcule. Nous la remarquâmes par deux Arcs lumineux, qui par une extremité ſortoient de l'horizon du côté du Nord Eſt, & qui ſe joignirent au Zenith par leur extremité ſuperieure; ces Arcs diſparurent en moins d'un quart d'heure.

Nous obſervâmes de nouveau, avec M. Caſſini, la lumiere Boreale qui parut avec un grand éclat le 19 Octobre au Château de Thury, éloigné de 13 lieues, & préciſément au Nord de Paris. Comme on s'attendoit de voir cette apparence, nous y fimes attention auſſitôt après le coucher du Soleil. On vit d'abord un petit nuage rond, obſcur, placé au Nord, qui par ſa partie inférieure ſembloit toucher l'horiſon, & ne s'élevoit au deſſus qu'environ deux degrés. Il n'y avoit que ce ſeul nuage dans le Ciel, tout le reſte étant parfaitement ſerein, comme il avoit été la plus grande partie du jour, durant lequel il regna une grande chaleur & un grand calme. Ce nuage continua de paroître fixe au même endroit, ce fut la ſeule apparence que nous vimes pendant toute la durée du crepuſcule. Quand il eut ceſſé, on commença de voir une lumiere foible & uniforme, terminée en Arc qui s'élevoit au-deſſus du nuage, & comprenoit pour-lors une portion de l'horizon de 30, ou 40 degrés. Mais dans une demi-heure le nuage s'étendit auſſi-bien que la lumiere, deſorte qu'à 7 heures & demie elle oc-

cupoit un arc de l'horizon de plus de 100 degrés. Elle étoit pour-lors fort claire, terminée comme auparavant en arc, dont la convexité regardoit le Zenith. On vit ſortir en même tems de différens endroits du nuage des jets de lumiere qui s'élevoient perpendiculairement à l'horizon, les uns plus, les autres moins, & diſparoiſſoient en peu de ſecondes. Ces jets de lumiere étoient diſtingués par des lignes obſcures blanchâtres, & un peu colorées de rouge, qui faiſoient une apparence de pyramides cannelées.

Pendant qu'on étoit attentif à remarquer ces apparences, on vit paroître un Arc lumineux, large de deux degrés environ, placé au-deſſus de la lumiere, & ſéparé d'elle par un intervalle obſcur à peu-près de la même largeur. Au-deſſus de cet Arc il en parut enſuite un ſecond ſemblable au premier, ſéparé de l'inférieur par un intervalle obſcur, comme l'inférieur l'étoit à l'égard de la lumiere qui étoit immédiatement au-deſſus du nuage. On vit les étoiles de la grande Ourſe plongées dans cette lumiere, & elles paroiſſoient à travers. L'Arc ſuperieur étoit beaucoup au-deſſus de ces étoiles. Ainſi il y avoit trois Arcs lumineux placés les uns au-deſſus des autres, dont le ſuperieur occupoit par ſes extremités une portion de l'horizon de plus de 150′, & s'élevoit à la hauteur de 38 à 40 degrés.

Tel étoit l'état de la lumiere vers les 8 heures, lorſqu'on vit un grand nombre d'Arcs d'une matiere blanchâtre, qui s'étant ſéparés preſque tout d'une piece de la lumiere Septentrionale, allerent ſe placer en différens endroits du Ciel.

Ces

Ces Arcs ſe trouverent rangés dans tout l'Hemiſphere à des intervalles à peu près reguliers, & s'élevant perpendiculairement à l'horizon, alloient ſe rencontrer au Zenith, où il y avoit une eſpece de globe. Ils faiſoient l'apparence d'autant de cercles verticaux ou de cintres d'un Dome, dont le globe étoit le ſommet.

Ceux qui étoient dans l'Hemiſphere Septentrional ſortoient de différens endroits de la lumiere, & ceux qui étoient dans le Meridional n'alloient pas ſe terminer juſqu'à l'horizon, mais ſeulement à une hauteur d'environ 20 degrés. La matiere qui formoit ces Arcs étoit blanchâtre & transparente, deſorte qu'elle laiſſoit voir les étoiles à travers, quoi-qu'un peu affoiblies; mais celles qui ſe rencontrerent dans les intervalles du Ciel entre ces Arcs, étoient fort claires & fort brillantes. Ces matieres ainſi diſpoſées dans tout notre Hemiſphere s'allumoient tantôt à un endroit, tantôt à un autre, tantôt par parties, tantôt toutes enſemble, & formoient de petits éclairs, & ces éclairs cauſoient dans ces matieres une eſpece d'ondulation. La lumiére repandue dans l'air par tous ces feux étoit ſi grande à 8^h & demie, qu'on pouvoit voir aiſément l'heure & la minute qu'il étoit à une montre de poche. Les Arcs, après avoir ſubſiſté dans cet état plus d'un quart d'heure, ſe diviſerent en pluſieurs ſegmens qui ſe diſperſerent ſans ordre dans toutes les parties du Ciel.

Un de ces Arcs qui étoit du côté du Couchant, beaucoup plus large que les autres, parut d'une couleur fort rouge, entremêlée de quelques parties obſcures : on ne remarqua point dans cet endroit, comme dans les autres, au-

cune ondulation, non plus que dans l'Arc qui étoit du côté d'Orient, où il y avoit une lumiere fort vive & fort grande qui paroiſſoit un peu détachée du reſte du phénomene.

Dans le tems de ces apparences, l'Arc ſuperieur des trois qui formoient la lumiere Septentrionale, parut interrompu en différens endroits, & diſparut enſuite; il en arriva de même à l'égard du ſecond, deſorte qu'elle parut moins claire & moins élevée, on en voyoit cependant ſortir toûjours des jets lumineux. Vers les dix heures nous interrompimes l'obſervation du phénomene, pour obſerver l'émerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter avec une Lunette de 16 pieds, qui arriva à $10^h\ 30'\ 42''$.

Après cette obſervation le globe qui avoit paru au Zenith s'étoit changé en figure d'anneau, qui ſe diſſipa enſuite auſſi-bien que les autres matieres diſperſées dans le Ciel. Le reſte de la lumiere Septentrionale alla enſuite en diminuant juſqu'un peu après minuit que nous ceſſâmes de l'obſerver.

Suivant le principe qui eſt commun dans les trois plus célebres Syſtêmes, que tout objet qui paroît dans le Ciel toûjours attaché aux mêmes parties de l'horizon, doit appartenir à la Terre ou à ſon athmoſphere; & qu'au contraire les objets qui ſuivent le mouvement du premier mobile, doivent être cenſés dans le Ciel, la lumiere Septentrionale étoit placée dans notre athmoſphere, ainſi que nous l'avons déja remarqué dans d'autres Memoires: parce que durant 5 heures qu'elle a été viſible, elle n'a point ſuivi le mouvement des étoiles de la grande Our-

ſe

fe à l'égard deſquelles elle étoit placée du commencement, mais elle a été attachée aux mêmes parties de l'horizon, pendant que ces étoiles, qui étoient dans la partie inférieure de leur cercle, ont changé conſidérablement de ſituation par leur mouvement d'Occident en Orient.

Ce phénomene eſt ſemblable dans pluſieurs circonſtances à ceux que nous avons obſervés depuis dix ans, & dont les Obſervations ſont rapportées dans les Memoires de l'Académie, ou ſous ce titre, ou ſous celui d'Obſervations Meteorologiques. Dans pluſieurs de ces apparences on a vû le nuage d'où ſortoit la lumiere, les jets lumineux qui s'élevoient perpendiculairement, les trois Arcs lumineux les uns au deſſus des autres, & quelques-uns de ces Arcs qui ſe ſont détachés de la lumiere, & ſe ſont placés en divers endroits de l'horizon. Ce qu'il y a eû de particulier dans cette derniere apparence, eſt le plus grand nombre d'Arcs, leur direction au Zenith, le globe qui y étoit placé, &, le mouvement d'ondulation qu'on a remarqué dans ces Arcs, cauſé par les matieres qui s'y enflammoient; au lieu que les autres fois, lorſque nous avons remarqué ces Arcs, ils ſe rendoient opaques quand ils étoient ſéparés de la lumiere Septentrionale.

Ce qu'il y a eû de conſtant eſt, que les jours de ces apparences, l'air a toûjours été fort doux & fort tranquille, ſoit qu'elles ſoient arrivées dans le Printems & dans l'Automne, ſoit qu'elles ayent paru en Hyver. Cette remarque, que nous fimes dans les Memoires de l'an 1727 ſur cette lumiere, s'eſt toûjours verifiée depuis; deſorte que dans les années de ſéchereſſe cette tem-

temperature d'air pendant le jour paroît un indice preſque certain que la lumiere paroîtra le ſoir. Ces conjectures, quelque foibles qu'elles paroiſſent, nous ont ſervi pour nous préparer à obſerver ces phénomenes, comme il eſt encore arrivé dans ces derniers.

Peut-être que cette diſpoſition d'air concourt à la formation de ce phénomene, peut-être auſſi qu'elle n'y a aucun rapport; mais elle peut ſervir en quelque maniere à le prévoir, & par-là garantir les peuples de l'épouvante qu'il cauſe, ce qui ne ſeroit pas un des moindres fruits que l'on pourroit tirer de ces Obſervations.

Nous avons reçû de différens endroits des obſervations de ce phénomene. M. Meynier Hydrographe du Roi l'obſerva au Havre de Grace; & ſes Obſervations ſont conformes aux principales circonſtances que nous avons rapportées. Il y a cette différence, que les Arcs de lumiere placés dans l'hémiſphere meridional lui parurent terminés à la hauteur de 10 degrés, au lieu qu'ils nous parurent à 20.

M. le Chevalier de Louville, qui obſerva le même phénomene à Carré proche d'Orleans, jugea l'étendue de la lumiere de 100 degrés, au lieu qu'elle nous parut plus grande, peut-être parce que nous étions beaucoup plus au Nord. Il vit les Arcs lumineux dans l'Hemiſphere Septentrional, qui, comme autant de cercles verticaux, alloient tous ſe terminer au Zenith où il y avoit un globe; mais il n'en vit aucun dans l'Hemiſphere Meridional, rien n'ayant paſſé au-delà du Zenith, au lieu que nous en vîmes pluſieurs; ce qui fait connoître que ceux que nous vîmes dans l'Hemiſphere Me-

ri-

ridional étoient peu élevés ſur la ſurface de la Terre.

M. Peyſonel, qui a obſervé ce phénomene à Marſeille, marque que le Ciel ayant été ce jour-là fort ſerein & l'air tranquille, il vit ſur les 7 heures du ſoir vers le Nord une clarté ſemblable à l'Aurore. Elle s'étendoit depuis la derniere Etoile de la queue de la grande Ourſe vers le Couchant juſqu'à la perpendiculaire tirée des Etoiles de Caſſiopée vers l'Orient, & s'élevoit près de 30 degrés au-deſſus de l'horizon; il remarqua enſuite des rayons lumineux qui s'éleverent perpendiculairement à l'horizon juſqu'à la polaire. Sur les $8^{h}\frac{1}{2}$ il ſe forma comme un nuage rouge jaunâtre, beaucoup plus à l'Occident que la derniere de la queue de la grande Ourſe. Sur les 9 heures il obſerva des ondulations d'une flamme à travers d'une eſpece de fumée qui étoit entre la Claire des gardes & le commencement du grand Chariot, d'autres parurent moins conſidérables entre l'Etoile du Nord & Caſſiopée. Demi-heure après il ſe forma de nouveaux rayons, mais moins conſidérables que les premiers.

La lumiere étoit ſi grande, qu'on auroit pu lire. Sur les onze heures tous ces feux ceſſerent, & il ne reſtoit que la clarté ſemblable à l'Aurore, qui ſe diſſipa le reſte de la nuit. Il y fit attention le 20, le 21 & 22, mais il ne vit aucun veſtige de cette lumiere.

M. Bianchini m'a écrit que cette lumiere fut obſervée à Fraſcati près de Rome par M. le Cardinal de Polignac, qui remarqua qu'elle s'élevoit juſqu'aux Etoiles qui forment le Cha-

Chariot de la grande Ourſe ; que pendant ſa durée on vit quantité de jets de lumiere ; & qu'à la fin il parut un feu avec un mouvement qui le porta vers l'Occident, où il diſparut s'étant plongé ſous l'horizon.

Par toutes ces Obſervations comparées enſemble, il eſt viſible que la lumiere a paru dans les païs Septentrionaux plus grande que dans les Meridionaux, puiſque nous l'avons jugé environ de 150 degrés à Thuri, & de 140 à Paris par M. Godin, de 100 à Orleans par M. le Chevalier de Louville, & de 70 à Marſeille, ainſi qu'elle reſulte par les déterminations de M. Peyſonel ; ce qui eſt un argument de ſa parallaxe.

Cette parallaxe reſulte encore de la différente hauteur où elle a paru ſur l'horizon ; nous l'avons jugée de 38 à 40 degrés à Thury, M. Godin d'environ 37 à Paris, M. Peyſonel quaſi 30 degrés à Marſeille, & par l'apparence qu'elle a fait à Fraſcati, elle n'y étoit élevée que de 20 degrés.

Il réſulte encore une plus grande parallaxe dans les matieres qui ont été ſéparées de la lumiere, & qui formoient les ondulations, ſuppoſé qu'elles ſoient les mêmes qui ont paru en différens païs. Car ſuivant l'obſervation de Marſeille, elles parurent entre la Claire des gardes & le commencement du grand Chariot, elles ont donc été fort éloignées du Zenith ; à Orleans elles ſe terminerent au Zenith, n'en ayant point paru du côté du Midi, au lieu que nous vîmes pluſieurs Arcs dans l'Hemiſphere Meridional qui alloient ſe terminer à 20 degrés environ au-deſſus de l'horizon. Par-

Parmi les Obſervations que Gregoire de Tours rapporte de la lumiere Boreale, & dont nous avons fait mention dans les Memoires de 1721, au Chapitre 17, il en fait la deſcription d'une qui eſt ſemblable à celle qui a paru le 19 Octobre 1726. Car outre la lumiere Boreale, il remarqua qu'il parut du côté du Couchant des nuages de couleur de ſang; qu'il vit ſortir des quatre regions du monde, des rayons qui couvrirent le Ciel; que ces rayons étant larges par le bas & étroits vers le haut, alloient tous ſe réunir au milieu du Ciel où il y avoit un nuage lumineux, & qu'ils formoient l'apparence d'un pavillon, dont le nuage étoit le ſommet; & enfin que ces matieres étoient fort brillantes. Toutes ces circonſtances ſe ſont rencontrées dans le phénomene du 19 Octobre de cette année.

Obſervations ſur la quantité de Pluye.

	lignes
En Janvier.	17 $\frac{1}{3}$.
Fevrier.	10 $\frac{2}{3}$.
Mars.	8 0.
Avril.	7 $\frac{1}{6}$.
Mai	2 $\frac{1}{6}$.
Juin	24 $\frac{1}{3}$.
Juillet	16 0.
Août.	2 $\frac{2}{3}$.
Septembre.	18 0.
Octobre.	10 $\frac{2}{3}$.
Novembre	13 0.
Decembre.	6 $\frac{1}{3}$.
	Som-

Somme de la hauteur de pluye qui eſt tombée en 1726, 136 lignes $\frac{2}{3}$ qui font 11 pouces 4 lignes $\frac{2}{3}$, ce qui marque une année ſéche par rapport à 19 pouces qu'on avoit établi pour une année commune.

En effet, depuis 38 ans que l'on meſure la quantité de pluye qui tombe à l'Obſervatoire, on ne trouve que deux années où il y en ait eû une moindre quantité, qui ſont 1719, qui n'en donna que 9 pouces 4 lignes, & 1723, dans laquelle on n'eut que 7 pouces 8 lignes, & qui a été la plus ſéche de toutes.

La pluye tombée dans les ſix premiers mois de 1726, eſt de 5 pouces 9 lignes, égale à 3 lignes près à celle des ſix derniers mois, qui a été de 5 pouces 6 lignes. La diſtribution dans chaque mois a été fort inégale; les pluyes du Printems qui ont coutume de rendre les terres fecondes, ont été en petite quantité, celles d'Avril n'ayant été que de 7 lignes, & celles de Mai de deux lignes ſeulement. Mais les pluyes qui ſont venues en Juin durant la maturité des bleds & qui ont été de 24 lignes, ont reparé en partie le peu d'abondance que les défauts des pluyes des deux mois précédens, & que les grandes chaleurs qui ont commencé plutôt qu'à l'ordinaire, auroient pu cauſer.

Obſervations du Thermometre.

Le plus grand froid marqué par le Thermometre a été le 19 & le 21 Janvier: il eſt deſcen-

deſcendu ces deux jours à 20 degrés au lever du Soleil, qui eſt l'heure du plus grand froid qu'il faſſe pendant le jour, ce qui marque uu froid moderé; cependant par des lettres écrites de Montpellier & de Marſeille, on a eû avis que le froid y a été exceſſif, quoiqu'il n'ait pas duré long tems, & qu'il y a fait perir quantité d'Orangers. Les chaleurs, qui ont commencé plutôt qu'à l'ordinaire dans ce climat, ont fait monter la liqueur du Thermometre à 72 degrés le 31 Mai à trois heures après midi, qui eſt le tems de la plus grande chaleur qu'il faſſe pendant le jour. Le premier Juin à la même heure, il eſt monté à 75. Tout le reſte des mois de Juin, Juillet & Août il s'eſt ſoûtenu à une grande hauteur, juſqu'à ce que le 27 & le 28 Août il arriva à 77 degrés, qui eſt la plus grande où il ſoit arrivé de l'année; elle eſt néanmoins de 5 degrés moindre que la plus grande qui a été obſervée de 82 degrés dans les plus grandes chaleurs de quelques autres années. Les chaleurs qui ont commencé dès le mois de Mai, & qui ont continué dans la ſuite, ont fait anticiper la maturité des fruits un mois ou environ plutôt qu'à l'ordinaire.

Le P. Laval écrit de Toulon, que le 14 Juillet la chaleur y fut extrême, & que le Thermometre de M. Amontons monta juſqu'à 57 parties & 5 lignes, plus haut de 5 lignes qu'il ne l'avoit trouvé à St. Domingue & à la Louiſianne pendant l'Eté de 1720.

M. Montvalon Conſeiller au Parlement d'Aix étant proche d'Orange, par un Thermometre règlé avec celui de l'Obſervatoire,

le

le 13 Juillet à 3h après midi trouva la liqueur à 90 degrés, par un tems nebuleux & un vent de Sud-Eſt; il étoit donc monté ce jour-là 13 degrés plus haut que dans les grandes chaleurs de Paris, qui arriverent le 27 & le 28 Août. Le même M. Montvalon étant le 12 Août proche d'Aix, obſerva le Thermometre à 79, & le 27 du même mois à 75, moindre de deux degrés que n'étoit en même tems le nôtre; ce qui fait voir que dans la Provence les plus grandes chaleurs ſont arrivées cette année le 13 & le 14 Juillet, au lieu qu'à Paris nous ne les avons eûes que ſur la fin d'Août.

Obſervations du Barometre.

L'année 1726 le Barometre n'eſt jamais deſcendu plus bas que de 27 pouces 2 lignes, ce qui eſt arrivé le 17 & le 21 Decembre par un vent de Sud-Oueſt & un tems couvert. Pendant toute la plus grande partie de l'année il s'eſt ſoutenu à une grande hauteur, & le 27 Decembre il s'éleva à 28 pouces 8 lignes, par un vent de Nord foible & par un tems couvert. Nous avons remarqué dans les Memoires de 1723, que depuis le 2 Janvier juſqu'au 5 le Barometre s'étoit ſoutenu à 28 pouces 7 lignes $\frac{1}{4}$ par un grand brouillard & un air tranquille, & que c'étoit-là le plus haut terme où on l'avoit obſervé juſqu'alors; il a donc été le 28 Decembre 1726 plus haut qu'il n'avoit été depuis plus de 40 ans qu'on fait ces obſervations.

De

De la déclinaiſon de l'Aimant.

Le 5 Decembre 1726, nous avons obſervé avec une aiguille de 4 pouces la déclinaiſon de l'Aimant de 13d 45′ Nord-Oueſt. L'an 1725 elle étoit de 13d 15′ : elle continue donc d'augmenter depuis deux ans, après avoir été ſtationnaire depuis 1720 juqu'en 1724, ayant toûjours marqué 13° pendant ces cinq années.

F I N.

1 154949